

تمرين 1

$$1. \quad x^2 - 2x - 3 = 0 \quad x_1 = -1 \quad x_2 = 3 \quad \Delta = 16$$

$$e^x - \frac{3}{e^x} - 2 = 0 \Leftrightarrow (e^x)^2 - 2e^x - 3 = 0 \quad \text{ب-}$$

$$e^x = -1 \quad \text{أو} \quad e^x = 3$$

$$(\forall x \in \mathbb{R}) : e^x > 0 \quad \text{لا يمكن لأن} \quad e^x = -1$$

$$\boxed{x = \ln(3)} \quad \text{إذن} \quad e^x = 3 \quad \text{ومنه}$$

$$2. \quad e^{x+1} \geq e^{-x} \Leftrightarrow e^{x+1} - e^{-x} \geq 0$$

$$x+1 \geq -x \Leftrightarrow x+x \geq -1$$

$$2x \geq -1 \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{2}$$

$$\boxed{S = \left[-\frac{1}{2}, +\infty\right]}$$

تمرين 2

$$1. \quad z^2 - 6z + 18 = 0$$

$$D = -36 = (6i)^2 \quad z_1 = 3 + 3i \quad z_2 = 3 - 3i$$

$$2. \quad a = 3 + 3i = 3\sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i \right) = \left[3\sqrt{2}, \frac{\pi}{4} \right] \quad \text{أ-}$$

$$b = 3 - 3i = 3\sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i \right) = \left[3\sqrt{2}, -\frac{\pi}{4} \right]$$

$$\text{ب- لدينا} \quad b' = b + a$$

$$b' = 3 - 3i + 3 + 3i = 6$$

$$\text{ج-} \quad \frac{b-b'}{a-b} = \frac{3-3i-6}{3+3i-6} = \frac{1+i}{1-i} = i = \left[1, \frac{\pi}{2} \right]$$

$$\text{نعلم أن :} \quad \frac{b-b'}{a-b} = \left[\frac{B'B}{B'A}, (\overrightarrow{B'A}, \overrightarrow{B'B}) \right]$$

$$\text{إذن :} \quad \frac{B'B}{B'A} = 1 \quad \text{أي :} \quad B'B = B'A$$

$$\text{و} \quad (\overrightarrow{B'A}, \overrightarrow{B'B}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$$

ومنه المثلث $AB'B$ متساوي الساقين وقائم الزاوية في B' .

3. لدينا $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{OA}$ لأن B' هي صورة B بالإزاحة التي متجهتها OA .

إذن : $OAB'B$ متوازي أضلاع وضلعان متتابعان متقايسان وله زاوية قائمة، إذن فهو مربع.

تمرين 3

$$1. \quad U_{n+1} - \frac{1}{3} = \frac{6U_n}{1+15U_n} - \frac{1}{3}$$

$$= \frac{18U_n - 1 - 15U_n}{3(1+15U_n)} = \frac{3U_n - 1}{3(1+15U_n)}$$

$$= \frac{U_n - \frac{1}{3}}{1+15U_n}$$

$$\text{ب- من أجل } n=0 \quad U_0 = 1 > \frac{1}{3} \quad (\text{صحيح})$$

$$U_n > \frac{1}{3} \quad \text{افتراض التراجع :}$$

$$\text{البرهان من أجل } n+1 :$$

$$\text{لدينا} \quad U_n > \frac{1}{3} \quad \text{إذن} \quad U_n - \frac{1}{3} > 0 \quad \text{و} \quad 1+15U_n > 0$$

$$\text{إذن :} \quad \frac{U_n - \frac{1}{3}}{1+15U_n} > 0 \quad \text{أي :} \quad U_{n+1} - \frac{1}{3} > 0$$

$$\boxed{U_{n+1} > \frac{1}{3}} \quad \text{ومنه}$$

$$\frac{f(x)}{x} = \left(\frac{x-1}{x}\right) \cdot \frac{\ln(x)}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0 \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{x} = 1 \quad \text{لدينا :}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0 \quad \text{إذن :}$$

