

الكيمياء

الجزء الأول: تفاعلية أيونات الإيثانوات

1 - دراسة تفاعل أيونات الإيثانوات مع الماء

1.1 - معادلة التفاعل :



2.1 - * الجدول الوصفي لتطور التفاعل :

المعادلة	$CH_3COO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftharpoons CH_3COOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$				
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
البدئية	O	C_1V	وغير	O	O
الوسيطة	X	C_1V-X	وغير	X	X
النهائية	X_f	C_1V-X_f	وغير	X_f	X_f

* تعبير نسبة التقدم النهائي τ_1 :

لدينا :

$$\tau_1 = \frac{x_f}{x_{\max}}$$

$$[HO^-]_f = \frac{x_f}{V} \Rightarrow x_f = [HO^-]_f \times V$$

$$Ke = [HO^-]_f \times [H_3O^+]_f$$

$$\Rightarrow [HO^-]_f = \frac{Ke}{[H_3O^+]_f}$$

$$x_f = \frac{Ke \times V}{[H_3O^+]_f} = \frac{Ke \times V}{10^{-pH}} \quad \text{إذن :}$$

$$C_1V - x_{\max} = 0 \Rightarrow x_{\max} = C_1V$$

$$\tau_1 = \frac{\frac{Ke \times V}{10^{-pH}}}{C_1 \times V} \quad \text{يصبح تعبير } \tau_1 :$$

$$\Rightarrow \tau_1 = \frac{Ke}{C_1 \times 10^{-pH}}$$

* لنحسب τ_1 :لنحسب C_1 :

$$C_1 = \frac{n}{V} = \frac{m}{M \times V}$$

$$\tau_1 = \frac{410 \times 10^{-3}}{82 \times 500 \times 10^{-3}} = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$C_1 = \frac{10^{-14}}{10^{-2} \times 10^{-8,4}} = 2,5 \times 10^{-4}$$

1.3 - تعبير ثابتة التوازن K بدلالة τ_1 و C_1 :

$$K = \frac{[CH_3COOH]_{\text{éq}} \times [HO^-]_{\text{éq}}}{[CH_3COO^-]_{\text{éq}}}$$

لدينا من الجدول الوصفي :

$$[CH_3COOH]_f = [HO^-]_f$$

$$= \frac{x_f}{V} = \frac{\tau_1 \times x_{\max}}{V} = \tau_1 \times C_1$$

$$[CH_3COO^-]_f = \frac{C_1V - x_f}{V}$$

$$= C_1 - \frac{x_f}{V}$$

$$= C_1 - \tau_1 \times C_1$$

$$= C_1(1 - \tau_1)$$

$$K = \frac{C_1^2 \times \tau_1^2}{C_1(1 - \tau_1)} \quad \text{نعوض في تعبير K :}$$

$$\Rightarrow K = \frac{C_1 \times \tau_1^2}{1 - \tau_1}$$

* حساب K :

$$K = \frac{10^{-2} \times (2,5 \times 10^{-4})^2}{1 - 2,5 \times 10^{-4}}$$

$$K = 6,25 \times 10^{-10} \simeq 6,3 \times 10^{-10}$$

1.4 - * حساب τ_2 :

لدينا ثابتة التوازن :

$$K = \frac{C_2 \times \tau_2^2}{1 - \tau_2}$$

* حساب K :

$$K = \frac{(9,88 \times 10^{-5})^2}{(10^{-2} \times 90 \times 10^{-3} - 9,88 \times 10^{-5}) \times (10^{-2} \times 10 \times 10^{-3} - 9,88 \times 10^{-5})}$$

$$K = 10,15 \approx 10$$

ب- ثابتة الحمضية K_{A2} :

* نعتبر عن ثابتة التوازن K المقرونة بمعادلة التفاعل كما يلي :

$$K = \frac{[CH_3COOH]_{\text{éq}} \times [HCOO^-]_{\text{éq}}}{[CH_3COO^-]_{\text{éq}} \times [HCOOH]_{\text{éq}}}$$

$$\Rightarrow K = \frac{[CH_3COOH]_{\text{éq}}}{[CH_3COO^-]_{\text{éq}} \times [H_3O^+]_{\text{éq}}} \times \frac{[HCOO^-]_{\text{éq}} \times [H_3O^+]_{\text{éq}}}{[HCOOH]_{\text{éq}}}$$

$$\Rightarrow K = \frac{1}{K_{A1}} \times K_{A2}$$

$$\Rightarrow K_{A2} = K \times K_{A1}$$

$$K_{A2} = 10 \times 1,6 \times 10^{-5}$$

$$K_{A2} = 1,6 \times 10^{-4}$$

2.2 * حساب pH الخليط عند التوازن :

$$K_{A2} > K_{A1}$$

لدينا :

$$pH = pK_{A2} + \log \frac{[HCOO^-]_{\text{éq}}}{[HCOOH]_{\text{éq}}}$$

إذن :

