

كيمياء

الجزء الأول : دراسة محلول حمض البنزويك.

1-1 - حساب الكتلة m :

لدينا حسب تعبير التركيز C_a للمحلول : $Ca = \frac{n}{V} = \frac{m}{M.V}$ (كمية المادة : $n = \frac{m}{M}$ يعني : $m = Ca \cdot M \cdot V$)ت.ع : $m = 0,1 \times 122 \times 100 \times 10^{-3} = 1,22g$

2-1 - معادلة تفاعل حمض البنزويك مع الماء :



3-1 - الجدول الوصفي لتطور المجموعة الكيميائية :

معادلة التفاعل		$C_6H_5COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftharpoons C_6H_5COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
حالة التحول	التقدم	كميات المادة			
الحالة البدئية	0	$N_i(C_6H_5COOH) = Ca \cdot V$	بوفرة	0	0
أثناء التحول	X	$Ca \cdot V - x$	بوفرة	x	x
الحالة النهائية	X_f	$Ca \cdot V - x_f$	بوفرة	X_f	X_f

* حساب نسبة التقدم النهائي τ : $\tau = \frac{x_f}{x_{\max}}$ ● المتفاعل المحد المفترض هو حمض البنزويك بمعنى : $Ca \cdot V - x_{\max} = 0$ إذن : $x_{\max} = Ca \cdot V$ ● حسب الجدول لدينا : $[H_3O^+] = \frac{x_f}{V}$ يعني : $x_f = [H_3O^+] \cdot V$
 $= 10^{-pH_1} \cdot V$ يصبح تعبير τ هو : $\tau = \frac{10^{-pH_1} \cdot V}{Ca \cdot V} = \frac{10^{-pH_1}}{Ca}$ ت.ع : $\tau = \frac{10^{-2,6}}{0,1} = 2,51 \cdot 10^{-2} = 2,51\%$ * استنتاج : بما أن $\tau < 1$ فإن تفاعل حمض البنزويك مع الماء عبارة عن تفاعل غير كلي.1-4 - تعبير خارج التفاعل $Qr, \acute{e}q$ عند التوازن :حسب تعبير خارج التفاعل، لدينا : $Qr, \acute{e}q = \frac{[C_6H_5COO^-]_{\acute{e}q} \cdot [H_3O^+]_{\acute{e}q}}{[C_6H_5COOH]_{\acute{e}q}}$ حسب الجدول الوصفي لدينا : $[C_6H_5COO^-]_{\acute{e}q} = [H_3O^+]_{\acute{e}q} = 10^{-pH_1}$ $[C_6H_5COOH]_{\acute{e}q} = \frac{Ca \cdot V - x_f}{V} = Ca - \frac{x_f}{V} = Ca - [H_3O^+]$

إذن : $[C_6H_5COOH]_{\text{éq}} = Ca - 10^{-pH_1}$
 وهكذا يصبح تعبير $Qr, \text{éq}$: $Qr, \text{éq} = \frac{(10^{-pH_1})^2}{Ca - 10^{-pH_1}} = \frac{10^{-2pH_1}}{Ca - 10^{-pH_1}}$

* استنتاج قيمة Pk_A للمزدوجة $C_6H_5COOH_{(aq)} / C_6H_5COO^-_{(aq)}$

عند التوازن تكون قيمة $Qr, \text{éq}$ تساوي ثابتة الحمضية K_A :

$$K_A = Qr, \text{éq} = \frac{10^{-2pH_1}}{Ca - 10^{-pH_1}}$$

$$pK_{A1} = -\log K_A$$

$$K_A = \frac{10^{-2} \times 2,6}{0,1 - 10^{-2,6}} \simeq 6,47 \cdot 10^{-5} \quad \text{ت.ع.}$$

$$pK_A = -\log(6,47 \cdot 10^{-5}) \simeq 4,2$$

2 - تفاعل حمض البنزويك مع محلول هيدروكسيد الصوديوم.



