

الحساب المثلثي

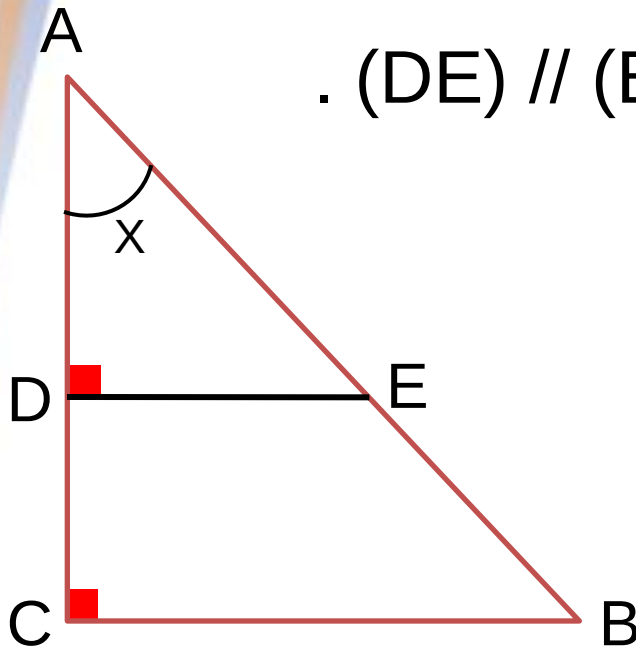
المادة : الرياضيات

المستوى : الثالثة ثانوي إعدادي

أنشطة تمهيدية

نشاط تمهيدي ١ :

ABC مثلث قائم الزاوية في C بحيث $(DE) \parallel (BC)$.



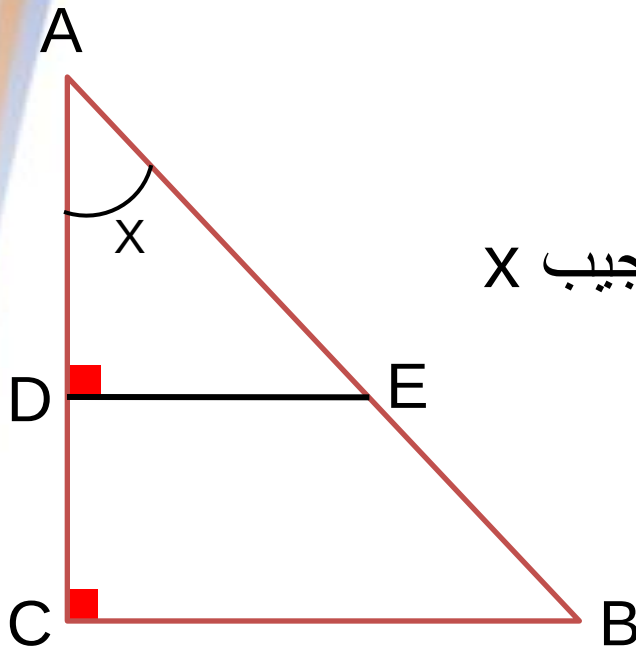
١- بين أن $\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AE}$