من الجدول الوصفي السابق لدينا :

$$\frac{[HCOO^-]_{\text{éq}}}{[HCOOH]_{\text{éq}}} = \frac{x_{\text{éq}}}{CV_2 - x_{\text{éq}}} = \frac{9,88 \times 10^{-5}}{10^{-2} \times 10 \times 10^{-3} - 9,88 \times 10^{-5}} = 82,33$$

$$pH = -\log(1,6 \times 10^{-4}) + \log(82,33)$$

$$pH = 5,7$$

لدينا $K_{A2} > K_{A1}$: إذن الحمض $HCOOH$ أقوى من الحمض CH_3COOH

$$\Rightarrow K \approx C_2 \times \tau_2^2 \quad (\text{يمكن إهمال } \tau_2 \text{ أمام } 1)$$

$$\Rightarrow \tau_2^2 = \frac{K}{C_2}$$

$$\tau_2 = \sqrt{\frac{K}{C_2}}$$

$$\tau_2 = \sqrt{\frac{6,3 \times 10^{-10}}{10^{-3}}}$$

$$\tau_2 \approx 8 \times 10^{-4}$$

* استنتاج :

لدينا $\tau_1 < \tau_2$ و $C_1 > C_2$ كلما كان المحلول مخفف كلما ارتفعت قيمة نسبة التقدم النهائي τ .

2- دراسة تفاعل أيونات الإيثانوات مع حمض الميثانويك :

2.1 أ- تحديد قيمة ثابتة التوازن K :

$$K = \frac{[CH_3COOH]_{\text{éq}} \times [HCOO^-]_{\text{éq}}}{[CH_3COO^-]_{\text{éq}} \times [HCOOH]_{\text{éq}}}$$

* جدول التقدم الموافق لهذا التحول :

المعادلة		$CH_3COO^-_{(aq)} + HCOOH_{(aq)} \rightleftharpoons CH_3COOH_{(aq)} + HCOO^-_{(aq)}$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
البديّة	0	CV_1	CV_2	0	0
التوازن	$x_{\text{éq}}$	$CV_1 - x_{\text{éq}}$	$CV_2 - x_{\text{éq}}$	$x_{\text{éq}}$	$x_{\text{éq}}$

$$K = \frac{(x_{\text{éq}})^2}{(CV_1 - x_{\text{éq}})(CV_2 - x_{\text{éq}})}$$

* حساب $x_{\text{éq}}$: من الموصلية σ :

$$\sigma_{\text{éq}} = 81,9 + 1,37 \times 10^4 x_{\text{éq}}$$

$$\Rightarrow x_{\text{éq}} = \frac{\sigma_{\text{éq}} - 81,9}{1,37 \times 10^4}$$

$$x_{\text{éq}} = \frac{83,254 - 81,9}{1,37 \times 10^4} = 9,88 \times 10^{-5} \text{ mol}$$

2.2- حساب I :

* المنحنى دالة تألفية تعبيرها :

$$[Cu^{2+}] = A + Bt$$

$$A = C_0 = 5 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$B = \frac{0 - 5 \times 10^{-2}}{5 \times 500 - 0} = -2 \times 10^{-5}$$

$$[Cu^{2+}] = 5 \times 10^{-2} - 2 \times 10^{-5} \cdot t \quad \text{إذن :}$$

$$[Cu^{2+}] = 5 \times 10^{-2} - \frac{I \times t}{2F \cdot V} \quad \text{* لدينا كذلك :}$$

$$\frac{I}{2 \cdot F \cdot V} = 2 \times 10^{-5} \quad \text{نستنتج :}$$

$$I = 2 \times 10^{-5} \times 2 \times F \times V \quad \text{يعني :}$$

$$I = 2 \times 10^{-5} \times 2 \times 96500 \times 50 \times 10^{-3}$$

$$I = 0,193A$$

3- تعبير تغير كتلة صفيحة الألومنيوم :