2-2 - حساب كمية مادة $n(HO^-)_V$ المضافة : لدينا : $C_b = \frac{n(HO^-)_V}{V_b}$

$$n(HO^-)_V = C_b \times V_b \quad \text{يعني :}$$

$$n(HO^-)_V = 5 \cdot 10^{-2} \times 10 \cdot 10^{-3} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ mol} \quad \text{ت.ع.}$$

* حساب كمية المادة $n(HO^-)_r$ المتبقية في المحلول عند نهاية التفاعل :

لدينا حسب تعبير الجداء الأيوني للماء : $Ke = [H_3O^+]_r \times [HO^-]_r$

$$[HO^-]_r = \frac{Ke}{[H_3O^+]_r}$$

$$[H_3O^+]_r = 10^{-pH_2} \quad \text{ونعلم أن :}$$

$$[HO^-]_r = \frac{Ke}{10^{-pH_2}} \quad \text{ومنه فإن :}$$

من جهة أخرى لدينا حسب تعريف تركيز نوع كيميائي مذاب :

$$[HO^-]_r = \frac{n(HO^-)_r}{V_{\text{tot}}} = \frac{n(HO^-)_r}{V_a + V_b}$$

$$n(HO^-)_r = [HO^-]_r \times (V_a + V_b)$$

$$n(HO^-)_r = \frac{Ke}{10^{-pH_2}} \times (V_a + V_b) \quad \text{إذن :}$$

$$n(HO^-)_r = \frac{10^{-14}}{10^{-3,7}} \times (20 \cdot 10^{-3} + 10 \cdot 10^{-3}) \simeq 1,5 \cdot 10^{-12} \text{ mol} \quad \text{ت.ع.}$$

2-3 - تعبير نسبة التقدم النهائي τ بدلالة $n(HO^-)_r$ و $n(HO^-)_V$:

$$\tau = \frac{x_f}{x_{\text{max}}} \quad \text{لدينا :}$$

يمكن الاستعانة بالجدول الوصفي لهذا التفاعل :

معادلة التفاعل		$C_6H_5COOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightleftharpoons C_6H_5COO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$			
حالة التحول	التقدم	كميات المادة			
الحالة البدئية	0	$C_a V_a$	$C_b V_b$	0	بوفرة
الحالة النهائية	X_f	$C_a V_a - X_f$	$C_b V_b - X_f$	X_f	بوفرة

- حسب الجدول الوصفي كمية مادة HO^- المتبقية هي :

$$n(HO^-)_r = C_b V_b - x_f = n(HO^-)_v - x_f$$

$$x_f = n(HO^-)_v - n(HO^-)_r$$

لتحديد X_{max} نقارن $C_a V_a$ و $C_b V_b$ لتحديد المتفاعل المحد :

$$C_a V_a = 0,1 \times 20 \times 10^{-3} = 2,10^{-3} \text{ mol}$$

$$C_b V_b = 5,10^{-2} \times 10 \times 10^{-3} = 5,10^{-4} \text{ mol}$$

$$C_a V_a > C_b V_b \quad \text{نلاحظ أن :}$$

يعني HO^- هو المتفاعل المحد، ومنه فإن :

$$C_b V_b - x_{max} = 0$$

$$x_{max} = C_b V_b = n(HO^-)_v \quad \text{يعني :}$$

وهكذا يصبح تعبير τ :

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{n(HO^-)_v - n(HO^-)_r}{n(HO^-)_v} = 1 - \frac{n(HO^-)_r}{n(HO^-)_v}$$

$$\tau = 1 - \frac{1,5 \cdot 10^{-12}}{5,10^{-4}} \simeq 1 \quad \text{ت.ع.}$$

* استنتاج : بما أن $\tau = 1$ فإن التفاعل بين حمض البنزويك وهيدروكسيد الصوديوم يتم بشكل كلي.



الجزء الثاني : تغطية قطعة من الفولاذ بطبقة من فلز القصدير.

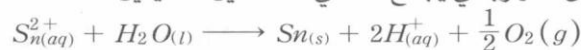
1 - لكي يتوضع فلز القصدير S_1 على الصفيحة يجب أن يتم بجوارها تفاعل اختزال لأيونات S_n^{2+} . لذلك يجب أن تكون الصفيحة الفولاذية هي الكاثود.

