

المادة:	الرياضيات	المعامل:	7
الشعب(ة):	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	مدة الإنجاز:	3 س

تمرين 1

(1) أ -

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$\Delta = 36 \quad x_1 = 1 \quad x_2 = -5$$

$$\text{ب - } \ln(x^2 + 5) = \ln(x + 2) + \ln(2x) \text{ على }]0, +\infty[$$

$$\Leftrightarrow \ln(x^2 + 5) = \ln(2x^2 + 4x)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 5 = 2x^2 + 4x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$x_1 = 1 \in]0, +\infty[\quad x_2 = -5 \notin]0, +\infty[$$

$$S = \{1\}$$

(2)

$$\ln x + \ln(x+1) \geq \ln(x^2+1) \text{ على }]0, +\infty[$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x \geq x^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow x \geq 1$$

$$S = [1, +\infty[$$

تمرين 2

$$u_0 = 1 \quad \text{لكل } n \text{ من } \mathbb{N} \quad u_{n+1} = \frac{u_n}{5+8u_n}$$

$$(1) \text{ من أجل } n = 0 : u_0 = 1 > 0$$

$$u_n > 0 \quad \text{افتراض التراجع:}$$

$$\text{البرهان من أجل } n + 1 :$$

$$\text{لدينا : } u_n > 0 \quad \text{و} \quad 5 + 8u_n > 0$$

$$\text{إذن : } \frac{u_n}{5+8u_n} \quad \text{ومنه} \quad u_{n+1} > 0$$

$$(2) \text{ أ - } v_{n+1} = \frac{1}{u_{n+1}} + 2 = \frac{5+8u_n}{u_n} + 2$$

$$= \frac{5+10u_n}{u_n} = \frac{5}{u_n} + 10$$

$$= 5\left(\frac{1}{u_n} + 2\right) = 5v_n$$

$$\text{إذن : } (V_n) \text{ هندسية حدها الأول } v_0 = \frac{1}{u_0} + 2 = 3$$

$$\text{وأساسها } q = 5$$

$$\text{ومنه} \quad v_n = v_0 \times q^n = 3 \times 5^n$$

ب -

$$\frac{1}{u_n} = v_n - 2 \Rightarrow u_n = \frac{1}{v_n - 2}$$

$$\Rightarrow u_n = \frac{1}{3 \times 5^n - 2}$$

$$\text{لدينا : } \lim 5^n = +\infty \quad \text{لأن : } 5 > 1 \quad \text{إذن : } \lim u_n = 0$$

تمرين 3

$$(1) \quad z^2 - 18z + 82 = 0$$

$$\Delta = -4 = (2i)^2 \rightarrow z_1 = 9 - i \quad z_2 = 9 + i$$

(2) أ -

$$\frac{c-b}{a-b} = \frac{11-i-9+i}{9+i-9+i} = \frac{2}{2i} = \frac{1}{i} = -i$$

$$\frac{c-b}{a-b} = -i = \left[1, -\frac{\pi}{2}\right]$$

$$\Rightarrow \frac{BC}{BA} = 1 \quad \text{و} \quad (\vec{BC}, \vec{BA}) \equiv -\frac{\pi}{2} [2\pi]$$

$$\text{إذن } ABC \text{ مثلث قائم الزاوية ومتساوي الساقين في } B$$

$$\text{ب - } 4(1-i) = 4\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i\right) = [4\sqrt{2}, -\frac{\pi}{4}]$$

$$\text{ج - } (c-a)(c-b) = (11-i-9-i)(11-i-9+i) = (2-2i)(2) = 4(1-i)$$

$$\Rightarrow |c-a||c-b| = |4(1-i)| = 4\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow AC \times BC = 4\sqrt{2}$$

$$f(x) = 2e^x - xe^x - x$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 - 0 - (-\infty) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2e^x - xe^x) = 0 - 0 = 0$$

ب - إذن المستقيم (D) الذي معادلته $y = -x$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $-\infty$

$$\begin{aligned} f'(x) &= (2-x)'e^x + (2-x)(e^x)' - (x)' \\ &= -e^x + (2-x)e^x - 1 \\ &= (1-x)e^x - 1 = g(x) \end{aligned}$$