$$\Delta m(Al) = m_f - m_i$$

$$= M \cdot n_f(Al) - M \cdot n_i(Al)$$

$$= M[n_f(Al) - n_i(Al)]$$

من الجدول الوصفي لدينا :

$$n_f(Al) = n_i(Al) - 2x_{\max}$$

$$\Delta m = M(n_i(Al) - 2x_{\max} - n_i(Al)) \quad \text{إذن :}$$

$$\Delta m = -M \cdot 2x_{\max}$$

لدينا كمية الكهرباء القصوى الممررة :

$$Q_{\max} = I \times \Delta t_{\max} = 6x_{\max} \cdot F$$

$$\Rightarrow x_{\max} = \frac{I \times \Delta t_{\max}}{6F}$$

$$\Delta t_{\max} = t_c - t_0 = t_c$$

$$x_{\max} = \frac{I \times t_c}{6F} \quad \text{إذن :}$$

$$\Delta m = -M \times 2 \times \frac{I \times t_c}{6F} \quad \text{نجد تعبير } \Delta m :$$

و القاعدة CH_3COO^- أقوى من القاعدة $HCOO^-$

إذن النوعين المهيمنين في الخليط هما :

CH_3COO^- و $HCOOH$

الجزء الثاني : (2.25) : دراسة العمود نحاس - ألومنيوم

1.1- تحديد المنحنى التلقائي لتطور هذه المجموعة :

$$Q_{ri} = \frac{[Cu^{2+}]_i^3}{[Al^{3+}]_i^2} = \frac{(C_0)^3}{(C_0)^2}$$

$$\Rightarrow Q_{ri} = C_0$$

من المنحنى لدينا :

$$C_0 = [Cu^{2+}]_i = 5 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow Q_{ri} = 5 \times 10^{-2}$$

حسب معيار التطور التلقائي لدينا :

إذن تتطور المجموعة الكيميائية المكونة للعمود تلقائياً في المنحنى

غير المباشر (المنحنى (2)) الموافق لاستهلاك Al و Cu^{2+}

1.2 - التبيانة الإصطلاحية للعمود :



2- تعبير التركيز $[Cu^{2+}]$ عند لحظة t :

معادلة التفاعل		كميات المادة (mol)				الإلكترونات
الحالة	التقدم					$n(e^-)$
البديئية	O	$c_0 \cdot v$	$n(Al)$	$n(Cu)$	$c_0 \cdot v$	0
الوسطية	X	$c_0 v - 3x$	$n(Al) - 2x$	$n(Cu) + 3x$	$c_0 v + 2x$	6x

$$[Cu^{2+}] = \frac{C_0 V - 3x}{V} = C_0 - \frac{3x}{V}$$

كمية الكهرباء الممررة : $Q = I \times \Delta t = n(e^-) \times F$

$$\Rightarrow I \times t = 6x \cdot F \quad ((\Delta t) = t - t_0 = t \text{ مع})$$

$$\Rightarrow x = \frac{I \times t}{6F}$$

نعوض في تعبير $[Cu^{2+}]$ لنجد :

$$[Cu^{2+}] = C_0 - \frac{I \times t}{2 \times F \times V}$$

2 - الاندماج النووي :

2.1 - النويدات القابلة للاندماج هي النويدات الخفيفة ذات عدد

النويات A صغير : $A < 20$

من المنحنى ، المجال (1) هو الذي يتضمن النويدات لبخفيفة و الغير مستقرة القابلة للاندماج .

2.2 - * لنحسب الطاقة ΔE المتحررة عند اندماج نواتين دوتيريوم 2_1H و تريتيوم 3_1H :

$$\begin{aligned}\Delta E &= \Delta m \times C^2 \\ &= [m({}^4_2He) + m({}^1_0n) - m({}^2_1H) - m({}^3_1H)].C^2 \\ &= [4,00150 + 1,00866 - 2,01355 - 3,01550]u.C^2 \\ &= -0,01889 \times 931,5 \\ \Delta E &\simeq -17,6MeV\end{aligned}$$