2 - معادلة تفاعل التحليل الكهربائي :

- بجوار الأنود يتم تفاعل أكسدة حيث ينتشر غاز O_2 وفق نصف المعادلة التالية : $H_2O_{(l)} \rightleftharpoons 2H^+_{(aq)} + \frac{1}{2}O_2(g) + 2e^-$

- بجوار الكاثود يتم تفاعل اختزال حيث يتوضع فلز القصدير وفق نصف المعادلة التالية : $S_n^{2+} + 2e^- \rightleftharpoons Sn_{(s)}$

نحصل على معادلة تفاعل التحليل الكهربائي يجمع نصفي المعادلتين التاليتين :



3 - استنتاج كتلة القصدير المتوضع على الصفيحة الفولاذية :

$$m(Sn) = n(Sn) \times M(Sn) \quad \text{يعني : } n = \frac{m(Sn)}{M(Sn)}$$

مع $n(Sn)$ كمية مادة فلز القصدير المتكون.

نستعمل الجدول الوصفي للتفاعل لتحديد $n(Sn)$:

معادلة التفاعل		$Sn_{(aq)}^{2+} + H_2O_{(l)} \longrightarrow Sn_{(s)} + 2H_{(aq)}^+ + \frac{1}{2}O_{2(g)}$					كمية الإلكترونات
حالة التحول	التقدم	كميات المادة					$n(e^-)$
الحالة البدئية	0	$n_i(Sn^{2+})$	بوفرة	$n_i(Sn)$	0	0	$n(e^-) = 0$
أثناء التحول	X	$n_i - X$	بوفرة	$n_i + X$	2X	$\frac{1}{2}X$	$n(e^-) = 2X$
الحالة النهائية	X_f	$n_i - X_f$	بوفرة	$n_i + X_f$	$2X_f$	$\frac{1}{2}X_f$	$n(e^-) = 2X_f$

كمية مادة فلز القصدير المتوضعة هي : $n(Sn) = X_f$

لحساب X_f نعتبر كمية الكهرباء الممررة في الدارة خلال المدة Δt

$$Q = n(e^-) \times F = I \times \Delta t$$

$$n(e^-) = 2X_f$$

حسب الجدول الوصفي :

$$2X_f \times F = I \times \Delta t$$

تصبح العلاقة إذن :

$$X_f = \frac{I \times \Delta t}{2 \times F}$$

$$n(Sn) = X_f = \frac{I \times \Delta t}{2 \times F}$$

إذن :

وكتلة القصدير المتوضعة هي :

$$m(Sn) = X_f \times M(Sn) = \frac{I \times \Delta t}{2 \times F} \times M(Sn)$$

$$m(Sn) = \frac{5 \times 10 \times 60 \times 118,7}{2 \times 96500}$$

ت.ع :

$$m(Sn) = 1,85g$$

الفيزياء 1 : التأريخ بطريقة الأورانيوم - الثوريوم

1 - دراسة نواة الأورانيوم ${}^{234}_{92}U$

1-1 - تركيب نواة الأورانيوم 234 :

- عدد البروتونات : $Z = 92$

- عدد النويات : $A = 234$

- عدد النوترونات : $N = A - Z$

$$= 234 - 92 = 142$$

1-2 - حساب طاقة الربط E_l للنواة ${}^{234}_{92}U$ بالوحدة MeV :

حسب تعريف طاقة الربط لدينا :

$$E_l = (Z \times m_p + (A - Z) \times m_n - m({}^{234}_{92}U)) \times c^2$$

$$= (92 \times 1,00728 + 142 \times 1,00866 - 234,0409) \times 931,5$$

$$E_l \simeq 1731,27 \text{ Mev}$$

1-3 - معادلة تفتت نواة $^{234}_{92}U$: $^{234}_{92}U \longrightarrow ^{230}_{90}Th + ^4_2P$

4_2P : عبارة عن الدقيقة المنبعثة.

حسب قانوني صودي للانحفاظ لدينا : $234 = 230 + A$

$A = 234 - 230 = 4$ يعني :

$92 = 90 + Z$

$Z = 92 - 90 = 2$ يعني :

إذن الدقيقة المنبعثة هي 4_2P يعني نواة الهيليوم 4_2He المسماة دقيقة α .

