

الإمتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2011	Achamel.info	
التمرين الأول : (3.5 نقطة) لكل x و y من المجال $I =]0, 1[$ نضع : $x * y = \frac{xy}{xy + (1-x)(1-y)}$ 1 - أ- بين أن $*$ قانون تركيب داخلي في I . 0.5 ب- بين أن القانون $*$ تبادلي وجميعي . 0.5 ج- بين أن $(I, *)$ يقبل عنصرا محايدا يتم تحديده . 0.5 2 - بين أن $(I, *)$ زمرة تبادلية . 0.5 3 - نعتبر المجموعتين $H = \{2^n/n \in \mathbb{Z}\}$ و $K = \{1/(1+2^n)/n \in \mathbb{Z}\}$ أ- بين أن H زمرة جزئية للزمرة $(\mathbb{R}_+^*, \times)$ 0.5 ب- نعتبر التطبيق $\varphi: H \rightarrow I$ بين أن φ تشاكل من $(H, \times)$ نحو $(I, *)$ 0.5 ج- استنتج أن K زمرة جزئية للزمرة $(I, *)$. 0.5		
التمرين الثاني : (2.5 نقطة) ليكن x عددا صحيحا طبيعيا يحقق : $10^x \equiv 2[19]$ 1 - أ- تحقق أن : $10^{x+1} \equiv 1[19]$ 0.25 ب- بين أن : $10^{18} \equiv 1[19]$ 0.5 2 - ليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين 18 و $x+1$ أ- بين أن : $10^d \equiv 1[19]$ 0.75 ب- بين أن : $d=18$ 0.5 ج- استنتج أن : $x \equiv 17[18]$ 0.5		
التمرين الثالث : (4 نقطة) الجزء الأول : نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(E) z^3 - (1+2i)z^2 + 3(1+i)z - 10(1+i) = 0$ 1 - تحقق أن العدد $(-2i)$ حل للمعادلة (E) 0.5 2 - حدد العددين العقديين α و β بحيث : 0.5 3 - أ- حدد الجذرين المربعين للعدد $5-12i$ 0.5 ب- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E) 0.5		

الجزء الثاني : المستوى العقدي منسوب لمعلم متعامد ممنظم مباشر .	
نعتبر النقط A و B و C التي ألقاها على التوالي هي : $a = -1 + 3i$ و $b = -2i$ و $c = 2 + i$	
1- بين أن المثلث ABC قائم الزاوية و متساوي الساقين في C .	0.5
2- نعتبر الدوران R_1 الذي مركزه B و زاويته $\frac{\pi}{3}$ و الدوران R_2 الذي مركزه A و زاويته $(-\frac{2\pi}{3})$	
لتكن نقطة M من المستوى العقدي لحقها z و M_1 صورتها بالدوران R_1 و M_2 صورتها بالدوران R_2	
أ- تحقق أن الصيغة العقدية للدوران R_1 هي : $z' = \left(\frac{1 + i\sqrt{3}}{2}\right)z - \sqrt{3} - i$	0.5
ب- حدد z_2 لحق M_2 بدلالة z	0.5
ج- استنتج أن النقطة I منتصف القطعة $[M_1 M_2]$ ثابتة .	0.5
التمرين الرابع : (6 نقطة)	
لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بما يلي : $f(x) = x + \ln x$ وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (نأخذ $\ \vec{i}\ = \ \vec{j}\ = 1cm$)	
1- أحسب النهايات التالية : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$	1
2- أ- ضع جدول تغيرات الدالة f	0.25
ب- بين أن الدالة f تقابل من المجال $]0, +\infty[$ نحو مجال J يتم تحديده ، ثم ضع جدول تغيرات التقابل العكسي f^{-1} .	0.75
3- أحسب $f(1)$ و $f(e)$ ثم أنشئ (C) و (C') منحنى الدالة f^{-1} في نفس المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$	0.75
4- أ- أحسب التكامل $\int_1^{x+1} f^{-1}(x) dx$ (يمكنك وضع : $t = f^{-1}(x)$)	0.5
ب- استنتج مساحة حيز المستوى المحصور بين (C') و المستقيمت ذات المعادلات : $x = e + 1$ و $x = 1$ و $y = x$.	0.5
5- نعتبر المعادلة : $x + \ln x = n$: (E_n)	
أ- بين أن المعادلة (E_n) تقبل حلا وحيدا x_n	0.25
ب- حدد قيمة x_1 ثم بين أن : $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = +\infty$	0.5
6- أ- بين أن $f(x_n) \leq f(n)$ ($\forall n \in N^*$) ثم استنتج أن : $x_n \leq n$ ($\forall n \in N^*$)	0.5
ب- بين أن : $n - \ln(n) \leq x_n$ ($\forall n \in N^*$)	0.5
ج- احسب النهايتين : $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{x_n}{n - \ln(n)}$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{x_n - n}{n}$	0.5

التمرين الخامس : (4 نقطة)

ليكن n عددا صحيحا طبيعيا غير منعدم و f_n الدالة العددية المعرفة على IR بما يلي :

$$f_n(x) = -1 + x + \frac{x^2}{2} + \dots + \frac{x^n}{n}$$

1- بين أنه من أجل $n \geq 2$ يوجد عدد حقيقي وحيد α_n من المجال $]0, 1[$ بحيث : $f_n(\alpha_n) = 0$ 0.5

2- بين أن المتتالية $(\alpha_n)_{n \geq 2}$ تناقصية قطعاً ثم استنتج أنها متقاربة (نضع $\ell = \lim_{n \rightarrow +\infty} \alpha_n$) . 0.5

3- أ- تحقق أنه من أجل $t \neq 1$ لدينا : $1 + t + t^2 + \dots + t^{n-1} = \frac{1}{1-t} - \frac{t^n}{1-t}$ 0.5
ب- استنتج أن : $\alpha_n + \frac{\alpha_n^2}{2} + \dots + \frac{\alpha_n^n}{n} = -(1 - \alpha_n) - \int_0^{\alpha_n} \frac{t^n}{1-t} dt$ 0.5

4- أ- بين أن : $1 + \ln(1 - \alpha_n) = - \int_0^{\alpha_n} \frac{t^n}{1-t} dt$ 0.5

ب- بين أن : $(\forall n \geq 2) 0 \leq \int_0^{\alpha_n} \frac{t^n}{1-t} dt \leq \frac{1}{(n+1)(1-\alpha_n)}$ 0.5

ج- استنتج أن : $\ell = 1 - e^{-1}$