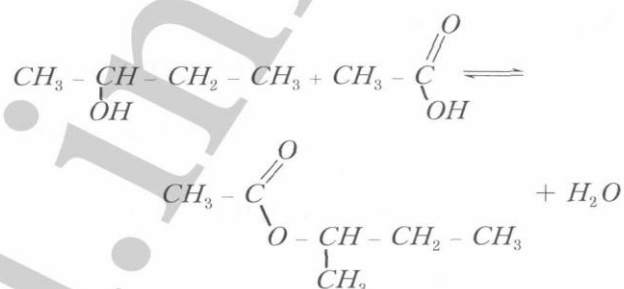


الكيمياء

الجزء الأول : تفاعل الأسترة :

1 - تفاعل الأسترة

1.1 - معادلة تفاعل الأسترة الذي يحدث :



إسم الإستر الناتج: إيثانوات 1-مethyl بروبييل

1.2 - * حساب حجم الكحول :

- كمية المادة البدئية للكحول :

$$n(al) = \frac{m(al)}{M(al)}$$

$$\Rightarrow m(al) = n(al) \times M(al)$$

- الكتلة الحجمية للكحول :

$$\rho(al) = \frac{m(al)}{V(al)}$$

$$\Rightarrow V(al) = \frac{m(al)}{\rho(al)} = \frac{n(al) \times M(al)}{\rho(al)}$$

- كثافة الكحول :

$$d = \frac{\rho(al)}{\rho_e}$$

$$\Rightarrow \rho(al) = d \times \rho_e$$

- إذن الحجم $V(al)$ هو :

$$V(al) = \frac{n(al) \times M(al)}{d \times \rho_e}$$

$$V(al) = \frac{0,5 \times 74}{0,79 \times 1} = 46,84 \text{ cm}^3$$

* حساب كتلة الحمض :

$$n(ac) = \frac{m(ac)}{M(ac)}$$

$$\Rightarrow m(ac) = n(ac) \times M(ac)$$

$$m(ac) = 0,5 \times 60 = 30 \text{ g}$$

1.3 - * جدول التقدم

معادلة التفاعل	$acide + alcool \rightleftharpoons ester + H_2O$				
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
البدئية	o	n	n	0	0
الوسيطة	x	n-x	n-x	x	x
النهائية	X _f	n-X _f	n-X _f	X _f	X _f

* الحجم الكلي للخليط التفاعلي هو $V=100\text{mL}$

نوزع هذا الحجم على 10 أنابيب ، يعني كل أنبوب يحتوي على

10mL من المحلول التفاعلي .

إذن كمية المادة البدئية للمتفاعلين في كل أنبوب هي :

$$n = \frac{0,5 \text{ mol}}{10} = 0,05 \text{ mol}$$

* حسب الجدول الوصفي ، لدينا عند كل لحظة t :

$$n(ester)_t = x \quad \text{كمية مادة الإستر المتكون :}$$

$$n(ac)_r = n - x \quad \text{كمية مادة الحمض المتبقي :}$$

$$x = n - n(ac)_r \quad \text{يعني :}$$

$$n(ester)_t = n - n(ac)_r \quad \text{إذن :}$$

$$\Rightarrow n(ester)_t = 0,05 - n(ac)_r$$

2 - معايرة الحمض المتبقي .

2.1 - معادلة تفاعل المعايرة :



2.2 - تعبير ثابتة الحمضية :

$$K = \frac{[CH_3COO^-] \times [H_3O^+]}{[CH_3COOH]}$$

2.3 - * تعبير ثابتة التوازن :

$$K = \frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH] \times [HO^-]}$$

$$\Rightarrow K = \frac{[CH_3COO^-] \times [H_3O^+]}{[CH_3COOH]} \times \frac{1}{[H_3O^+] \times [HO^-]}$$

معادلة التفاعل		$acide + alcool \rightleftharpoons ester + H_2O$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
البديئية		$n_a + 0,05$	0,05	0	0
النهائية		$n_a + 0,05 - x_f$	$0,05 - x_f$	x_f	x_f

* التقدم الأقصى x_{max} :