إذن $^{234}_{92}U$ إشعاعية النشاط α تصبح المعادلة : $^{234}_{92}U \xrightarrow{\alpha} ^{230}_{90}Th + ^4_2He$

2- دراسة التناقص الإشعاعي :

2-1 - تعبير عدد نوى الثوريوم $N(^{230}_{90}Th)$:

ينتج الثوريوم Th عن تفتت الأورانيوم U

حسب قانون التناقص الإشعاعي، عدد نوى الأورانيوم $N(U)$ المتبقية في اللحظة t هو : $N(^{234}_{92}U) = N_0 e^{-\lambda t}$

مع $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$ الثابتة الإشعاعية : $N(^{234}_{92}U) = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}} t}$

عند نفس اللحظة t يكون عدد نوى الثوريوم الناتجة هو : $N(Th)$ بحيث :

$N(^{230}_{90}Th) = N_0 - N(^{234}_{92}U)$

$= N_0 - N_0 e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}} t}$

$N(^{230}_{90}Th) = N_0 \left(1 - e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}} t}\right)$

2-2 - تعبير اللحظة t بدلالة r و $t_{1/2}$:

لدينا حسب المعطيات :

$r = \frac{N(^{230}_{90}Th)}{N(^{234}_{92}U)}$

$r = \frac{N_0 \left(1 - e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}} t}\right)}{N_0 e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}} t}}$

بعد التعويض :

$r = \frac{1}{e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}} t}} - 1 = e^{\frac{\ln 2}{t_{1/2}} t} - 1$

$e^{\frac{\ln 2}{t_{1/2}} t} = r + 1$ يعني :

$\ln \left(e^{\frac{\ln 2}{t_{1/2}} t}\right) = \ln(r + 1)$

(ندخل الدالة $\ln$) :

$\frac{\ln 2 \cdot t}{t_{1/2}} = \ln(r + 1)$

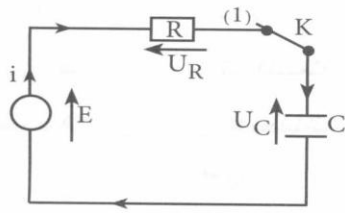
$t = t_{1/2} \times \frac{\ln(r + 1)}{\ln 2}$

نجد إذن تعبير t :

$t = 2,455 \times 10^5 \times \frac{\ln(0,4 + 1)}{\ln 2}$

* حساب قيمة t :

$t \simeq 1,192 \times 10^5 \text{ ans}$



فيزياء 2 : تحديد معامل التحريض L لوشية مكبر الصوت.

1 - تحديد سعة المكثف.

1-1 - المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر U_C :

نطبق قانون إضافية التوترات ونكتب وفق الاصطلاح مستقبل : $U_C + U_R = E$

لدينا : $U_R = R i$ قانون أوم .

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{dU_C}{dt}$$

يعني :

$$U_R = RC \frac{dU_C}{dt}$$

تصبح المعادلة على الشكل : $U_C + RC \frac{dU_C}{dt} = E$

1-2 - إيجاد تعبير الثابتين A و τ بدلالة برامترات الدارة (E و C و R) .

نعوض في المعادلة التفاضلية U_C بتعبيرها : $U_C = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

لنحسب اشتقاق U_C : $\frac{dU_C}{dt} = \frac{d}{dt}(A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})) = \frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$

تصبح المعادلة التفاضلية : $A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) + RC \cdot \frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = E$

يعني : $A - Ae^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{RC}{\tau} \cdot \frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = E$

(بالتعميل ب $Ae^{-\frac{t}{\tau}}$) $A + Ae^{-\frac{t}{\tau}}(-1 + \frac{RC}{\tau}) = E$

بمطابقة أجزاء المتساوية نجد : $A = E$

$$Ae^{-\frac{t}{\tau}}(-1 + \frac{RC}{\tau}) = 0$$

($Ae^{-\frac{t}{\tau}} \neq 0$) يصبح إذن : $-1 + \frac{RC}{\tau} = 0$

يعني : $\frac{RC}{\tau} = 1$

وأخيرا نجد : $\tau = RC$

1-3 - استنتاج مبيانيا قيمة C سعة المكثف.