* كتلة الدوتيريوم m المستخلصة من $1.0m^3$ من ماء البحر :

$$m = 33mg \times 10^3 = 33g \quad (1m^3 = 10^3L)$$

* عدد نوى الدوتيريوم في هذه العينة :

$$N({}^2_1H) = \frac{m}{m({}^2_1H)}$$

$$N({}^2_1H) = \frac{33 \times 10^{-3}kg}{2,01355 \times 1,66 \times 10^{-27}kg}$$

$$\Rightarrow N({}^2_1H) = 9,87 \times 10^{24}$$

* القيمة المطلقة للطاقة الممكن الحصول عليها من هذه العينة

$$|E| = N({}^2_1H) \times |\Delta E| \quad \text{هي :}$$

$$= 9,87 \times 10^{24} \times 17,6$$

$$|E| = 1,74 \times 10^{26}MeV$$

تمرين 2 :

1 - تحديد معامل التحريض L والمقاومة r للوشية (b) :

1.1 - أ- المعادلة التفاضلية للتوتر u_R

لدينا حسب إضافية التوترات :

$$\Rightarrow L \frac{di}{dt} + ri + u_R = E$$

$$i = \frac{u_R}{R} \quad \text{إذن} \quad u_R = Ri \quad \text{مع :}$$

$$\Delta m = -\frac{M \times I \times t_c}{3.F}$$

تتناقص كتلة صفيحة الألومنيوم بالكتلة :

$$\Delta m = \frac{M \times I \times t_c}{3.F}$$

* من المنحنى نجد :

$$t_c = 5 \times 500$$

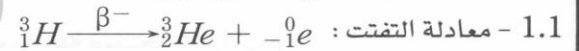
$$= 2500s$$

$$\Delta m = \frac{27 \times 0,193,2500}{3 \times 96500}$$

$$\Delta m = 0,045g = 45mg$$

الفيزياء

تمرين 1 :

1 - النشاط الإشعاعي β^- لتريتيوم :

1.1 - معادلة التفتت :

1.2 - تحديد $t_{1/2}$:

* حسب قانون التناقص الإشعاعي لدينا :

$$N = N_0.e^{-\lambda t}$$

$$\Rightarrow \ln N = \ln N_0 - \lambda.t$$

$$\Rightarrow \ln N = \ln N_0 - \frac{\ln 2}{t_{1/2}}.t$$

* المنحنى دالة تألفية معادلتها :

$$\ln N = A + Bt$$

$$A = 50 \quad \text{مع :}$$

$$B = \frac{48,75 - 50}{22 - 0} = -5,68.10^{-2}$$

$$\ln N = 50 - 5,68.10^{-2}.t \quad \text{إذن :}$$

* من المعادلتين نستنتج :

$$\frac{\ln 2}{t_{1/2}} = 5,68.10^{-2}$$

$$\Rightarrow t_{1/2} = \frac{\ln 2}{5,68.10^{-2}}$$

$$t_{1/2} = 12,2ans$$

* حساب قيمة r :

$$E = 10V ; U_0 = 7,6V \quad \text{من المبيان نجد :}$$

$$r = \frac{10 - 7,6}{0,1} = 24\Omega$$

ب- تعبير $\left(\frac{du_R}{dt}\right)_0$ عند اللحظة t=0 :

من المعادلة التفاضلية نجد :

$$L \cdot \frac{du_R}{dt} + (R + r)u_R - R.E = 0$$

$$\Rightarrow \frac{du_R}{dt} = -\frac{(R + r)}{L}u_R + \frac{ER}{L}$$

عند اللحظة t=0 :

$$\left(\frac{du_R}{dt}\right)_0 = -\frac{(R + r)}{L} \cdot u_R(0) + \frac{ER}{L}$$

$$R = \frac{U_0}{I} \quad \text{و} \quad (u_R(0) = 0 \text{ مع})$$

$$\left(\frac{du_R}{dt}\right)_0 = \frac{E}{L} \cdot \frac{U_0}{I}$$

* استنتاج قيمة L :

مبياننا لدينا :

$$\left(\frac{du_R}{dt}\right)_0 = \frac{4}{2,5 \cdot 10^{-3}} = 1600 V/s$$

$$L = \frac{E \cdot U_0}{I \times 1600} \quad \text{من العلاقة السابقة نجد :}$$

$$\Rightarrow L = \frac{10 \times 7,6}{0,1 \times 1600} = 0,475H$$

2- تحديد معامل التحريض L' والمقاومة r' للوشية (b')

2.1- أ- المنحنى يمثل تذبذبات كهربائية مخمدة بسبب تبدد الطاقة الكلية للدائرة تدريجيا على شكل حرارة في مقاومة الدائرة.