تم إضافة كمية من الحمض ، إذن الكحول هو المتفاعل المحد و :

$$x_{max} = 0,05 mol$$

$$x'_f = r \times 0,05 = 0,9 \times 0,05 = 0,045 mol$$

* ثابتة التوازن للتفاعل :

$$K' = \frac{(x'_f)^2}{(n_a + 0,05 - x'_f)(0,05 - x'_f)}$$

$$\Rightarrow n_a + 0,05 - x'_f = \frac{(x'_f)^2}{K' \times (0,05 - x'_f)}$$

$$x'_f = 0,045 ; K' = 2,25 \quad \text{مع :}$$

$$n_a + 0,05 - 0,045 = \frac{(0,045)^2}{2,25 \times (0,05 - 0,045)}$$

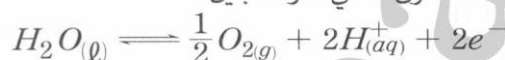
$$n_a = 0,175 mol$$

الجزء الثاني : تحضير فلز الزنك بالتحليل الكهربائي

1 - * نصف معادلة تكون الزنك :



* نصف معادلة تكون ثنائي الأوكسجين :



2 - يتكون غاز ثنائي الأوكسجين نتيجة تفاعل أكسدة هذا

التفاعل يتم عند الأنود يعني عند القطب الموجب للولد .

3 - * جدول التقدم لنصف معادلة الإختزال :

معادلة التفاعل		$Zn_{(aq)}^{2+} + 2e^- \rightleftharpoons Zn_{(s)}$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
البديئية		C.V	0	0	0
النهائية		C.V-x	2x	x	x

* عند اللحظة t لدينا : $n(e^-) = 2x$

* كمية الكهرباء الممررة : $Q = I \times \Delta t = n(e^-) \times F$

$$\Rightarrow I \times \Delta t = 2x \times F$$

$$\Rightarrow I = \frac{2x \times F}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow K = \frac{K_A}{K_e} = \frac{10^{-PK_A}}{10^{-PK_e}}$$

$$K = 10^{(PK_e - PK_A)}$$

* حساب قيمة K :

$$K = 10^{(14 - 4,8)} = 1,58 \times 10^9$$

2.4 - x عند التكافؤ للمعايرة حمض - قاعدة :

$$C_a \cdot V_a = C_b \cdot V_b$$

$$\Rightarrow C_a = \frac{C_b \cdot V_b}{V_a} = \frac{1 \times 4}{10} = 0,4 mol/L$$

* كمية مادة الحمض المتبقي في الأنبوب (1) :

$$n(ac)_r = C_a \cdot V_s = 0,4 \times 100 \cdot 10^{-3}$$

$$n(ac)_r = 4 \times 10^{-2} mol$$

* كمية مادة الإستر المتكون في الأنبوب (2) :

$$n(ester)_t = 0,05 - 4 \cdot 10^{-2} = 10^{-2} mol$$

3 - منحنى تطور المجموعة الكيميائية :

3.1 - ثابتة التوازن K' لتفاعل الأسترة :

$$K' = \frac{[ester] \times [H_2O]}{[acide] \times [alcool]}$$

$$\Rightarrow K' = \frac{\left(\frac{x_f}{V}\right)^2}{\left(\frac{n - x_f}{V}\right)^2} = \left(\frac{x_f}{n - x_f}\right)^2$$

- من المبيان : $x_f = 30 \times 10^{-3} mol$

$$K' = \left(\frac{30 \times 10^{-3}}{0,05 - 30 \times 10^{-3}}\right)^2 = 2,25$$

3.2 - * مردود التفاعل : $r = \frac{x_{exp}}{x_{max}}$

$$r = \frac{x_{exp}}{x_{th}} = \frac{x'_f}{x_{max}}$$

$$\Rightarrow x'_f = r \times x_{max}$$

مع x'_f التقدم النهائي بعد إضافة كمية المادة n_a للحمض

$$i_1 = i_2 = 60^\circ \quad \text{مع :}$$

زاوية الانحراف لكل شعاع :

$$D_2 = i - r_2; D_1 = i - r_1$$

- الزاوية α بين الشعاعين المنكسرين :

$$\alpha = D_2 - D_1$$

$$\Rightarrow \alpha = i - r_2 - i + r_1$$

$$\Rightarrow \alpha = r_1 - r_2$$

$$\Rightarrow r_2 = r_1 - \alpha$$

$$\sin i = n_1 \sin r_1 \quad \text{- حساب } r_1 :$$

$$\Rightarrow \sin r_1 = \frac{\sin i}{n_1}$$

$$\sin r_1 = \frac{\sin 60}{1,626} = 0,533$$

$$\Rightarrow r_1 = 32,18^\circ$$

$$r_2 = 32,18 - 0,563 = 31,617^\circ$$

$$\sin i = n_2 \sin r_2 \quad \text{- حساب } r_2 :$$

$$\Rightarrow n_2 = \frac{\sin i}{\sin r_2}$$

$$n_2 = \frac{\sin 60}{\sin 31,617} = 1,652$$

2.2 - تعبير طول الموجة λ_2 :