العدد $\frac{AC}{AB}$ يسمى جيب تمام الزاوية x

ونرمز له ب $\cos x$

أنشطة تمهيدية

٢- ثم بين أن $\frac{DE}{AE} = \frac{CB}{AB}$

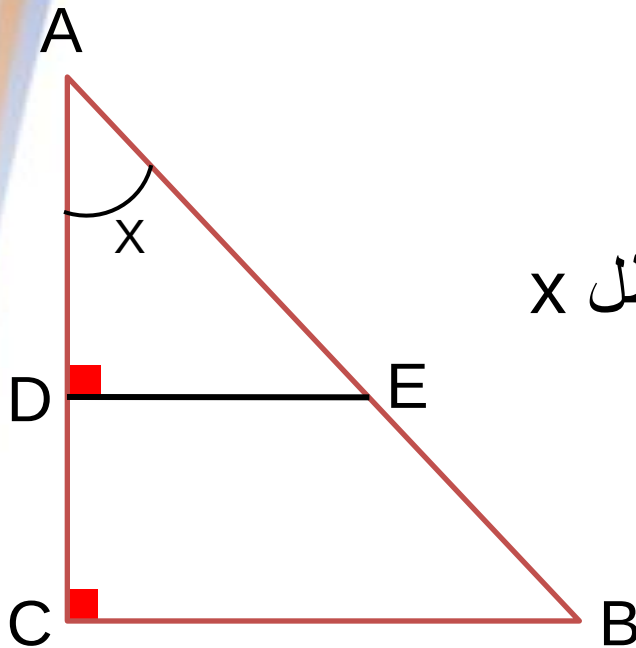


العدد $\frac{CB}{AB}$ يسمى جيب الزاوية $\hat{BAC}$ أو جيب x

ونرمز له ب $\sin \hat{BAC}$ أو $\sin x$

أنشطة تمهيدية

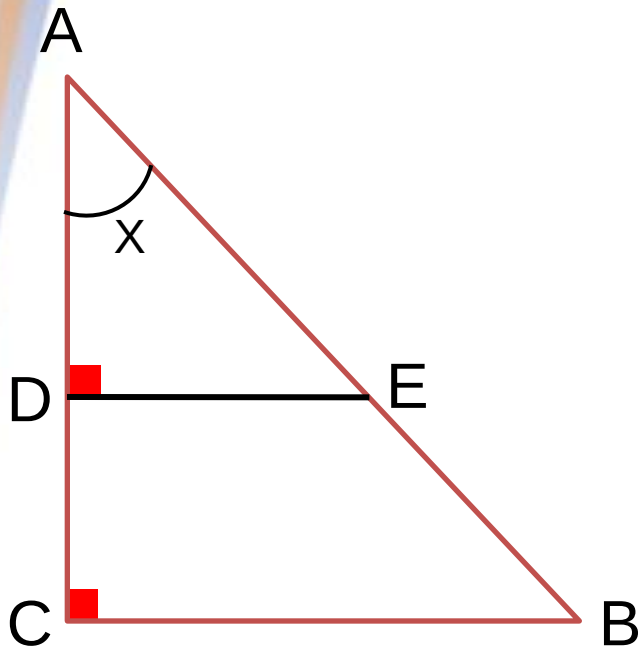
3- هل $\frac{DE}{AD} = \frac{BC}{AC}$ علل جوابك.



العدد $\frac{BC}{AC}$ يسمى ظل الزاوية $\hat{BAC}$ أو ظل x

ونرمز له ب $\tan x$ C $\hat{AB}$

٤- أتمم :



$$\cos \hat{A}BC = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$$

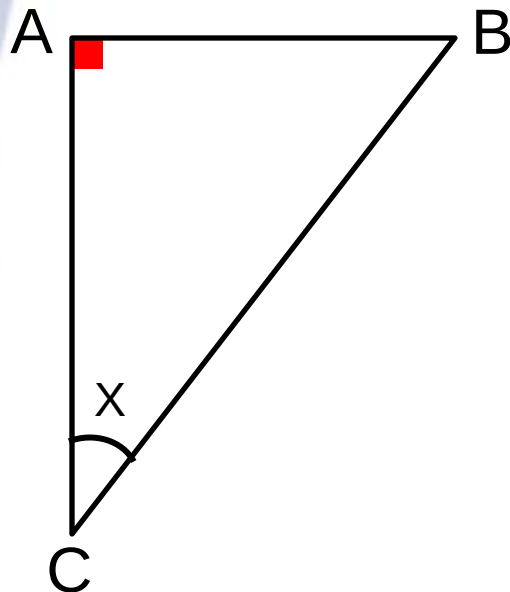
$$\sin \hat{A}BC = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$$

$$\tan \hat{A}BC = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$$

أنشطة تمهيدية

نشاط تمهيدي 2 :

ABC مثلث قائم الزاوية في A ، نرمز بـ x للزاوية $\widehat{ACB}$.



١- حدد $\sin x$ و $\cos x$

٢- بين أن $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

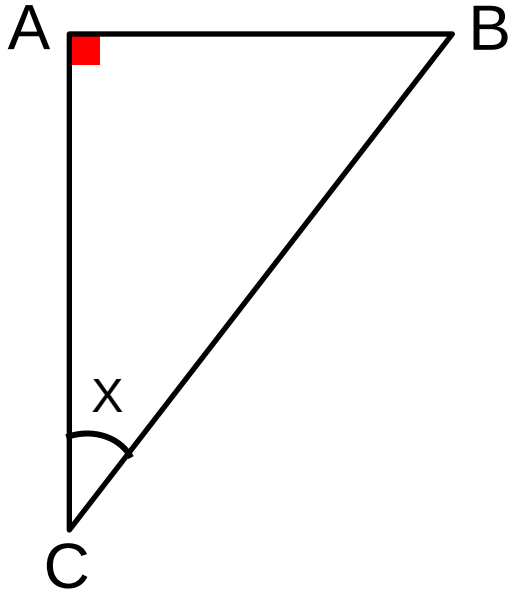
٣- استنتج أن:

أ- $0 < \sin x < 1$

ب- $0 < \cos x < 1$

٤- بين أن $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

١ - لدينا



$$\cos x = \frac{AC}{BC}$$

$$\sin x = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan x = \frac{AB}{AC}$$

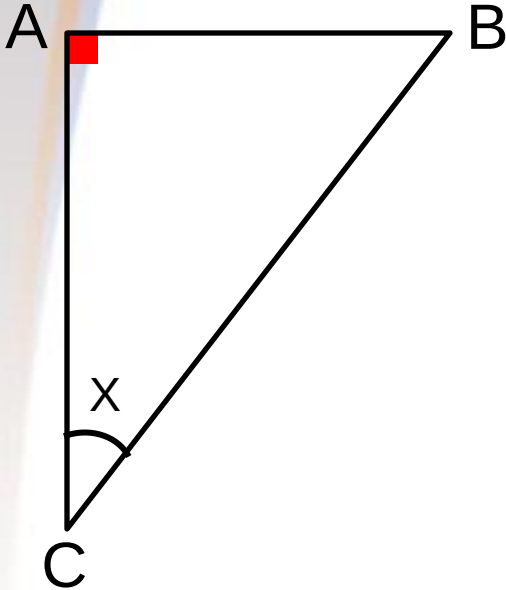
أنشطة تمهيدية

$$\cos^2 x + \sin^2 x = \frac{AC^2 + AB^2}{BC^2} \quad - \quad ٢$$

المثلث ABC قائم الزاوية في A حسب مبرهنة فيثاغورس

$$\frac{AC^2 + AB^2}{BC^2} = 1 \quad \text{ومنه} \quad (1) \quad AC^2 + AB^2 = BC^2$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \text{إذن}$$



أنشطة تمهيدية

٣- في المثلث ABC، $AC > 0$ و $AB > 0$ و $BC > 0$

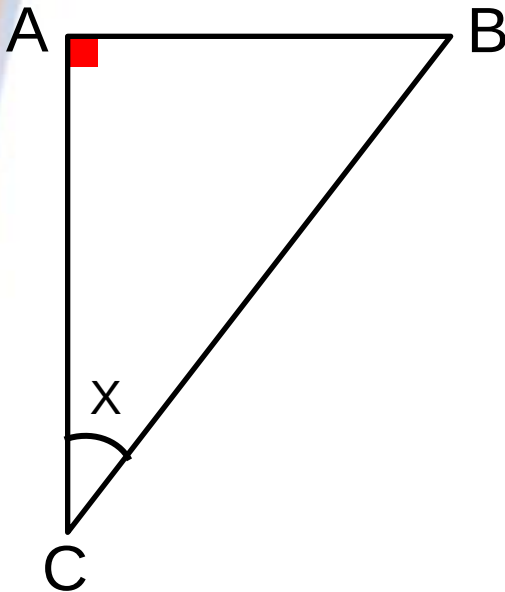
نستنتج من (١) أن $AC^2 < BC^2$ $\Rightarrow AC < BC$

و بالتالي $AC < BC$

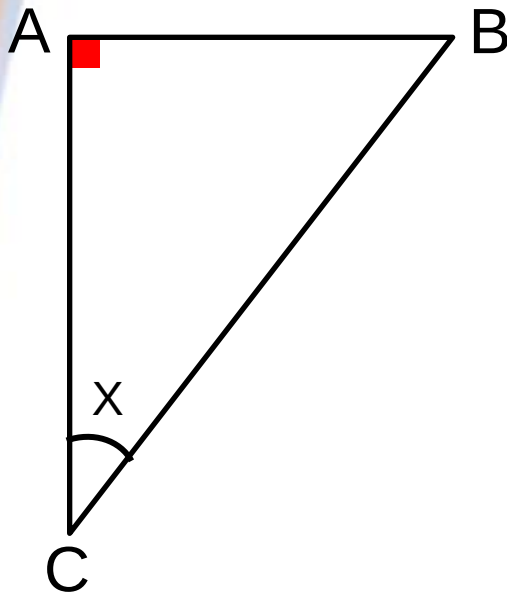
إذن $0 < \frac{AC}{BC} < 1$ ، $0 < \frac{AB}{BC} < 1$