من المبيان والمستقيم المماس (T) للمنحنى، نحدد قيمة τ :

$$\tau = 1ms$$

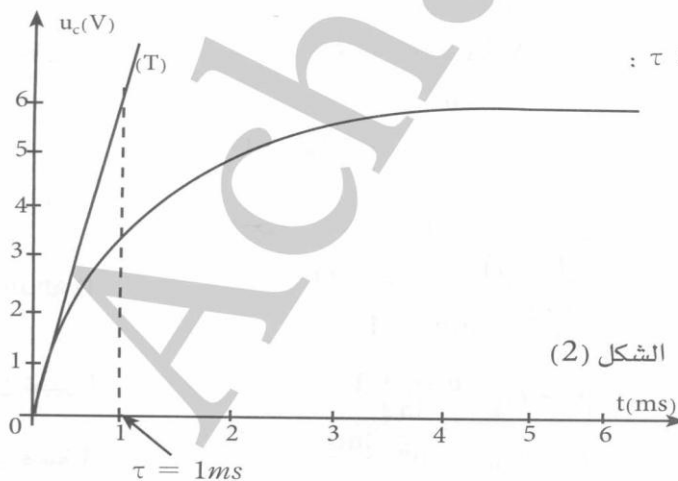
حسب السؤال السابق :

$$\tau = RC$$

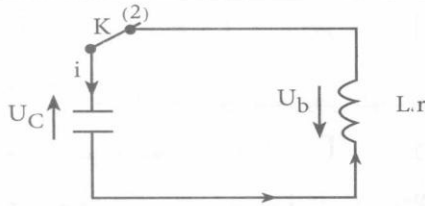
يعني : $C = \frac{\tau}{R}$

$$C = \frac{1 \cdot 10^{-3}s}{100} = 10^{-5}F$$

يعني : $C = 10\mu F$



الشكل (2)



2 - تحديد معامل التحريض للوشية :

2-1 - المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر U_C :

بتطبيق إضافية التوترات في الاصطلاح مستقبل نجد :

$$U_C + U_b = 0$$

$$i = \frac{dq}{dt} = c \frac{duc}{dt} \quad \text{ولدينا :}$$

$$U_b = L \frac{di}{dt} + ri \quad \text{بالنسبة للوشية :}$$

$$U_b = L \frac{d}{dt} \left(c \frac{duc}{dt} \right) + rc \frac{duc}{dt}$$

$$U_b = Lc \frac{d^2 uc}{dt^2} + rc \frac{duc}{dt}$$

$$U_C + Lc \frac{d^2 uc}{dt^2} + rc \frac{duc}{dt} = 0$$

تصبح إذن المعادلة :

$$\frac{d^2 uc}{dt^2} + \frac{r}{L} \frac{duc}{dt} + \frac{1}{Lc} U_C = 0 \quad (\text{نقسم على } Lc)$$

2-2 - تعبير الطاقة الكلية للدارة E_t :

الطاقة الكلية E_t للدارة هي مجموع طاقة المكثف E_e وطاقة الوشية E_m

$$E_m = \frac{1}{2} Li^2 \quad \text{و} \quad E_e = \frac{1}{2} CU_c^2 \quad \text{مع :}$$

$$E_t = E_e + E_m = \frac{1}{2} CU_c^2 + \frac{1}{2} Li^2$$

$$\text{مع } i = c \frac{duc}{dt} \text{ يصبح تعبير } E_t : E_t = \frac{1}{2} CU_c^2 + \frac{1}{2} Lc^2 \left(\frac{duc}{dt} \right)^2$$

2-3 - إثبات العلاقة : بما أن U_C دالة زمنية فإن E_t دالة زمنية كذلك.

نخضع الطاقة الكلية E_t للاشتقاق بالنسبة للزمن :

$$E_t = \frac{1}{2} CU_c^2 + \frac{1}{2} Lc^2 \left(\frac{duc}{dt} \right)^2$$

$$\frac{dE_t}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} CU_c^2 + \frac{1}{2} Lc^2 \left(\frac{duc}{dt} \right)^2 \right]$$

$$= \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} CU_c^2 \right) + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Lc^2 \left(\frac{duc}{dt} \right)^2 \right)$$

$$= \frac{1}{2} C \cdot 2U_c \frac{duc}{dt} + \frac{1}{2} Lc^2 \cdot 2 \frac{duc}{dt} \times \frac{d^2 uc}{dt^2}$$

$$\frac{dE_t}{dt} = CU_c \frac{duc}{dt} + Lc^2 \frac{duc}{dt} \times \frac{d^2 uc}{dt^2}$$

$$\left(\frac{d}{dt} \left(\frac{duc}{dt} \right)^2 = 2 \frac{duc}{dt} \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{duc}{dt} \right) = 2 \frac{duc}{dt} \cdot \frac{d^2 uc}{dt^2} \right) ; \quad \frac{d}{dt} (U_c^2) = 2U_c \frac{duc}{dt} \quad \text{تذكير :}$$

$$\frac{dE_t}{dt} = c \cdot \frac{duc}{dt} \cdot \left[U_c + Lc \frac{d^2 uc}{dt^2} \right]$$

