

موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2014 - الدورة العادية -

مادة الرياضيات : الشعب (ة) أو المسلك : شعبة العلوم التجريبية بمسالكها و شعبة العلوم والتكنولوجيا بمسلكها .

التمرين رقم 1 :

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط $A(0,3,1)$ و $B(-1,3,0)$ و $C(0,5,0)$ و الفلكة (S) التي معادلتها : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 5 = 0$.

1- أ- بين أن $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$ واستنتج أن النقط A و B و C غير مستقيمية .

ب- بين أن $2x - y - 2z + 5 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) .

2- أ- بين أن مركز الفلكة (S) هو النقطة $\Omega(2,0,0)$ وأن شعاعها هو 3 .

ب- بين أن المستوى (ABC) مماس للفلكة (S) .

ج- حدد مثلث إحداثيات H نقطة تماس المستوى (ABC) و الفلكة (S) .

التمرين رقم 2 :

1- حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - z\sqrt{2} + 2 = 0$

2- نعتبر العدد العقدي $u = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}i$

أ- بين أن معيار العدد u هو $\sqrt{2}$ وأن $\arg u \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$

ب- باستعمال كتابة العدد u على الشكل المثلثي، بين أن u^6 عدد حقيقي .

3- نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ ، النقطتين A و B اللتين لحقاهما على التوالي

هما a و b بحيث $a = 4 - 4i\sqrt{3}$ و $b = 8$

ليكن z لحق النقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{3}$

أ- عبر عن z' بدلالة z

ب- تحقق من أن B هي صورة A بالدوران R واستنتج أن المثلث OAB متساوي الأضلاع .

التمرين رقم 3 :

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 13$ و $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 7$ لكل n من $\mathbb{N}$

1- بين بالترجع أن $u_n < 14$ لكل n من $\mathbb{N}$

2- لتكن (v_n) المتتالية العددية بحيث : $v_n = 14 - u_n$ لكل n من $\mathbb{N}$

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ثم أكتب v_n بدلالة n

ب- استنتج أن $u_n = 14 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$ لكل n من $\mathbb{N}$ ثم أحسب نهاية المتتالية (u_n)

ج- حدد أصغر قيمة للعدد الصحيح الطبيعي n التي يكون من أجلها $u_n > 13,99$

التمرين رقم 4 :

يحتوي كيس على تسع بيدقات لا يمكن التمييز بينها باللمس وتحمل الأعداد : 0 و 0 و 0 و 0 و 1 و 1 و 1 و 1 و 1

1 -نسحب عشوائيا وفي آن واحد بيدقتين من الكيس .

ليكن A الحدث : «مجموع العددين اللذين تحملهما البيدقتين المسحوبتين يساوي 1»

-بين أن $p(A) = \frac{5}{9}$

2 -نعتبر اللعبة التالية :يسحب سعيد عشوائيا وفي آن واحد بيدقتين من الكيس و يعتبر فائزا إذا سحب بيدقتين تحمل كل واحدة منهما العدد 1 .

أ- بين أن احتمال فوز سعيد هو $\frac{1}{6}$

ب- لعب سعيد اللعبة السابقة ثلاث مرات (يعيد سعيد البيدقتين المسحوبتين إلى الكيس في كل مرة)

ما هو الاحتمال لكي يفوز سعيد مرتين بالضبط ؟

المسألة :

I- لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = 1 - \frac{1}{x^2} + \ln x$

1 -بين أن $g'(x) = \frac{2}{x^3} + \frac{1}{x}$ لكل x من $]0, +\infty[$ واستنتج أن الدالة g تزايدية على $]0, +\infty[$

2 -تحقق من أن $g(1) = 0$ ثم استنتج أن $g(x) \leq 0$ لكل x من $[0, 1]$ و $g(x) \geq 0$ لكل x من $[1, +\infty[$

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $f(x) = (1 + \ln x)^2 + \frac{1}{x^2}$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة : 1cm)

1 -بين أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ وأول هندسيا النتيجة

2 -أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1 + \ln x)^2}{x} = 0$ (يمكنك وضع $t = \sqrt{x}$) ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$

ج- حدد الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$

3 -أ-بين أن $f'(x) = \frac{2g(x)}{x}$ لكل x من $]0, +\infty[$ ثم استنتج أن الدالة f تناقصية على $[0, 1]$ وتزايدية على $[1, +\infty[$

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f على $]0, +\infty[$ ثم استنتج أن $f(x) \geq 2$ لكل x من $]0, +\infty[$

4 -أنشئ (C) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (نقبل أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف وحيدة تحديدها غير مطلوب)

5 -نعتبر التكاملين $I = \int_1^e (1 + \ln x) dx$ و $J = \int_1^e (1 + \ln x)^2 dx$

أ- بين أن $H : x \mapsto x \ln x$ دالة أصلية للدالة $h : x \mapsto 1 + \ln x$ على $]0, +\infty[$ ثم استنتج أن $I = e$

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن $J = 2e - 1$

ج- أحسب بـ cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) ومحور الأفاسيل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = e$ و $x = 1$.