وبالتالي أ- $0 < \sin x < 1$

ب- $0 < \cos x < 1$



٤- لدينا بعد التعويض والاختزال



$$\frac{\sin x}{\cos x} = \frac{AB}{BC} \times \frac{BC}{AC} = \frac{AB}{AC}$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

ومنه

أنشطة تمهيدية

نشاط تمهيدي 3 :

١- لتحديد جيب زاوية حادة قياسها x بالدرجة باستعمال المحسبة

نتبع الخطوات التالية : $\sin x =$

النتيجة التي تظهر على شاشة المحسبة هي قيمة مقربة لـ $\sin x$

أ- باستعمال المحسبة حدد $\sin 20^\circ$ و $\sin 20^\circ$ و $\sin 35^\circ$.

ب- بإتباع نفس الخطوات السابقة وبتغيير $\sin$ بـ $\tan$ ،

حدد $\tan 20^\circ$ و $\tan 20^\circ$ و $\tan 35^\circ$.

أنشطة تمهيدية

١- لتحديد قياس زاوية حادة حيث $\sin x = 0,456$

باستعمال المحسبة

نتبع الخطوات التالية :

$$\boxed{SHiFT} \quad \boxed{\sin^{-1}} \quad \boxed{0.456} \quad \boxed{=}$$

النتيجة التي تظهر على شاشة المحسبة هي قيمة مقربة للزاوية x .

حدد قيمة مقربة لكل من a و b حيث $\tan b = 3$ ، $\sin a = \frac{3}{4}$

النسب المثلثية في مثلث قائم الزاوية

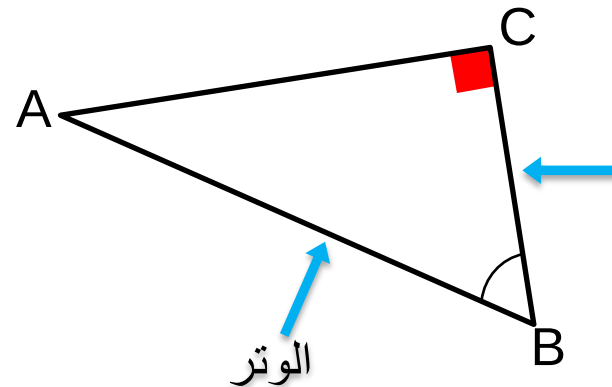
جيب التمام زاوية حادة

ABC مثلث قائم الزاوية في C.

جيب تمام الزاوية الحادة $\hat{ABC}$ هو خارج طول الضلع المحاذي

للزاوية على طول الوتر. ونرمز له بالرمز $\cos \hat{ABC}$

$$\cos \hat{ABC} = \frac{BC}{AB}$$



الضلع المحاذي
للزاوية $\hat{ABC}$

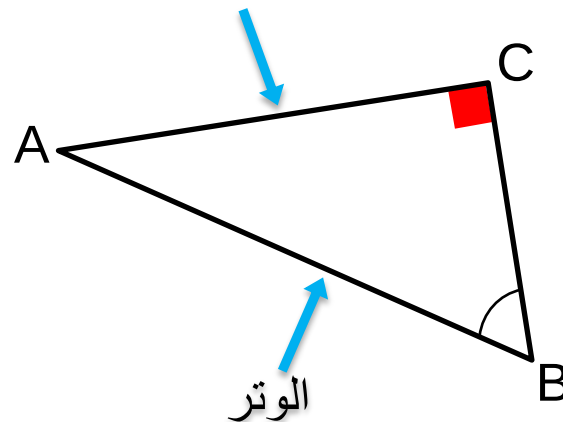
جيب زاوية حادة

ABC مثلث قائم الزاوية في C.