يصبح التعبير بعد التعميل ب $c \frac{duc}{dt}$:

$$Lc \frac{d^2 uc}{dt^2} + rc \frac{duc}{dt} + U_c = 0$$

حسب المعادلة التفاضلية لدينا :

$$Lc \frac{d^2 uc}{dt^2} + U_c = -rc \frac{duc}{dt}$$

يعني :

$$\frac{dE_t}{dt} = c \cdot \frac{duc}{dt} \times \left(-rc \frac{duc}{dt} \right)$$

$$\frac{dEt}{dt} = -rc \left(c \frac{duc}{dt} \right)^2 = -ri^2 \quad \left(i = c \frac{duc}{dt} : \text{لأن} \right)$$

2-4 - حساب معامل التحريض للوشية L :

* من المبيان نحدد شبه الدور T : $T = 2 \text{ ms}$

* نعلم أن الدور الخاص T_0 للدائرة المثالية LC هو : $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

* باعتبار أن شبه الدور T يساوي تقريبا الدور الخاص T_0 للدائرة نكتب :

$$T \simeq T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

$$T^2 = 4\pi^2 \cdot LC \quad (\text{رفع العلاقة إلى المربع})$$

$$L = \frac{T^2}{4\pi^2 C} \quad \text{يصبح تعبير L هو :}$$

$$L = \frac{(2 \times 10^{-3})^2}{4\pi^2 \times 10^{-5}} \simeq 10^{-2} H \quad \text{ت.ع. :}$$

3 - تحديد قيمة معامل التحريض للوشية بطريقة أخرى :

3-1 - حساب معامل التحريض L : عندما تأخذ الشدة الفعالة للتيار I قيمة قصوى I_0 تكون الدارة RLC في حالة رنين

كهربائي، يتحقق ذلك بالنسبة للتردد N_0 .

$$L2\pi N_0 = \frac{1}{C2\pi N_0} \quad \text{في هذه الحالة نكتب العلاقة :}$$

$$LC4\pi^2 N_0^2 = 1 \quad \text{يعني :}$$

$$L = \frac{1}{4\pi^2 C N_0^2} \quad \text{ومنه نستنتج أن :}$$

$$L = \frac{1}{4\pi^2 \times 10^{-5} \times (500)^2} \simeq 10^{-2} H \quad \text{ت.ع. :}$$

* حساب قيمة r مقاومة الوشية :

لدينا العلاقة التالية بين القيم الفعالة للتوتر U ولشدة التيار I : $U = ZI$

عند الرنين تأخذ الممانعة Z أدنى قيمة : $Z = r$

$$U = rI_0 \quad \text{وتصبح العلاقة :}$$

$$r = \frac{U}{I_0} \quad \text{يعني :}$$

$$r = \frac{6}{0,48} = 12,5 \Omega \quad \text{ت.ع. :}$$

3-2 - قيمة الطور φ للتوتر U_b بين مربطي الوشية بالنسبة للتوتر U :

لدينا العلاقة :

$$\tan \varphi = \frac{L2\pi N_0}{r}$$

$$\tan \varphi = \frac{12^{-2} \times 2 \times \pi \times 500}{12,5} = 2,51 \quad \text{ت.ع. :}$$

$$\varphi = 1,19 \text{ rad} \quad \text{يعني :}$$

فيزياء 3 : نمذجة قوة احتكاك مائع

1- تحديد قيمة السرعة الحدية v_l :

السرعة الحدية v_l للكرة هي قيمة سرعتها عندما تصل إلى مرحلة النظام الدائم خلال حركتها.

$$\text{وحسب تعريف السرعة فإن : } v_l = \frac{d}{\Delta t}$$

$$\text{ت.ع : } v_l = \frac{20 \times 10^{-2} \text{ m}}{95,6 \times 10^{-3}} \simeq 0,209 \text{ m.s}^{-1}$$

2- المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة V لمركز قصور الكرة داخل السائل :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرة داخل السائل، في معلم مرتبط بالأرض، وهي خاضعة للقوى التالية :

$\vec{P}$: وزن الكرة .

