

التمرين الأول

(1) حساب النهايتين:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2 + 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2} = 0.$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 1}{3x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{3x} = \frac{2}{3}.$$

التمرين الثاني

(1) حل المعادلة: $8x^2 + 2x - 3 = 0$

$$\Delta = 4 + 96 = 100$$

ومنه المعادلة تقبل حلين مختلفين هما:

$$x_1 = \frac{-2 + 10}{16} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-2 - 10}{16} = \frac{-12}{16} = -\frac{3}{4}$$

ومنه: $S = \left\{ -\frac{3}{4}; \frac{1}{2} \right\}$

(2) حل المتراجحة: $\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{3}{4}\right) < 0$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{3}{4}\right) = 0$$

$$x - \frac{1}{2} = 0 \text{ أو } x + \frac{3}{4} = 0$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ أو } x = -\frac{3}{4}$$

وإشارة $\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{3}{4}\right)$ تلخص في الجدول التالي:

x	$-\infty$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$x - \frac{1}{2}$	-		- ○	+
$x + \frac{3}{4}$	-	○	+	+
$\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{3}{4}\right)$	+	○	- ○	+

إذن حلول المتراجحة المقترحة هي:

$$S = \left] -\frac{3}{4}; \frac{1}{2} \right[$$

$$(S) \begin{cases} 3x + 4y = 22 \\ 4x + 3y = 20 \end{cases} \text{ حل النظام:}$$

$$\Delta \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = 9 - 16 = -7$$

$$\Delta x = \begin{vmatrix} 22 & 4 \\ 20 & 3 \end{vmatrix} = 66 - 80 = -14$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} 3 & 22 \\ 4 & 20 \end{vmatrix} = 60 - 88 = -28$$

ومنه: النظام (S) تقبل حلا وحيدا هو (x, y) بحيث:

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{-14}{-7} = 2$$

$$y = \frac{\Delta y}{\Delta} = \frac{-28}{-7} = 4$$

$$S = \{(2; 4)\} \quad \text{إذن:}$$

التمرين الثالث

$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} + U_n = \frac{3}{2} U_n ; (n \in \mathbb{N}) \end{cases} \quad \text{لدينا:}$$

$$U_1 + U_0 = \frac{3}{2} U_0 \quad (1) \quad \bullet \text{ نأخذ } n = 0 \text{ نجد:}$$

$$U_1 = \frac{3}{2} U_0 - U_0 = \frac{1}{2} U_0 = 1$$

• نأخذ $n = 1$ نجد:

$$U_2 + U_1 = \frac{3}{2} U_1$$

$$U_2 = \frac{3}{2} U_1 - U_1 = \frac{1}{2} U_1 = \frac{1}{2}$$

(2) لنبين أن $(U_n)_n$ متتالية هندسية

لدينا: لكل n من $\mathbb{N}$:

$$U_{n+1} + U_n = \frac{3}{2} U_n$$

$$U_{n+1} = \frac{3}{2} U_n - U_n \quad \text{ومنه:}$$

$$U_{n+1} = \frac{1}{2} U_n$$

إذن $(U_n)_n$ متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ وحدها الأول $U_0 = 2$

(3) حساب U_n بدلالة n .

بما أن $(U_n)_n$ هندسية فإن لكل n من $\mathbb{N}$ ، لدينا: $U_n = U_0 \cdot q^n$

$$U_n = 2 \left(\frac{1}{2} \right)^n$$

$$S = \frac{2^{10} - 1}{2^8} \quad (4) \quad \text{لنبين أن}$$

$$S = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_9 \quad \text{لدينا:}$$

بما أن $(U_n)_n$ متتالية هندسية فإن:

$$S = U_0 \left(\frac{1 - q^{10}}{1 - q} \right) = 2 \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{2} \right)^{10}}{1 - \frac{1}{2}} \right)$$

$$= 4 \left(1 - \frac{1}{2^{10}} \right) = 2^2 \left(\frac{2^{10} - 1}{2^{10}} \right)$$

$$= \frac{2^{10} - 1}{2^{10} \cdot 2^{-2}} = \frac{2^{10} - 1}{2^8}$$

ومنه المطلوب

التمرين الرابع

(1) حساب $f(0)$ و $f(-2)$
 لدينا: $f(x) = x^2 + 2x + 2$
 ومنه: $f(0) = 0^2 + 2 \times 0 + 2 = 2$

$$f(-2) = (-2)^2 + 2 \times (-2) + 2 \\ = 4 - 4 + 2 = 2$$

(2) حساب النهايتين:
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 + 2x + 2$
 $= \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty$$