جيب الزاوية الحادة $\hat{A}BC$ هو خارج طول الضلع المقابل للزاوية

على طول الوتر. ونرمز له بالرمز $\sin(\hat{A}BC)$

الضلع المقابل للزاوية $\hat{A}BC$



$$\sin \hat{A}BC = \frac{BC}{AB}$$

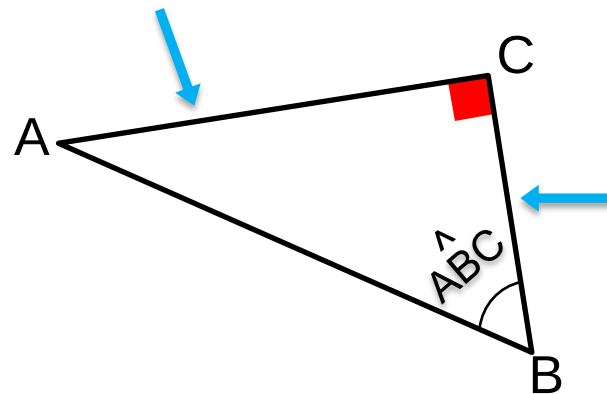
ظل زاوية حادة

ABC مثلث قائم الزاوية في C.

جيب تمام الزاوية الحادة $\hat{A}BC$ هو خارج طول الضلع المقابل

للزاوية على طول الضلع المجازي. ونرمز له بالرمز $\tan \hat{A}BC$

الضلع المقابل للزاوية $\hat{A}BC$



الضلع المجازي
للزاوية $\hat{A}BC$

$$\tan \hat{A}BC = \frac{BC}{AB}$$

قاعدة ١

ليكن ABC مثلث قائم الزاوية في A .

إذا كان x قياس زاوية حادة في المثلث ABC ، فإن :

$$\sin^2 x + \cos^2(x) = 1$$

قاعدة 2

ليكن ABC مثلث قائم الزاوية في A .

إذا كان x قياس زاوية حادة في المثلث ABC ، فإن :

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

١- تحديد النسب المثلثية لزاوية حادة.

$$x \longrightarrow \sin \longrightarrow =$$

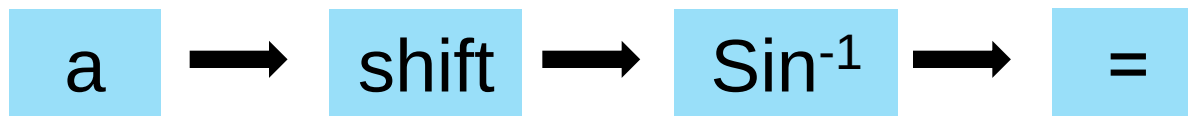
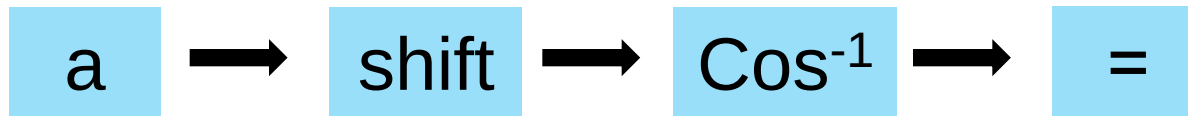
$$x \longrightarrow \cos \longrightarrow =$$

$$x \longrightarrow \tan \longrightarrow =$$

٢- تحديد قياس زاوية حادة انطلاقا من إحدى نسبها المثلثية.

لتحديد زاوية حادة x تحقق $\cos x = a$ أو $\sin x = a$ حيث $0 \leq a \leq 1$

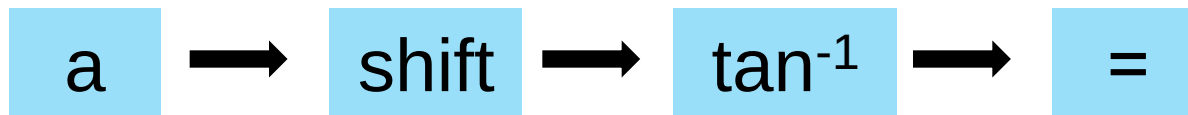
نتبع الخطوات التالية :