ب - لدينا $f(0) = 2$ و $f'(0) = g(0) = 0$ وهذا يعني أن (C) يقبل مماساً أفقياً في النقطة $(0, 2)$

ج - لدينا $f'(x) = g(x) \leq 0$ وتعدم فقط في 0 إذن f تناقصية قطعاً على $\mathbb{R}$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$		$-\infty$

4) لدينا f متصلة وتناقصية قطعاً على $\mathbb{R}$ و $f\left(\frac{3}{2}\right) \times f(2) < 0$

إذن يوجد عدد α وحيد في $\left] \frac{3}{2}, 2 \right[$ بحيث $f(\alpha) = 0$ حسب مبرهنة القيم الوسيطة

$$\begin{aligned} f(x) + x &= 0 \\ (2-x)e^x &= 0 \\ 2-x &= 0 \quad (e^x \neq 0) \quad \text{لأن} \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$$f(2) = -2 \quad \text{ولدينا}$$

إذن (C) و (D) يتقاطعان في النقطة $A(2, -2)$

ب - إشارة $f(x) + x$ هي إشارة $(2-x)e^x$

(2) أ -

$$z' - b = e^{\frac{3\pi}{2}} (z - b)$$

$$\Rightarrow z' = -i(z - b) + b$$

$$\Rightarrow z' = -iz + b(1 + i)$$

$$\Rightarrow z' = -iz + (9 - i)(1 + i)$$

$$\Rightarrow z' = -iz + 9 + 9i - i + 1$$

$$\Rightarrow z' = -iz + 10 + 8i$$

$$c' = -ic + 10 + 8i$$

$$\Rightarrow c' = -i(11 - i) + 10 + 8i$$

$$\Rightarrow c' = -11i - 1 + 10 + 8i$$

$$\Rightarrow c' = 9 - 3i$$

تمرين 4

$$\begin{aligned} g'(x) &= (1-x)'e^x + (1-x)(e^x)' \\ &= -e^x + (1-x)e^x \\ &= e^x(-1 + 1 - x) = -xe^x \end{aligned}$$

ب - إشارة g' هي إشارة $-x$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$-x$	+	0	-

إذن g تناقصية على $[0, +\infty[$ وتزايدية على $] -\infty, 0]$

$$g(0) = (1-0)e^0 - 1 = 1 - 1 = 0$$

2) لدينا $g(0) = 0$ قيمة قصوى مطلقة لـ g على $\mathbb{R}$ إذن $g(x) \leq 0$ لكل x من $\mathbb{R}$.

$$f(x) = (2-x)e^x - x \quad \text{II -}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (2-x)e^x = -\infty \quad \text{أ - لدينا}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} -x = -\infty$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

ب -

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2-x)e^x - x}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2-x)e^x}{x} - 1 \\ &= (-\infty) + (-\infty) = -\infty \end{aligned}$$

إذن (C) يقبل فرعاً شلجيمياً في اتجاه محور الأرتيب بجوار $+\infty$.

$$\int_{-1}^0 (2-x)e^x dx =$$

$$\begin{cases} u = 2-x & u' = -1 \\ v' = e^x & v = e^x \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int_{-1}^0 (2-x)e^x dx &= \left[(2-x)e^x \right]_{-1}^0 - \int_{-1}^0 -e^x dx \\ &= \left[(2-x)e^x \right]_{-1}^0 + \left[e^x \right]_{-1}^0 \\ &= 2 - 3e^{-1} + 1 - e^{-1} \\ &= 3 - 4e^{-1} = 3 - \frac{4}{e} \end{aligned}$$

ب -

$$\begin{aligned} A(\Delta) &= \int_{-1}^0 (f(x) - (-x)) dx \quad (1cm^2) \\ &= \int_{-1}^0 (2-x)e^x dx \quad (1cm^2) \\ &= 3 - \frac{4}{e} \quad (1cm^2) \end{aligned}$$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)+x$	+	0	-

ج - (C) يوجد فوق (D) على $2, 1[-\infty$ وتحت (D) على $+\infty[2, 1$.

$$f''(x) = g'(x) = -xe^x \quad \text{ب - (6)}$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f''(x)$		0	

(C) يقبل نقطة انعطاف وحيدة $(0, 2)$ $f(0)=2$

ب -