(3) -a حساب $f'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$
 $f'(x) = (x^2 + 2x + 2)$
 $= 2x + 2$

-b بما أن لكل x من $\mathbb{R}$
 $f'(x) = 2x + 2$
 $= 2(x + 1)$

و $2 > 0$ ، فإن إشارة $f'(x)$ هي إشارة $x + 1$

-c جدول تغيرات f هو:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	1	$+\infty$

$$f(-1) = (-1)^2 + 2 \times (-1) + 2 \\ = 1 - 2 + 2 = 1$$

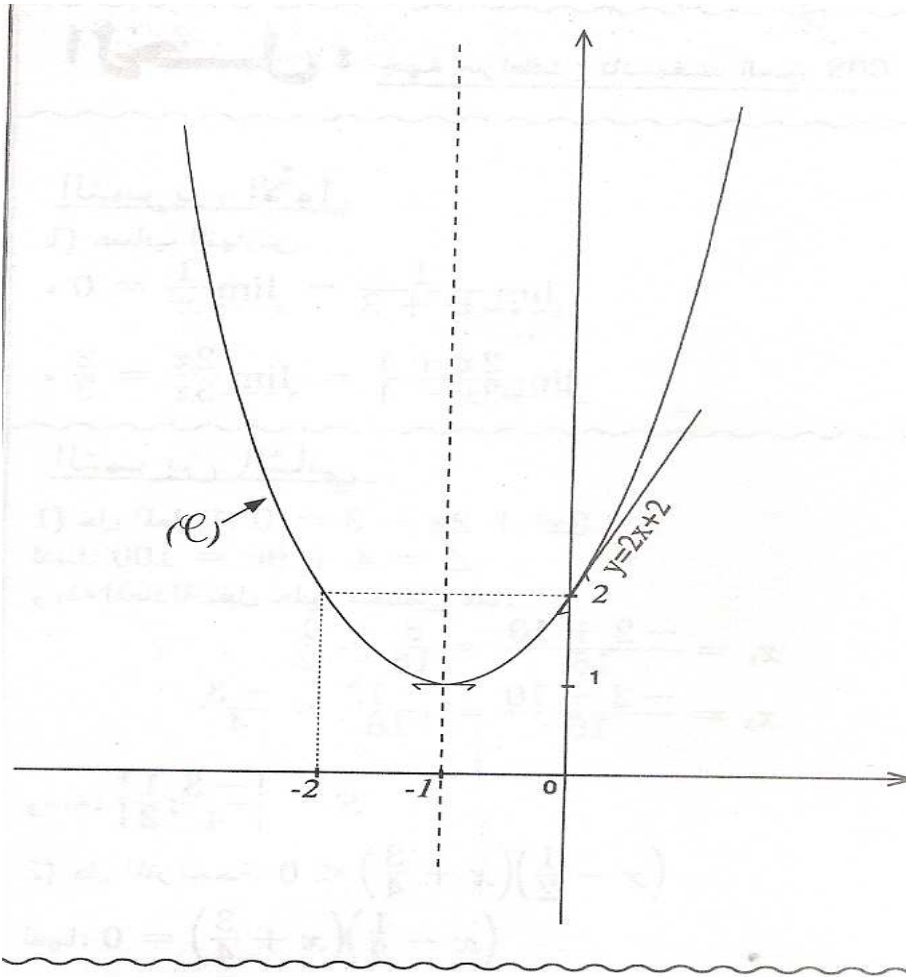
(4) -a معادلة المماس للمنحنى $(\mathcal{C})$ في النقطة ذات الأضلاع 0

هي: $y = f'(0)(x - 0) + f(0)$

بما أن: $f'(0) = 2$ و $f(0) = 2$

فإن المعادلة المطلوبة هي: $y = 2x + 2$

-b رسم $(\mathcal{C})$



التمرين الخامس

(1) ليكن x عدد النساء في هذا المكتب لدينا

$$x = \frac{25}{100} \cdot 12$$

$$x = \frac{12}{4} = 3$$

(2) (a) كل لجنة هي تأليفة لأربعة أشخاص من بين 12 إذن عدد الإمكانيات لاختيار هذه اللجن هو : $C_{12}^4 = 495$

(b) عدد اللجن التي تتكون من رجلين و امرأتين هو العدد :

$$C_3^2 \times C_9^2 = 3 \times 36 = 108$$