

2007

التمرين الاول

(1) مجموع التلاميذ هو 1450

نسبة التلميذات هي 38% إذن عدد التلميذات

$$\frac{1450 \times 38}{100} = 551 \quad \text{هو :}$$

ومنه عدد التلاميذ هو : $1450 - 551 = 899$

(2) أ) نحل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $x^2 - 7x + 6 = 0$

$$\Delta = 49 - 24 = 25 > 0$$

و منه المعادلة تقبل حلين مختلفين x_1 و x_2 حيث :

$$x_2 = \frac{7-5}{2} = 1 \text{ و } x_1 = \frac{7+5}{2} = 6$$

إذن : $S = \{1; 6\}$

ب) استنتاج حلول المتراجحة : $x^2 - 7x + 6 > 0$

x	$-\infty$	1	6	$+\infty$
$x^2 - 7x + 6$	+	○	○	+

إذن حلول المتراجحة هو : $S =]-\infty; 1[\cup]6; +\infty[$

(3) نحل النظام : $\begin{cases} 20x + 15y = 2000 \\ y - x = 5 \end{cases}$

لدينا $y = 5 + x$ إذن : $20x + 15(5 + x) = 2000$

$$20x + 15x + 75 = 2000 \quad \text{ومنه :}$$

$$35x = 1925 \quad \text{أي :}$$

$$x = \frac{1925}{35} = 55 \quad \text{إذن :}$$

$$y = 5 + x = 5 + 55 = 60 \quad \text{ومنه :}$$

وبالتالي $S = \{(55; 60)\}$

التمرين الثاني

لدينا : $V_n = \frac{3}{2}(2 + n)$

(1) حساب V_1 و V_0

$$V_0 = \frac{3}{2}(2 + 0) = 3$$

$$V_1 = \frac{3}{2}(2 + 1) = \frac{9}{2}$$

$$V_{n+1} - V_n = \frac{3}{2}(2 + n + 1) - \frac{3}{2}(2 + n) \quad (2)$$

$$= \frac{3}{2}(3 + n) - 3 - \frac{3}{2}n$$

$$\begin{aligned}
 V_{n+1} - V_n &= \frac{9}{2} + \frac{3n}{2} - 3 - \frac{3}{2}n \\
 &= \frac{9}{2} - 3 \\
 &= \frac{3}{2}
 \end{aligned}$$

ومنه $V_{n+1} = V_n + \frac{3}{2}$ أي $V_{n+1} - V_n = \frac{3}{2}$

إذن: (V_n) متتالية حسابية أساسها $r = \frac{3}{2}$.

(3) هل يوجد n من $\mathbb{N}$ بحيث: $V_n = 2007$ ؟

أي: $V_n = 2007$ يكافئ $\frac{3}{2}(2+n) = 2007$

أي: $2+n = \frac{2007 \times 2}{3} = \frac{4014}{3}$

ومنه: $n = \frac{4014}{3} - 2$ أي: $n = \frac{4014 - 6}{3}$

أي: $n = \frac{4008}{3} \notin \mathbb{N}$

إذن: 2007 ليس حدا من حدود المتتالية

(4) بما أن (V_n) متتالية حسابية فإن:

$$S = V_0 + V_1 + \dots + V_{19} = \frac{20(V_0 + V_{19})}{2}$$

نعلم أن: $V_n = V_0 + nr$ ومنه: $V_{19} = 3 + 19\left(\frac{3}{2}\right)$

أي: $V_{19} = 3 + \frac{57}{2} = \frac{63}{2}$

إذن: $S = \frac{20\left(3 + \frac{63}{2}\right)}{2} = 10\left(\frac{6 + 63}{2}\right) = 5(69)$

وبالتالي: $S = 345$

R	R	V	V
R		V	V

التمرين الثالث

نسحب كرتين بدون إحلال.

(1) عدد الإمكانيات هو: A_7^2

$$A_7^2 = \frac{7!}{5!} = \frac{7 \times 6 \times 5!}{5!} = 42$$

عدد الإمكانيات هو 42.

(2) عدد إمكانيات سحب كرتين من نفس اللون هو: $A_3^2 + A_4^2$

$$A_3^2 = \frac{3!}{1!} = 6 \text{ و } A_4^2 = \frac{4!}{2!} = 12$$

إذن عدد إمكانيات سحب كرتين من نفس اللون هو 18.

التمرين الرابع

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$$

(2) أ) f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا : $f'(x) = 3x^2 - 6x$

ب) إشارة $f'(x)$:

$$f'(x) = 0 \iff 3x(x-2) = 0 \iff x = 0 \text{ أو } x = 2$$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$3x^2 - 6x$	+		-		+

ذن : $f'(x) = 0$ يكافئ $x = 0$ أو $x = 2$

$$f'(x) > 0 \text{ يكافئ } x \in]-\infty; 0[\cup]2; +\infty[$$

$$f'(x) < 0 \text{ يكافئ } x \in]0; 2[$$

ج) جدول التغيرات :

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	$\bigcirc$	$-$	$\bigcirc$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

(3) أ) معادلة للمماس (T) في $x_0 = -1$ هي :

$$y = f'(-1)(x + 1) + f(-1)$$

$$f(-1) = -1 - 3 + 4 = 0$$

$$f'(-1) = 3 + 6 = 9$$

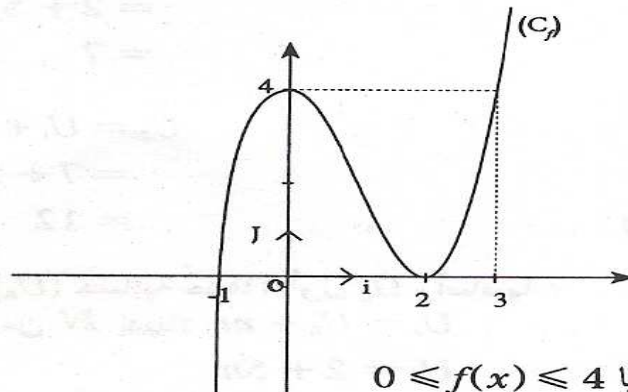
$$y = 9(x + 1) + 0$$

ومنه :

$$(T): y = 9x + 9$$

أي :

$$f(3) = 27 - 27 + 4 = 4 \text{ ب-}$$



(4) نحل مبيانيا $0 \leq f(x) \leq 4$

نلاحظ من خلال التمثيل المباني لـ f أن :

$$0 \leq f(x) \leq 4 \text{ يكافئ } x \in [-1; 3]$$

إذن حلول المتراجحة $0 \leq f(x) \leq 4$ هو : $S = [-1; 3]$