ب- باعتبار : $T \simeq T_0$ يعني $T = 2\pi\sqrt{L'C}$

$$\Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \cdot L' \cdot C$$

$$\Rightarrow \left| L' = \frac{T^2}{4\pi^2 \cdot C} \right|$$

$$T = 2 \times 7,91ms \quad \text{من المبيان :}$$

نعوض في المعادلة أعلاه :

$$\frac{L}{R} \frac{du_R}{dt} + \frac{r}{R}u_R + u_R = E$$

$$\Rightarrow L \cdot \frac{du_R}{dt} + ru_R + Ru_R = R.E$$

$$\Rightarrow \left| L \cdot \frac{du_R}{dt} + (R + r)u_R - R.E = 0 \right|$$

ب- * حل المعادلة التفاضلية :

$$U_R = U_0 \cdot (1 - e^{-\lambda t})$$

$$\frac{dU_R}{dt} = \lambda U_0 e^{-\lambda t}$$

* نعوض المعادلة التفاضلية لنجد

$$L\lambda U_0 e^{-\lambda t} + (R + r)U_0(1 - e^{-\lambda t}) - RE = 0$$

$$\Rightarrow U_0 e^{-\lambda t} [L\lambda - (R + r)] + (R + r)U_0 - RE = 0$$

$$(R + r)U_0 - RE = 0$$

يعني :

$$U_0 e^{-\lambda t} [L\lambda - (R + r)] = 0$$

$$(R + r)U_0 = RE$$

نجد :

$$L\lambda - (R + r) = 0 \quad (U_0 e^{-\lambda t} \neq 0 \text{ مع})$$

$$U_0 = \frac{RE}{R + r}$$

إذن :

$$\lambda = \frac{R + r}{L}$$

1.2- أ- تعبير r :

$$u_R = R_I = U_0$$

في النظام الدائم يصبح :

ونكتب المعادلة التفاضلية :

$$(R + r)u_R - ER = 0$$

$$\Rightarrow (R + r)u_R = ER$$

$$\Rightarrow r = \frac{ER}{u_R} - R = R\left(\frac{E}{U_0} - 1\right)$$

$$R = \frac{U_0}{I} \quad \text{يعني} \quad U_0 = RI \quad \text{مع :}$$

$$r = \frac{U_0}{I}\left(\frac{E}{U_0} - 1\right) \quad \text{نجد :}$$

$$\Rightarrow \left| r = \frac{E - U_0}{I} \right|$$

3.2 - أ- * تردد الموجة المضمنة هو : $F = 10^5 \text{ Hz}$
 * عند استعمال الوشيعة (b') و المكثف C_0 يتغير تردد دائرة الإنتقاء بين القيمتين :

$$F_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L'C_0}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0,317 \times 12 \times 10^{-12}}}$$

$$F_1 = 8,16 \times 10^4 \text{ Hz}$$

$$F_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{0,317 \times 6 \times 10^{-12}}} = 1,15 \times 10^5 \text{ Hz}$$

$$F_1 < F < F_2 \quad \text{بما أن :}$$

يمكن الوشيعة b' من انتقاء الإشارة $U_s(t)$
 ب- للحصول على كشف غلاف يجب أن يتحقق الشرط التالي :

$$T_p \ll \tau_1 < T_s$$

مع : $\tau_1 = R_1 \cdot C_1$ ثابتة الزمن لدائرة الجزء (2)

$$T_s = \frac{1}{f_s} \quad \text{دور توتر الإشارة } s(t)$$

$$T_s = \frac{1}{5000} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

$$T_p = \frac{1}{F} \quad \text{دور توتر الحاملة } p(t)$$

$$T_p = \frac{1}{10^5} = 10^{-5} \text{ s} \quad \text{إذن :}$$

$$T_p \ll R_1 \cdot C_1 < T_s$$

$$\frac{T_p}{R_1} \ll C_1 < \frac{T_s}{R_1} \quad \text{يعني :}$$

$$\frac{10^{-5}}{30 \times 10^3} \ll C_1 < \frac{2 \times 10^{-4}}{30 \times 10^3}$$