$\vec{F}$: دافعة أرخميدس

$\vec{f}$: قوة الاحتكاك.

حسب القانون الثاني لنيوتن : $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$

$$\vec{P} + \vec{F} + \vec{f} = m\vec{a}$$

نسقط هذه العلاقة على المحور (O, Z) الرأسي فنجد :

$$\text{حسب الشكل جانبه : } P_z + F_z + f_z = ma_z = m \frac{dv_z}{dt}$$

$$P_z = mg = \rho_1 \times V \times g$$

$$\text{حيث } V = \frac{4}{3} \pi r^3 \text{ : حجم الكرة و } m = \rho_1 V = \rho_1 \times \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$P_z = \rho_1 \times \frac{4}{3} \pi r^3 g$$

$$F_z = -\rho_2 Vg = -\rho_2 \frac{4}{3} \pi r^3 g$$

$$f_z = f = -9\pi r^n V^n$$

$$\text{سرعة الكرة وفق المحور } (O, Z) : V_z = V$$

$$\text{نعوض في المعادلة لنجد : } \rho_1 \times \frac{4}{3} \pi r^3 g - \rho_2 \frac{4}{3} \pi r^3 g - 9\pi r^n v^n = \frac{4}{3} \pi \rho_1 r^3 \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{4}{3} \pi r^3 g (\rho_1 - \rho_2) - 9\pi r^n v^n = \frac{4}{3} \pi \rho_1 r^3 \frac{dv}{dt}$$

$$g \left(\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1} \right) - \frac{27}{4\rho_1 r^2} v^n = \frac{dv}{dt}$$

يعني :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{27}{4\rho_1 r^2} v^n = g \left(\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1} \right)$$

وأخيرا نجد :

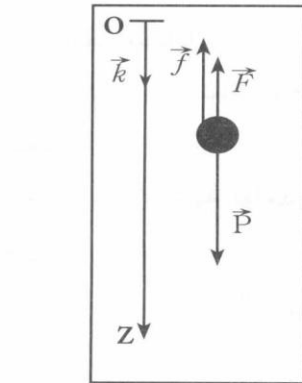
$$\text{هذه المعادلة التفاضلية تكتب على الشكل : } \frac{dv}{dt} + Av^n = B$$

$$\text{مع } A = \frac{27}{4\rho_1 r^2} \text{ و } B = g \left(\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1} \right)$$

3- إيجاد تعبير v_l^n :

في مرحلة النظام الدائم، تصبح سرعة الكرة ثابتة وتأخذ V القيمة الحدية V_l بحيث : $v^n = v_l^n = cte$ و $v = v_l = cte$

ونعلم أن : $\frac{dv}{dt} = 0$ بالنسبة لـ $v = cte$



تصبح المعادلة التفاضلية إذن :

$$\frac{dv_l}{dt} + \frac{27}{4\rho_1 r^2} v_l^n = g \left(\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1} \right)$$

يعني :

$$v_l^n = \frac{4\rho_1 r^2}{27} \times g \left(\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1} \right)$$

$$v_l^n = \frac{4}{27} g r^2 (\rho_1 - \rho_2)$$

4 - استنتاج العدد n :

نعوض في العلاقة السابقة، برامترات الدراسة بقيمتها العددية فنجد :

$$v_l^n = \frac{4}{27} \times 9,81 \times (10^{-2})^2 \times (2,7 \cdot 10^3 - 1,26 \cdot 10^3)$$

$$v_l^n \simeq 0,209$$

حسب السؤال (1) : وجدنا القيمة العددية للسرعة الحدية : $v_l = 0,209 m/s$

إذن : $v_l^n = v_l = 0,209 m/s$

يعني أن : $n = 1$

فيزياء 4 : نواس اللي لكفانديش.