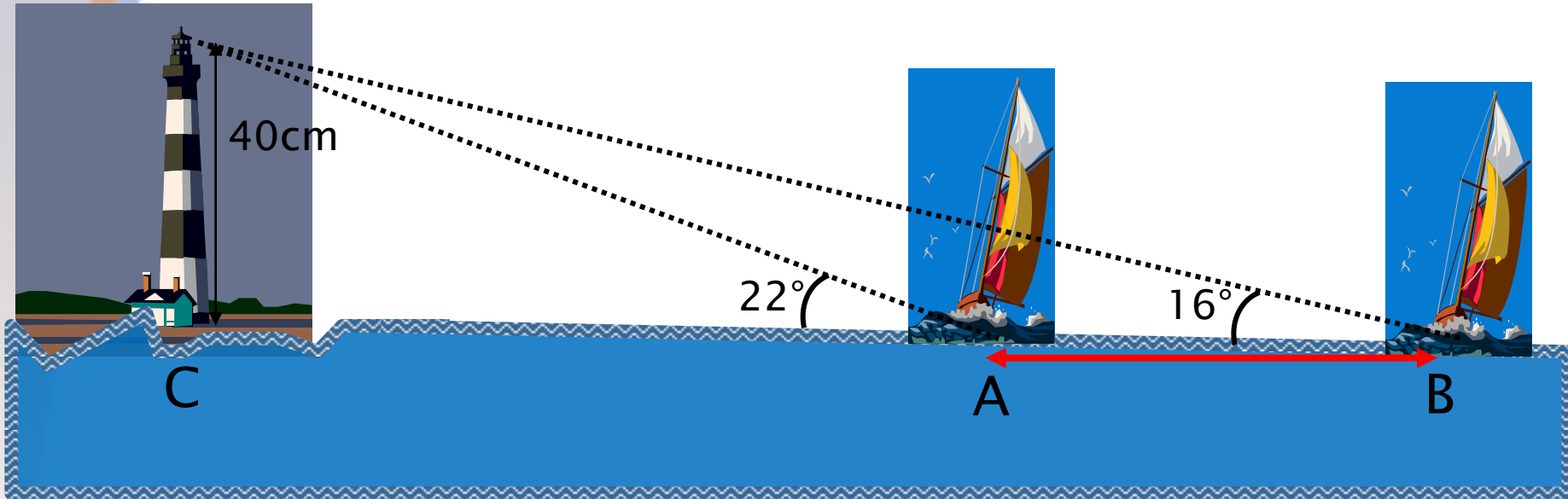
لتحديد زاوية حادة x أو قيمة مقربة لها باستعمال الآلة الحاسبة

تحقق $\tan x = a$ حيث عدد حقيقي أكبر قطعاً من ٠ .

نتبع الخطوات التالية :



المسألة ١



أحسب AB

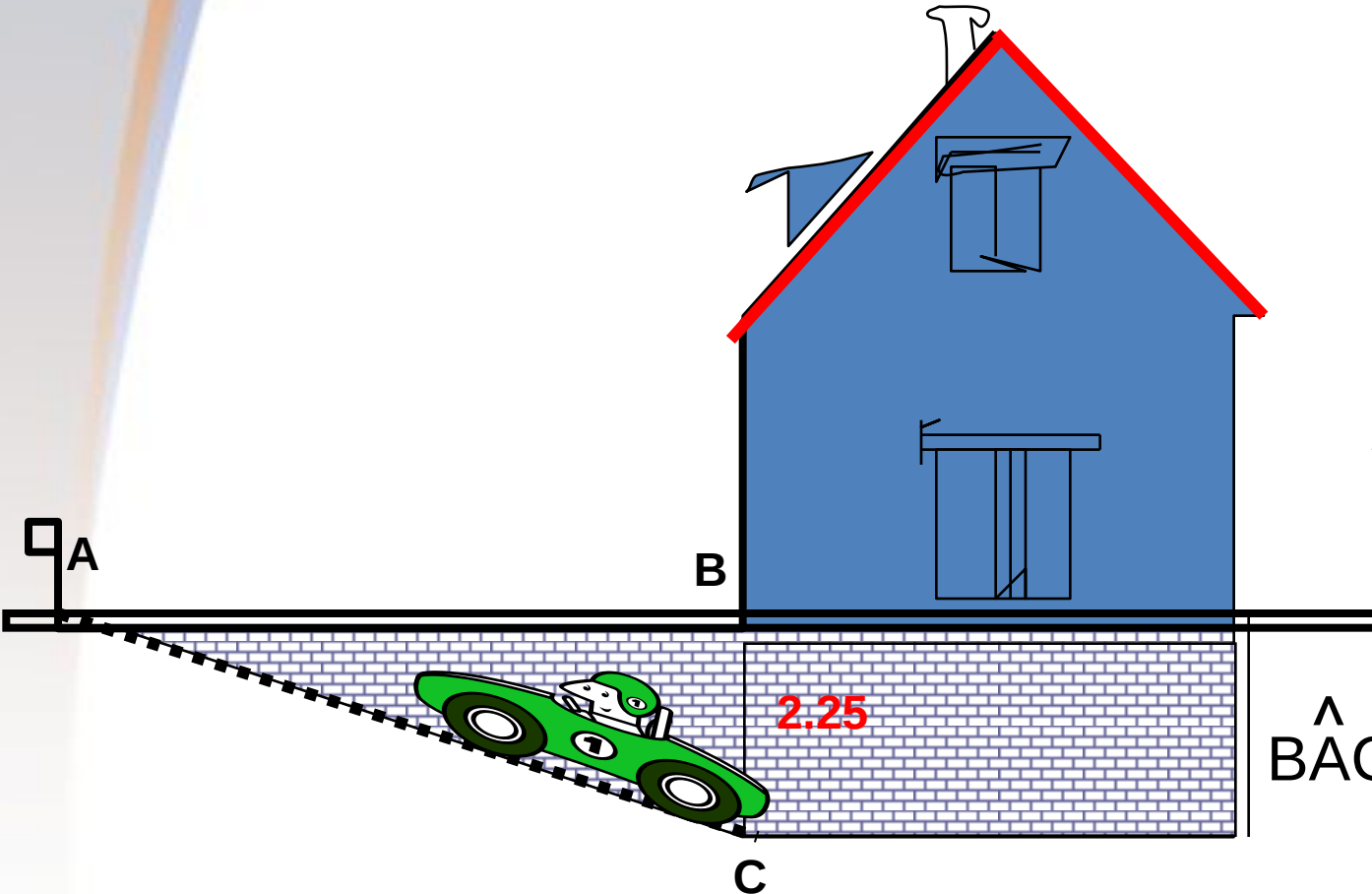
$$\begin{aligned} AB &= CB - CA \\ &= \frac{40}{\tan 16^\circ} - \frac{40}{\tan 22^\circ} \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