$$3,33 \times 10^{-10} \text{ F} \ll C_1 < 6,67 \times 10^{-9} \text{ F}$$

$$3,33 \text{ nF} \ll C_1 < 6,67 \text{ nF} \quad \text{يعني :}$$

$$C_1 = 10 \text{ nF} \quad \text{المكثف الملائم سعته :}$$

$$T = 15,82 \times 10^{-3} \text{ s}$$

$$L' = \frac{(15,82 \times 10^{-3})^2}{4\pi^2 \times 20 \times 10^{-6}} = 0,3169 \text{ H}$$

$$L' \simeq 0,317 \text{ H} \quad \text{يعني :}$$

2.2 - * تعبير التوتر u_C هو :

$$U_C(t) = E \cdot e^{-\frac{(r'+R')t}{2L'}} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$$

عند اللحظة $t=T$ لدينا :

$$U_C(T) = E \cdot e^{-\frac{(r'+R')T}{2L'}} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot T\right)$$

$$\Rightarrow U_C(T) = E \cdot e^{-\frac{(r'+R')T}{2L'}}$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{U_C(T)}{E}\right) = -\frac{(r'+R')}{2L'} \cdot T$$

$$\Rightarrow r' = -\frac{2L'}{T} \cdot \ln\left(\frac{U_C(T)}{E}\right) - R$$

$$r' = -\frac{2 \times 0,317}{15,82 \times 10^{-3}} \times \ln\left(\frac{4,5}{10}\right) - 32$$

$$r' = 8,77 \times 10^{-4} \Omega \approx 0$$

3 - إرسال و استقبال إشارة مضمنة

3.1 - تعبير التوتر المضمن الواسع هو :

$$U_s(t) = A[1 + 0,6 \cos(10^4 \pi t)] \cdot \cos(2 \cdot 10^5 \pi t)$$

القيم الحدية لوسع هذا التوتر هما :

$$U_{smax} = A[1 + 0,6] = 1,6A$$

$$U_{smin} = A[1 - 0,6] = 0,4A$$

* معامل التضمين m :

$$m = \frac{U_{smax} - U_{smin}}{U_{smax} + U_{smin}}$$

$$m = \frac{1,6A - 0,4A}{1,6A + 0,4A} = \frac{1,2}{2} = 0,6$$

بما أن $m < 1$ فإن التضمين جيد .

التمرين الثالث :الجزء الأول : حركة سقوط مظلي1 - المعادلة التفاضلية للسرعة v :

نطبق القانون II لنيوتن على المظلي وهو خاضع في معلم مرتبط بالأرض نعتبره غاليليا لقوتين :

$$\vec{P} = m\vec{g} \quad \text{: وزنه .}$$

$$\vec{f} = -kv^2 \vec{k} \quad \text{: قوة الاحتكاك .}$$

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G$$

$$\Rightarrow \vec{P} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}_G$$

$$\Rightarrow m\vec{g} - kv^2 \cdot \vec{k} = m \cdot \vec{a}_G$$

إسقاط على المحور $(o, \vec{k})$

$$mg - kv^2 = m a_G$$

$$\Rightarrow mg \left(1 - \frac{k}{mg} v^2\right) = m \frac{dv}{dt}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{dv}{dt} = g \left(1 - \frac{k}{mg} v^2\right) \right|$$

نكتب المعادلة التفاضلية للحركة على الشكل :

$$\frac{dv}{dt} = g \left(1 - \frac{v^2}{\alpha^2}\right)$$

$$\frac{1}{\alpha^2} = \frac{k}{mg} \quad \text{مع :}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{m \cdot g}{k}} \quad \text{يعني :}$$

2 - عندما تصل المجموعة إلى سرعتها الحدية V_l تصبح

$$\frac{dv_l}{dt} = 0 \quad \text{المعادلة التفاضلية :}$$

$$\Rightarrow g \left(1 - \frac{v_l^2}{\alpha^2}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \alpha^2 = v_l^2$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha = v_l}$$

الجواب الصحيح هو (ج)

$$\alpha = v_l = 5m \cdot s^{-1} \quad \text{3 - مبيانيا نجد :}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{m \cdot g}{k}} \quad \text{* حساب k :}$$

$$\Rightarrow \alpha^2 = \frac{m \cdot g}{k}$$

$$\Rightarrow k = \frac{m \cdot g}{\alpha^2}$$

$$k = \frac{100kg \times 9,8m \cdot s^{-2}}{(5m \cdot s^{-1})^2}$$

$$\boxed{k = 39,2kg \cdot m^{-1}}$$

4 - تحديد خطوة الحساب Δt .