1 - تحديد سرعة قمر اصطناعي :

نطبق القانون الثاني لنيوتن في المعلم المركزي الأرضي، على القمر الاصطناعي أثناء دورانه حول الأرض وهو خاضع لقوة التجاذب

الكوني $\vec{F}$ ، فنكتب : $\vec{F} = m\vec{a}$

إسقاط هذه العلاقة على المتجهة الواحدة المنظمية $\vec{n}$ لمعلم فريني،

$$F_n = m a_n \quad \text{يعطي :}$$

$$G \frac{M_T \times m}{r^2} = m \times \frac{v^2}{r} \quad \text{يعني :}$$

$$v^2 = G \frac{M_T}{r} \quad \text{نجد :}$$

$$v = \sqrt{\frac{G \times M_T}{r}} \quad \text{ومنه :}$$

$$* \text{ حساب } v : v = \sqrt{\frac{6,67 \times 10^{-11} \times 5,98 \times 10^{24}}{7000 \times 10^3}} \simeq 7548,56 m.s^{-1}$$

2 - دراسة نواس اللي :

1-2 - المعادلة التفاضلية التي تحققها زاوية اللي θ :

نطبق العلاقة الأساسية لديناميك في حالة الدوران، على النواس وهو خاضع لـ :

وزنه : $\vec{P}$

تأثير السلك : $\vec{R}$

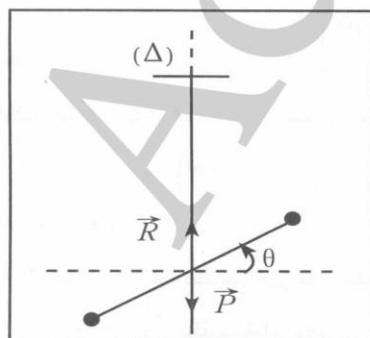
مزدوجة اللي عزمها : $M_C = -C\theta$

$$M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{R}) + M_C = J_\Delta \ddot{\theta}$$

$$M_\Delta(\vec{R}) = 0 \quad \text{و} \quad M_\Delta(\vec{P}) = 0 \quad \text{مع}$$

لأن خطي تأثيرهما منطبقين مع المحور (Δ)

$$\text{تصبح المعادلة : } -C\theta = J_\Delta \ddot{\theta}$$



$$J_{\Delta} \ddot{\theta} + C\theta = 0$$

$$\ddot{\theta} + \frac{C}{J_{\Delta}} \theta = 0$$

2-2- تعبير الدور الخاص T_0 للنواس :

حل المعادلة التفاضلية السابقة يكتب : $\theta(t) = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$

$$\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)\theta_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \ddot{\theta} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

$$\ddot{\theta} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \theta(t) \quad \text{يعني :}$$

$$\ddot{\theta} + \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \theta = 0$$

بمقارنة هذه المعادلة مع المعادلة التفاضلية السابقة نجد :

$$\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{C}{J_{\Delta}}$$

$$\frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{C}{J_{\Delta}}} \quad \text{يعني :}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J_{\Delta}}{C}} \quad \text{وأخيرا نجد :}$$

* استنتاج قيمة ثابتة اللي C :

$$C = J_{\Delta} \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \quad \text{يعني :} \quad \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \sqrt{\frac{C}{J_{\Delta}}} \quad \text{لدينا حسب ما سبق}$$

$$C = 1,46 \times \left(\frac{2\pi}{7 \times 60}\right)^2 \quad \text{ت.ع :}$$

$$C \simeq 3,31 \times 10^{-4} \text{ N.m.rad}^{-1}$$

3 - استغلال المخطط $\theta = f(t)$

1-3- تعيين المنحنى الموافق للنظام شبه الدوري :

خلال النظام شبه الدوري، يتناقص وسع التذبذبات مع مرور الزمن بفعل الاحتكاكات.

من المبيان المنحنى (أ) هو الموافق للنظام شبه الدوري لأن وسع التذبذبات يتناقص.

2-3- تحديد السرعة الزاوية لحركة النواس عند اللحظة $t = 0$:

$$\theta(t) = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) \quad \text{لدينا حسب ما سبق :}$$

$$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)\theta_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) \quad \text{السرعة الزاوية } \dot{\theta} \text{ هي المشتقة الأولى بالنسبة للزمن لـ } \theta(t) :$$

حسب المنحنى (ب) شكل (2)، عند $t = 0$ يمر النواس من موضع التوازن في المنحنى السالب يعني :

$$\dot{\theta}(t = 0) < 0$$

$$\dot{\theta}(t = 0) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)\theta_m$$

$$\theta_m = 0,8 \text{ rad}$$

إذن :

حسب المنحنى :

$$\dot{\theta}(t = 0) = -\frac{2\pi}{7 \times 60} \times 0,8$$

$$\dot{\theta}(t = 0) = -1,2 \times 10^{-2} \text{ rad.S}^{-1}$$