

موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2010 - الدورة العادية -

مادة الرياضيات : الشعب (ة) أو المسلك : شعبة العلوم التجريبية بمسالكها و شعبة العلوم والتكنولوجيا بمسلكها .

Achamel.info

التمرين رقم 1 :

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط $A(-1, 0, 3)$ و $B(3, 0, 0)$ و $C(7, 1, -3)$ و الفلكة (S) التي معادلتها $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y - 15 = 0$.

1- بين أن $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 3\vec{i} + 4\vec{k}$ واستنتج أن $3x + 4z - 9 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) .

2- بين أن مركز الفلكة (S) هي النقطة $\Omega(3, 1, 0)$ و أن شعاعها هو 5 .

3- ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω و العمودي على المستوى (ABC) .

$$\text{أ- بين أن : } \begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 1 \\ z = 4t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \quad \text{هو تمثيل بارامتري للمستقيم } (\Delta)$$

ب- بين أن (Δ) يقطع الفلكة (S) في النقطتين $F(0, 1, -4)$ و $E(6, 1, 4)$

التمرين رقم 2 :

1- حل في مجموعة الأعداد العقدية C المعادلة : $z^2 - 6z + 10 = 0$

2- نعتبر ، في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ ، النقط A و B و C التي ألحافها على التوالي هي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$

أ- بين أن $z' = iz + 2 - 4i$.

ب- تحقق من أن لحق النقطة C' صورة النقطة C بالدوران R هو $c' = 5 + 3i$

ج- بين أن $\frac{c' - b}{c - b} = \frac{1}{2}i$ ثم استنتج أن المثلث BCC' قائم الزاوية في B وأن $BC = 2BC'$

التمرين رقم 3 :

يحتوي صندوق على خمس كرات بيضاء ثلاث كرات حمراء و كرتين سوداوين (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) . نسحب عشوائيا و في آن واحد أربع كرات من الصندوق .

1- نعتبر الحدثين التاليين : A : «الحصول على كرة حمراء واحدة فقط»

B : «الحصول على كرة بيضاء على الأقل»

- بين أن $P(A) = \frac{1}{2}$ و $P(B) = \frac{41}{42}$

2- نعتبر المتغير العشوائي X الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الحمراء المسحوبة .

أ- تحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي 0 و 1 و 2 و 3 .

ب- بين أن $P(X = 2) = \frac{3}{10}$ و $P(X = 0) = \frac{1}{6}$

ج- حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X .

التمرين رقم 4 :

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{3u_n - 1}{2u_n}$ لكل n من IN

1- بين بالترجع أن $u_n - 1 > 0$ لكل n من IN .

2- نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة بما يلي : $v_n = \frac{u_n - 1}{2u_n - 1}$ لكل n من IN .

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ واستنتج أن $v_n = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n$ لكل n من IN .

ب- بين أن $u_n = \frac{v_n - 1}{2v_n - 1}$ ثم استنتج أن $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$

3- أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n$ حيث (w_n) هي المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $w_n = \ln(u_n)$ لكل n من IN .

التمرين رقم 5 :

I- نعتبر الدالة العددية g المعرفة على R بما يلي : $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$

1- بين أن $g'(x) = 4(2x + 1)e^{2x}$ لكل x من R

2- بين أن الدالة g تزايدية على المجال $\left[-\frac{1}{2}, +\infty\right]$ وتناقصية على المجال $\left]-\infty, -\frac{1}{2}\right]$

3- أ- بين أن $g\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{2}{e}$ ثم تحقق من أن $g\left(-\frac{1}{2}\right) > 0$

ب- استنتج أن $g(x) > 0$ لكل x من R

II- لتكن f الدالة العددية المعرفة على R بما يلي : $f(x) = (2x - 1)e^{2x} + x + 1$

ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$

1- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ (نذكر أن $\lim_{u \rightarrow +\infty} ue^u = 0$)

2- بين أن $f'(x) = g(x)$ لكل x من R ثم استنتج أن الدالة f تزايدية قطعاً على R .

3- أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ واستنتج أن (C) يقبل فرعاً شلجيمياً في اتجاه محور الأرتياب.

ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x + 1)]$ واستنتج أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x + 1$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $-\infty$

ج- حدد زوج إحداثيتي نقطة تقاطع المستقيم (Δ) والمنحنى (C) ثم بين أن المنحنى (C) يوجد تحت المستقيم (Δ) على المجال

$\left]-\infty, \frac{1}{2}\right]$ وفوق المستقيم (Δ) على المجال $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right]$

4- أ- بين أن $y = x$ هي معادلة للمستقيم (T) مماس للمنحنى (C) في النقطة O .

ب- بين أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف أفصولها $\frac{1}{2}$ - (تحديد أرتوب نقطة الانعطاف غير مطلوب)

5- أنشئ المستقيمين (Δ) و (T) والمنحنى (C) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

6- أ- باستعمال مكاملة الأجزاء بين أن $\int_0^{\frac{1}{2}} (2x - 1)e^{2x} dx = 1 - \frac{e}{2}$

ب- بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) والمستقيم (T) المماس للمنحنى (C) والمستقيمين اللذين معادلتهما

$x = 0$ و $x = \frac{1}{2}$ هي $(6 - 2e)cm^2$