* لدينا حسب طريقة أولير :

$$v_{n+1} = v_n + a_n \times \Delta t$$

ومن المعادلة التفاضلية السابقة لدينا :

$$a_n = g - \frac{g}{\alpha^2} \cdot v_n^2$$

* نعوض في تعبير v_{n+1} لنجد :

$$v_{n+1} = v_n + g \cdot \Delta t - \frac{g}{\alpha^2} \cdot v_n^2 \cdot \Delta t$$

* بمقارنتها مع التعبير :

$$v_{n+1} = -7,84 \times 10^{-2} \cdot v_n^2 + v_n + 1,96$$

$$g \times \Delta t = 1,96 \quad \text{نستنتج أن :}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{1,96}{g}$$

$$\boxed{\Delta t = \frac{1,96}{9,8} = 0,2s}$$

الجزء الثاني : (3.25 نقطة) : النواس الوازن

1.1 - نطبق العلاقة الأساسية للديناميك على النواس الوازن :

$$\Sigma M_{\Delta}(\vec{F}) = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta}$$

$$\Rightarrow M_{\Delta}(\vec{P}) + M_{\Delta}(\vec{R}) = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = (m_1 + m_2) \frac{g_0 d}{J_\Delta}$$

$$\Rightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J_\Delta}{(m_1 + m_2)g_0 d}}$$

* حساب T_0 :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{9,8 \times 10^{-2}}{200 \times 10^{-3} \times 9,8 \times 50 \cdot 10^{-2}}}$$

$$T_0 = 1,98s \simeq 2s$$

1.3 - نطبق القانون الثاني لنيوتن على النواس الوزن و هو

خاضع للقوتين :

$\vec{P}$: وزن النواس .

$\vec{R}$: تأثير المحور (Δ)

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G$$

$$\Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}_G$$

الإسقاط على المنظمي $\vec{n}$:

$$-mg_0 + R = m \cdot a_N$$

$$\Rightarrow R = mg_0 + m \cdot a_N$$

$$a_N = \frac{v^2}{d} = d\dot{\theta}^2 \text{ مع}$$

عند مرور النواس من موضع توازنه تكون $\theta = 0$

$$\dot{\theta} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)\theta_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t\right) \text{ لدينا :}$$

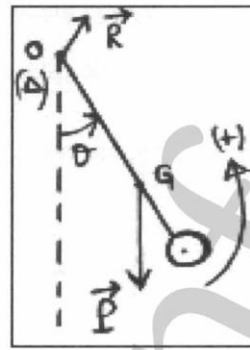
$$R = (m_1 + m_2) \left[g_0 + d \cdot \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \theta_0^2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t\right) \right] \text{ إذن :}$$

$$= (m_1 + m_2) \left[g_0 + d \cdot \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \left(\theta_0^2 - \theta_0^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t\right) \right) \right]$$

$$\left(\theta = \theta_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t\right) \quad \sin^2 t = 1 - \cos^2 t \text{ مع} \right)$$

$$R = (m_1 + m_2) \left[g_0 + d \cdot \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 (\theta_0^2 - \theta^2) \right]$$

$$R = (m_1 + m_2) \left[g_0 + d \cdot \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \theta_0^2 \right] \text{ يعني}$$



$\vec{R}$: تأثير المحور Δ على النواس

عند الموضع 0 .

$$M_\Delta(\vec{R}) = 0$$

$\vec{P}$: وزن النواس .

$$M_\Delta(\vec{P}) = -mg \cdot d \sin \theta$$

إذن :

$$-mg d \sin \theta = J_\Delta \cdot \ddot{\theta}$$

$$\Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{mgd}{J_\Delta} \cdot \sin \theta = 0$$

$$\sin \theta \approx \theta \quad \text{و} \quad m = m_1 + m_2 \quad \text{مع}$$

تصبح المعادلة التفاضلية :

$$\ddot{\theta} + (m_1 + m_2) \cdot \frac{g \cdot d}{J_\Delta} \cdot \theta = 0$$

1.2 - تعبير الدور الخاص T_0 للنواس الوزن :

