

موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2013 - الدورة العادية -

مادة الرياضيات : الشعب (ة) أو المسلك : شعبة العلوم التجريبية بمسالكها و شعبة العلوم والتكنولوجيا بمسلكها .

Achamel.info

التمرين رقم 1 :

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط $A(-1, 1, 0)$ و $B(1, 0, 1)$ و $\Omega(1, 1, -1)$ و الفلكة (S) التي مركزها Ω و شعاعها 3 .

1-أ- بين أن $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ و تحقق من أن $x + y - z = 0$ معادلة ديكارتية للمستوى (OAB) .

ب- تحقق من أن $d(\Omega, (OAB)) = \sqrt{3}$ ثم بين أن (OAB) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) شعاعها $\sqrt{6}$

2- ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω و العمودي على المستوى (OAB) .

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \quad \text{أ- بين أن : تمثيل بارامتري للمستقيم } (\Delta)$$

ب- حدد مثلث إحداثيات مركز الدائرة (Γ)

التمرين رقم 2 :

نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{u}, \vec{v})$ ، النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي

$$a = 7 + 2i \text{ و } b = 4 + 8i \text{ و } c = -2 + 5i$$

$$1- \text{أ- تحقق من أن } (1 + i)(-3 + 6i) = -9 + 3i \text{ و بين أن } \frac{c - a}{b - a} = 1 + i$$

ب- استنتج أن $AC = AB\sqrt{2}$ و أعط قياسا للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

2- ليكن R الدوران الذي مركزه B وزاويته $\frac{\pi}{2}$

أ- بين أن لحق النقطة D صورة النقطة A بالدوران R هو $d = 10 + 11i$

ب- أحسب $\frac{d - c}{b - c}$ و استنتج أن النقط B و C و D مستقيمية .

التمرين رقم 3 :

يحتوي صندوق على 10 كرات : خمس كرات حمراء و ثلاث كرات خضراء و كرتان بيضاوان (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) . نسحب عشوائيا و في آن واحد أربع كرات من الصندوق .

1- نعتبر الحدثين التاليين : A : «الحصول على كرتين حمراوين و كرتين خضراوين»

B : «لا توجد أية كرة بيضاء من بين الكرات الأربع المسحوبة»

$$\text{بين أن } P(A) = \frac{1}{7} \text{ و } P(B) = \frac{1}{3}$$

2- ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات البيضاء المسحوبة .

أ- تحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي 0 و 1 و 2 .

ب- بين أن $P(X = 1) = \frac{8}{15}$ ثم حدد قانون احتمال المتغير العشوائي .

التمرين رقم 4 :

- لتكن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_1 = 0$ و $u_{n+1} = \frac{25}{10 - u_n}$ لكل n من $\mathbb{N}^*$
- 1- تحقق من أن $5 - u_{n+1} = \frac{5(5 - u_n)}{5 + (5 - u_n)}$ لكل n من $\mathbb{N}^*$ وبين بالترجع أن $5 - u_n > 0$ لكل n من $\mathbb{N}^*$
- 2- نعتبر المتتالية العددية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ المعرفة بما يلي : $v_n = \frac{5}{5 - u_n}$ لكل n من $\mathbb{N}^*$
- أ- بين أن $v_{n+1} = \frac{10 - u_n}{5 - u_n}$ لكل n من $\mathbb{N}^*$ ثم تحقق من أن $v_{n+1} - v_n = 1$ لكل n من $\mathbb{N}^*$
- ب- بين أن $v_n = n$ لكل n من $\mathbb{N}^*$ واستنتج أن $u_n = 5 - \frac{5}{n}$ لكل n من $\mathbb{N}^*$
- ج- حدد $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

التمرين رقم 5 :

- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = (x - 2)^2 e^x$
- وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة $1cm$)
- 1- أ- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- ب- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ ثم استنتج أن المنحنى (C) يقبل ، بجوار $+\infty$ ، فرعاً شلجيميا يتم تحديد اتجاهه .
- 2- أ- تحقق من أن $f(x) = x^2 e^x - 4x e^x + 4e^x$ لكل x من $\mathbb{R}$
- ب- بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ وأول هذه النتيجة هندسياً (نذكر أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$ لكل n من $\mathbb{N}^*$)
- 3- أ- بين أن $f'(x) = x(x - 2)e^x$ لكل x من $\mathbb{R}$
- ب- بين أن الدالة f تزايدية على كل من المجالين $]-\infty, 0]$ و $[2, +\infty[$ وأن الدالة f تناقصية على المجال $[0, 2]$
- ج- ضع جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$
- 4- أ- بين أن $f''(x) = (x^2 - 2)e^x$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم استنتج أن للمنحنى (C) نقطتي انعطاف تحديد أرتوبيهما غير مطلوب .
- ب- أنشئ (C) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$
- 5- أ- بين أن $H : x \mapsto (x - 1)e^x$ دالة أصلية للدالة $h : x \mapsto x e^x$ على $\mathbb{R}$ ثم احسب $\int_0^1 x e^x dx$
- ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن : $\int_0^1 x^2 e^x dx = e - 2$
- ج- بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) ومحور الأفاصل والمستقيمين اللذين معادلتهما $x = 0$ و $x = 1$ هي $5(e - 2)cm^2$
- 6- استعمل المنحنى (C) لإعطاء عدد حلول المعادلة $x^2 = e^{-x} + 4x - 4$ ، $x \in \mathbb{R}$