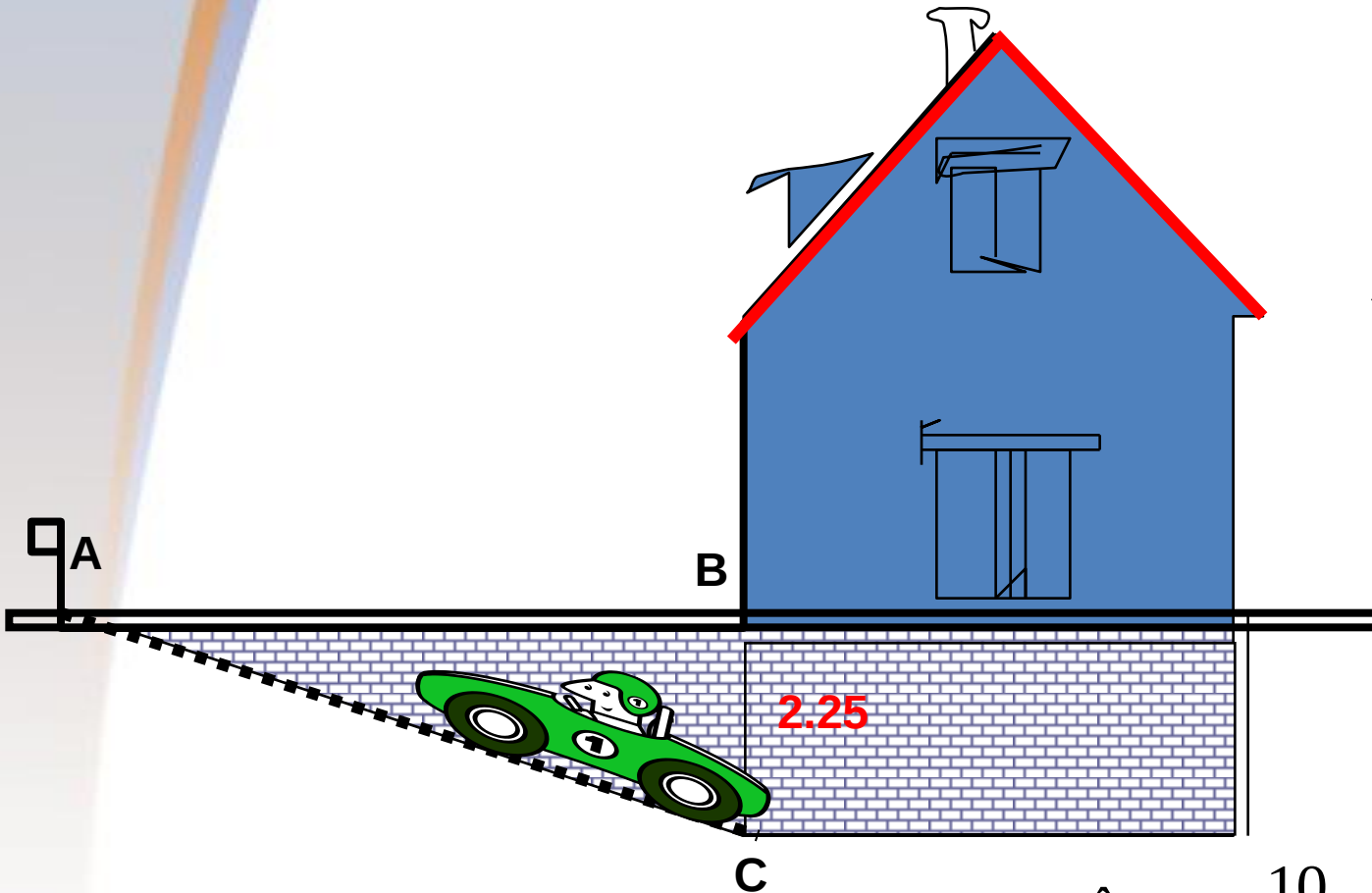
المسألة 2

لدينا

$$BC = 2,25 \text{ m.}$$

$$AC = 10,25 \text{ m.}$$

١- أحسب AB ٢- حدد قياس للزاوية $\hat{BAC}$ 



-1

$$AB = \sqrt{AC^2 - BC^2}$$

$$AB = \sqrt{10,25^2 - 2,25^2}$$

$$AB = \sqrt{8 \times 12,5}$$

$$AB = \sqrt{100}$$

$$AB = 10\text{cm}$$

-2

$$\cos \hat{BAC} = \frac{10}{10,25} = 0,975$$

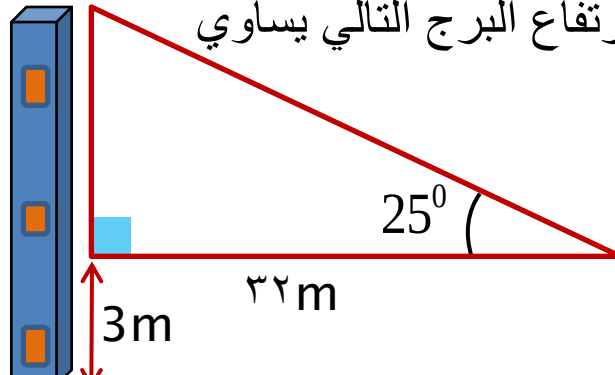
$$\hat{BAC} = 12,68^\circ$$

اختر الجواب أو الأجوبة الصحيحة .

الاسئلة	جواب ١	جواب ٢	جواب ٣
ABC مثلث قائم الزاوية في A $\sin(\hat{ABC})$ يساوي	$\frac{AB}{BC}$	$\frac{AC}{BC}$	$\frac{AC}{AB}$
MNP مثلث قائم الزاوية في M بحيث $MN = 2\sqrt{10}$ و $MP = 3$ إذن	$\cos \hat{MPN} = \frac{3}{7}$	$\tan \hat{MPN} = \frac{2\sqrt{10}}{3}$	$\tan \hat{PNM} = \frac{3}{2\sqrt{10}}$
إذا علمت أن $\cos x = \frac{1}{3}$ حيث x قياس زاوية حادة فان :	$\sin x = \frac{2\sqrt{2}}{3}$	$\tan x = \frac{1}{2\sqrt{2}}$	$\tan x = 2\sqrt{2}$
x زاوية حادة حيث $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$x = 30^0$	$x = 60^0$	$x = 45^0$

الدعم والتقوية

اختر الجواب أو الأجوبة الصحيحة .

الاسئلة	جواب ١	جواب ٢	جواب ٣
باستعمال المحسبة القيمة المقربة بإفراط إلى 0,01 لـ $\sin x = 30^\circ$	0,34	0,4	0,38
باستعمال المحسبة القيمة المقربة بتفريط إلى 0,01 لـ $\tan x = 30^\circ$	3,65	3,72	4
ارتفاع البرج التالي يساوي 	$3 + 32 \sin 25^\circ$	$3 + 32 \cos 25^\circ$	$3 + 32 \tan 25^\circ$