$$v_2 = \lambda_2 \times \nu_2 \quad \text{لدينا :}$$

$$\Rightarrow \lambda_2 = \frac{v_2}{\nu_2}$$

$$n_2 = \frac{c}{v_2} \Rightarrow v_2 = \frac{c}{n_2}$$

$$\lambda_2 = \frac{c}{n_2 \times \nu_2} \quad \text{إذن :}$$

$$\lambda_2 = \frac{3 \times 10^8}{1,652 \times 7,5 \times 10^{14}} = 2,42 \times 10^{-7} m$$

التمرين 2 : التذبذبات الكهربائية

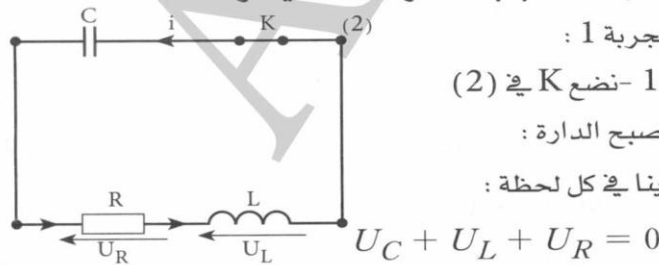
1 - دراسة التذبذبات الحرة المخمدة في دائرة RLC .

التجربة 1 :

1.1 - نضع K في (2)

فتصبح الدارة :

لدينا في كل لحظة :



$$4 - * \text{ حساب التقدم عند مرور } \Delta t = 12,0h :$$

$$x = \frac{I \times \Delta t}{2F}$$

$$x = \frac{8 \times 10^4 \times 12 \times 3600}{2 \times 96500}$$

$$x = 1,79 \times 10^4 \text{ mol}$$

* حساب كتلة الزنك المتكون :

$$n(\text{Zn}) = \frac{m}{M}$$

$$\Rightarrow m = n(\text{Zn}) \times M$$

$$m = x \times M$$

$$m = 1,79 \times 10^4 \times 65,4 = 1,17.10^6 g$$

$$m = 1,17 \text{ tonnes}$$

الفيزياء

الجزء الأول : تحديد طول الموجة لشعاع ضوئي

1 - تحديد طول الموجة λ

1.1 - بما أن الشق أفقي ، فإن البقع الضوئية تكون و رأسية

يعني وفق المحور $Y'Y$. (الجواب ب))

1.2 - تعبير λ :

لدينا :

$$\theta = \frac{\lambda}{a}$$

$$\tan \theta = \frac{L}{2D}$$

$$\theta \simeq \frac{L}{2D} \quad \text{مع } \theta \text{ صغيرة :}$$

$$\frac{\lambda}{a} = \frac{L}{2D} \quad \text{إذن :}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{L.a}{2.D}$$

$$\lambda = \frac{1,4 \times 10^{-3} \times 10^{-3}}{2 \times 1} \quad * \text{ حساب } \lambda :$$

$$\lambda = 7 \times 10^{-7} m$$

2 - تحديد طول الموجة لضوء أحادي اللون :

حسب قانون ديكرارت لدينا :

$$\sin i_1 = n_1 \sin r_1 \quad \text{- بالنسبة للشعاع الأول :}$$

$$\sin i_2 = n_2 \sin r_2 \quad \text{- بالنسبة للشعاع الثاني :}$$

$$A = \frac{q(0)}{\cos(-0,077)} \quad \text{إذن :}$$

$$q = C.U_C \quad \text{ولدينا العلاقة :}$$

$$q(0) = C.U_C(0)$$

$$A = \frac{C.U_C(0) \cos}{\cos(-0,077)} \quad \text{إذن :}$$

$$U_C(0) = 6V \quad \text{من المنحنى (a) :}$$

$$A = \frac{60 \times 10^{-6} \times 6}{\cos(-0,077)} = 3,60 \times 10^{-4} C$$

2- الدراسة الطاقية للتذبذبات الحرة في دارة LC .

