

تمهيد : لتحديد رتبة الدالة f نستعمل دالة تسمى الدالة المشتقة للدالة f ونرمز لها بالرمز f'

I. تحديد الدالة المشتقة لدالة عددية:

1. الدالة الحدودية:

قاعدة:

لتكن f دالة عددية و k عدد حقيقي معلوم.

إذا كانت $f(x) = a$ فإن $f'(x) = 0$

إذا كان $f(x) = ax$ فإن $f'(x) = a$

إذا كان $f(x) = ax^n$ حيث n عدد صحيح طبيعي

فإن $f'(x) = anx^{n-1}$

أمثلة:

إذا كانت $f(x) = -2$ فإن $f'(x) = 0$

إذا كانت $f(x) = 4x$ فإن $f'(x) = 4$

إذا كانت $f(x) = 5x^3$ فإن

$f'(x) = 5 \times 3x^2 = 15x^2$.

إذا كانت $f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 1$

فإن $f'(x) = 3x^2 - 4 \times 2x^1 + 1 + 0$

$= 3x^2 - 8x + 1$

تمرين تطبيقي:

احسب الدالة المشتقة للدالة f في الحالات التالية:

$f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x - 2$.

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + 1$.

$f(x) = 2x^2 + 3x + 1$.

قاعدة:

لتكن g و f دالتان.

$(f \times g)' = f' \times g + f \times g'$

مثال 1:

نعتبر الدالة f حيث $f(x) = (x^2 + 1)(x - 1)$

$f'(x) = (x^2 + 1)'(x - 1) + (x^2 + 1)(x - 1)'$

$= 2x(x - 1) + (x^2 + 1)$

$= 2x^2 - 2x + x^2 + 1$

$= 3x^2 - 2x + 1$.

مثال 2: حدد الدالة المشتقة للدالة f حيث

$f(x) = (x + 1)(3x - 3)$.

2. الدالة الجذرية :

قاعدة: لتكن g و f دالتان حيث $g(x) \neq 0$ لكل x من D_g

$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \times g - f \times g'}{g^2}$

مثال:

$\left(\frac{2x-1}{3x+4}\right)' = \frac{(2x-1)'(3x+4) - (2x-1)(3x+4)'}{(3x+4)^2}$.

$= \frac{2(3x+4) - (2x-1)3}{(3x+4)^2} = \frac{6x+8-6x+3}{(3x+4)^2}$.

$= \frac{11}{(3x+4)^2}$.

تمرين تطبيقي:

احسب الدالة المشتقة للدالة في الحالات التالية

$f(x) = \frac{x+1}{x-1}$; $f(x) = \frac{2x+3}{x+1}$; $f(x) = \frac{7}{x+2}$;

$f(x) = \frac{5x-3}{2x+2}$

II. تطبيقات:

1. رتبة دالة:

قاعدة: إذا كان $f'(x) \geq 0$ لكل x من مجال I فإن f تزايدية على I
إذا كان $f'(x) \leq 0$ لكل x من مجال I فإن f تناقصية على I .

مثال 1: نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي: $f(x) = x^2 - 2x + 1$

1. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2. احسب $f'(x)$.

3. استنتج جدول تغيرات الدالة f .

الحل:

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2) = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2) = +\infty$

2. لدينا $() = 2x - 2 = 2(x - 1)$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
	-	0	+
رتابة f	$+\infty$	$f(0)$	$+\infty$

مثال 2: نعتبر الدالة f حيث $f(x) = x^2 - 6x$

نفس أسئلة المثال السابق.

مثال 3: نعتبر الدالة f حيث $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 1$

نفس أسئلة المثال السابق.

مثال 4: نعتبر الدالة f حيث $f(x) = 2x^3 - 6x$

نفس أسئلة المثال السابق.

مثال 5: نعتبر الدالة f حيث $f(x) = x^3 + x$

نفس أسئلة المثال السابق.

مثال 6: نعتبر الدالة f حيث $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$

1. حدد مجموعة تعريف f .

2. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

3. احسب $f'(x)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .

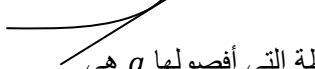
مثال 7: نفس الأسئلة السابقة بالنسبة للحالة: $f(x) = \frac{x+4}{x+3}$

مثال 8: نفس الأسئلة السابقة بالنسبة للحالة: $f(x) = \frac{1}{x-2}$

2. معادلة مماس منحنى دالة:

تعريف: مماس منحنى في نقطة هو مستقيم

يقطع المنحنى في هذه النقطة و لا يخترقه.



قاعدة: معادلة مماس المنحنى C_f في النقطة التي أفصولها a هي

$y = f'(a)(x - a) + f(a)$

مثال 1: $f(x) = x^2 + 2x - 1$

لدينا $f(1) = 2$

ولدينا $f'(x) = 2x + 2$ إذن $f'(1) = 4$

معادلة المماس للمنحنى C_f في النقطة التي أفصولها 1 هي

$y = f'(1)(x - 1) + f(1)$

$y = 4(x - 1) + 2$.

$y = 4x - 2$.

تمرين تطبيقي: $f(x) = x^3 - x^2 + 2$

حدد معادلة المماس للمنحنى C_f في النقطة التي أفصولها 0.

حدد معادلة المماس للمنحنى C_f في النقطة التي أفصولها 1