ج- إذن (C) يقبل فرعاً شلجيمياً في اتجاه محور الأفاسيل بجوار $(+\infty)$

$$f'(x) = \left(\frac{x-1}{x}\right)' \cdot \ln(x) + \left(\frac{x-1}{x}\right) \cdot \ln'(x) \quad - \text{أ} . 2$$

$$= \frac{1}{x^2} \ln(x) + \frac{x-1}{x^2} = \frac{x-1+\ln(x)}{x^2}$$

$$= \frac{g(x)}{x^2}$$

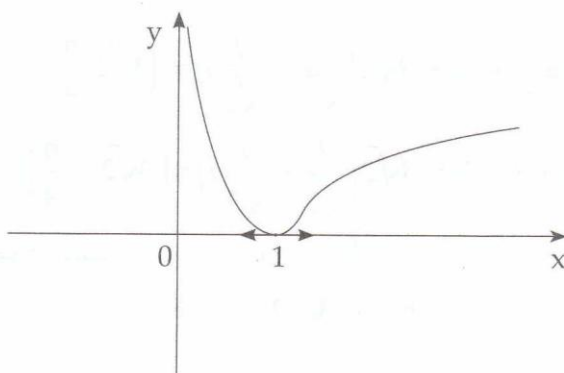
ب- إشارة f' هي إشارة g

ونعلم حسب السؤال (I) أن $g \geq 0$ على $[1, +\infty[$

و $g \leq 0$ على $[0, 1]$

إذن f تزايدية على $[1, +\infty[$ وتناقصية على $[0, 1]$

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		$\ominus$	$+$
$f(x)$	$+\infty$	0	$+\infty$



$$\vartheta_{n+1} = 1 - \frac{1}{3U_{n+1}} = 1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1+15U_n}{6U_n} \quad . 2$$

$$= \frac{18U_n - 1 - 15U_n}{18U_n} = \frac{3U_n - 1}{18U_n}$$

$$= \frac{1}{16} \left(\frac{3U_n - 1}{3U_n} \right) = \frac{1}{16} \left(1 - \frac{1}{3U_n} \right)$$

$$= \frac{1}{6} \vartheta_n$$

إذن (ϑ_n) متتالية هندسية حدها الأول :

$$\vartheta_0 = 1 - \frac{1}{3U_0} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

وأساسها $q = \frac{1}{6}$

$$\vartheta_n = \vartheta_0 \times q^n = \frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{6}\right)^n \quad \text{ومنه :}$$

تمرين 4

$$g'(x) = (x-1+\ln(x))' \quad \text{I - 1.1}$$

$$= 1 + \frac{1}{x} = \frac{x+1}{x}$$

ب- لدينا لكل x من I $x > 0$ و $x+1 > 0$

إذن : $g'(x) > 0$ إذن g تزايدية على I

2. لدينا : $g(1) = 0$

إذن لكل $x \geq 1$ لدينا : $g(x) \geq g(1)$ أي : $g(x) \geq 0$

ولكل $x \leq 1$ لدينا : $g(x) \leq g(1)$ أي : $g(x) \leq 0$

$$f(x) = \left(\frac{x-1}{x}\right) \ln(x) \quad - \text{II}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x-1}{x} = -\infty \quad \text{لدينا :}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty \quad \text{إذن :}$$

وهذا يعني أن (C) يقبل مقارب عمودي معادلته $x = 0$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{x} = 1 \quad \text{لدينا :}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{إذن :}$$

$$f(x) = \frac{x \ln(x) - \ln(x)}{x} \quad - \text{أ. 5}$$

$$= \ln(x) - \frac{\ln(x)}{x}$$

$$A(\Delta) = \int_1^e f(x) dx \text{ (1 cm}^2\text{)} \quad - \text{ب}$$

$$= \int_1^e \ln(x) dx - \int_1^e \frac{\ln(x)}{x} dx \text{ (1 cm}^2\text{)}$$

$$= 1 - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \text{ cm}^2$$

$$= 0,5 \text{ cm}^2$$

$$H'(x) = \left(\frac{1}{2} (\ln(x))^2 \right)' \quad - \text{أ. 4}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 2 \ln'(x) \cdot \ln(x) = \frac{\ln(x)}{x} = h(x)$$

إذن : H دالة أصلية لـ h على I .

$$\int_1^e \frac{\ln(x)}{x} dx = \left[\frac{1}{2} (\ln(x))^2 \right]_1^e \quad - \text{ب}$$

$$= \frac{1}{2} (\ln(e))^2 - \frac{1}{2} (\ln(1))^2 = \frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{ccc} U = \ln(x) & \xrightarrow{\quad} & U' = \frac{1}{x} \\ & \searrow & \downarrow \\ \vartheta' = 1 & \xrightarrow{\quad} & \vartheta = x \end{array} \quad - \text{ج}$$

$$\int_1^e \ln(x) dx = \left[x \ln(x) \right]_1^e - \int_1^e 1 dx$$

$$= \left[x \ln(x) \right]_1^e - \left[x \right]_1^e$$

$$= e \ln(e) - 1 \ln(1) - e + 1$$

$$= e - e + 1$$

$$= 1$$