* حل المعادلة التفاضلية :

$$\theta = \theta_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t\right)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)\theta_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t\right)$$

$$\ddot{\theta} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \cdot \theta_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t\right)$$

$$\Rightarrow \ddot{\theta} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \cdot \theta$$

* نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \cdot \theta + (m_1 + m_2) \frac{g_0 d}{J_\Delta} \cdot \theta = 0$$

$$\Rightarrow \theta \left[-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 + (m_1 + m_2) \frac{g_0 d}{J_\Delta} \right] = 0$$

مع : $\theta \neq 0$

$$-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 + (m_1 + m_2) \frac{g_0 d}{J_\Delta} = 0 \quad \text{نجد}$$

$$\frac{dE_m}{dt} = \frac{d}{dt}(a\dot{\theta}^2 + b\theta^2)$$

$$\Rightarrow 2a\dot{\theta}\ddot{\theta} + 2b\theta\dot{\theta} = 0$$

$$\Rightarrow \dot{\theta}[a\ddot{\theta} + b\theta] = 0$$

$$a\ddot{\theta} + b\theta = 0 \quad : \dot{\theta} \neq 0 \quad \text{مع}$$

$$\Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{b}{a}\theta = 0$$

2.3 - * تعبير الدور الخاص T للتذبذبات :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{a}{b}}$$

* لتصحيح الفرق الزمني Δt يجب أن يتحقق :

$$T_0 = T$$

$$\Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{T_0}{2\pi}\right)^2 = \frac{a}{b}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{a} = \left(\frac{T_0}{2\pi}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{J_\Delta}[C + (m_1 + m_2)gd] = (m_1 + m_2)\frac{g_0 d}{J_\Delta}$$

$$\Rightarrow C + (m_1 + m_2)gd = (m_1 + m_2)g_0 d$$

$$\Rightarrow \underline{C = (m_1 + m_2)d(g_0 - g)}$$

* حساب C :

$$C = 200 \times 10^{-3} \times 50 + 10^{-2} \times (9,8 - 9,78)$$

$$\underline{C = 2 \times 10^{-3} N.m.rad^{-1}}$$

$$R = 200 \times 10^{-3} \left(9,8 + 50 \times 10^{-2} \cdot \left(\frac{2\pi}{T_0} \right)^2 \cdot \left(\frac{\pi}{18} \right)^2 \right)$$

$$\underline{R = 1,99N \simeq 2N}$$

2.1 - * تعبير الطاقة الميكانيكية للمتذبذب للمجموعة :

$$E_m = E_C + E_{pt} + E_{pb}$$

$$E_C = \frac{1}{2}J_\Delta \cdot \dot{\theta}^2 \quad \text{- الطاقة الحركية للنواس :}$$

$$E_{pt} = \frac{1}{2}C\theta^2 + cte \quad \text{- طاقة الوضع اللي :}$$

باعتبار الحالة المرجعية الموافقة لـ $\theta = 0$ نجد $cte = 0$

$$E_{pt} = \frac{1}{2}C\theta^2 \quad \text{يعني :}$$

$$E_{pb} = mgz + cté \quad \text{- طاقة الوضع الثقالية :}$$

باعتبار الحالة المرجعية الموافقة لـ $\theta = 0$: $cté = 0$

$$E_{pb} = mgd(1 - \cos \theta) \quad \text{إذن :}$$

$$\cos \theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2} \quad \text{بالنسبة للتذبذبات الصغيرة :}$$

$$E_{pb} = \frac{1}{2}mgd\theta^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)gd\theta^2$$

نجد إذن تعبير الطاقة الميكانيكية للنواس :

$$E_m = \frac{1}{2}J_\Delta \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}C\theta^2 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)gd\theta^2$$

$$\Rightarrow \underline{E_m = \frac{1}{2}J_\Delta \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}[C + (m_1 + m_2)gd]\theta^2}$$

$$E_m = a\dot{\theta}^2 + b\theta^2 \quad \text{على الشكل :}$$

$$a = \frac{1}{2}J_\Delta \quad \text{مع}$$

$$b = \frac{1}{2}[C + (m_1 + m_2)gd]$$

2.2 - المعادلة التفاضلية للحركة :

في غياب الإحتكاكات ، تحفظ الطاقة الميكانيكية للمتذبذب :

$$E_m = cte$$

$$\frac{dE_m}{dt} = 0 \quad \text{إذن :}$$