2.1- الطاقة الكهربائية للمكثف :

$$E_e = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

$$\Rightarrow E_e = \frac{q_m^2}{2C} \cdot \cos^2\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)$$

* الطاقة المغنطيسية E_m للشويعية :

$$E_m = \frac{1}{2} Li^2$$

$$i = \frac{dq}{dt} \quad \text{مع :}$$

$$i = -\frac{1}{\sqrt{LC}} q_m \sin\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)$$

$$E_m = \frac{1}{2} L \cdot \frac{1}{LC} q_m^2 \sin^2\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)$$

$$E_m = \frac{q_m^2}{2C} \cdot \sin^2\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)$$

2.2- الطاقة الكلية للمذبذب :

$$E_T = E_e + E_m$$

$$E_T = \frac{q_m^2}{2C} \cos^2\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right) + \frac{q_m^2}{2C} \sin^2\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)$$

$$E_T = \frac{q_m^2}{2C} = cte$$

إذن الطاقة الكلية E_T تحفظ :

$$E_T = \frac{q_m^2}{2C} = \frac{1}{2} CU_m^2 = \frac{1}{2} CE^2$$

$$E_T = \frac{1}{2} \times 60 \times 10^{-6} \times (6)^2 = 1,08 \times 10^{-3} J$$

عند $t=0$ لحظة غلق القاطع K في (2) ، المكثف مشحون و

$$U_C(0) = E$$

$$i(0) = 0 \quad \text{وشدة التيار متعدمة :}$$

$$U_R = Ri \quad \text{مع :}$$

$$U_R(0) = E \quad \text{إذن :}$$

$$U_L(0) = -U_C(0) = -E \quad \text{ومنه فإن :}$$

إذن المنحنى (b) يوافق تغيرات u_R و المنحنى (c) يوافق

u_L

1.2- تحديد مبيانيا :

أ- عند اللحظة $t_1 = 8,54.10^{-2} s$ ومن المنحنى (b)

$$i(t_1) = \frac{u_R(t_1)}{R} = \frac{0,4}{20} \quad \text{نجد :}$$

$$i(t_1) = 0,02A$$

ب- بين اللحظتين t_1 و t_2 لدينا من المنحنى (b) u_R تغير إشارتها .

* بين t_1 و t_2 ($2 \times 4,88.10^{-2} = 9,76.10^{-2} s$) و $u_R > 0$: وكذلك $i > 0$ يوافق منحى التيار المنحى الإصطلاحي

المبين في الوثيقة (شحن المكثف)

* بين t_2 و $9,76.10^{-2} s$ و $u_R < 0$: وكذلك $i < 0$ منحى التيار عكس المنحى المبين في الوثيقة

(تفريغ المكثف)

1.3- المعادلة التفاضلية للشحنة q :

نطبق قانون إضافية التوترات في الدارة الممثلة أعلاه :

$$U_C + U_R + U_L = 0$$

$$\Rightarrow U_C + Ri + L \frac{di}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{q}{C} + R \frac{dq}{dt} + L \frac{d^2q}{dt^2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0$$

1.4- يكتب حل المعادلة التفاضلية على الشكل :

$$q(t) = A e^{-\frac{Rt}{2L}} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - 0,077\right)$$

$$q(0) = A \cdot \cos(-0,077) \quad \text{عند } t=0$$

3-دراسة التذبذبات القسرية في دائرة RLC متوالية .

تجربة 2 :

3.1 -قيمة المقاومة R_1 :

عند الرنين الكهربائي للدائرة RLC ، تتحقق العلاقة :

$$U=RI$$

وبما أن R_1 هي القيمة الدنيا للمقاومة في الحالتين ، فإنها توافق الرنين الحاد ، حيث : $I=1A$ المنحنى (a) .

$$R = \frac{U}{I} = \frac{20}{1} = 20\Omega$$

3.2 -معامل الجودة في حالة $R=R_2$:

$$Q = \frac{N_0}{\Delta N} \quad \text{نمبر عن معامل الجودة بالعلاقة :}$$

مع N_0 قيمة التردد الموافق للرنين الكهربائي .بالنسبة للمنحنى (b) الموافق للمقاومة R_2 :

$$N_0 = 20,5Hz$$

 ΔN : عرض المنطقة الممرية :

$$I = 0,5A \quad \text{لدينا :}$$

$$\frac{I}{\sqrt{2}} = \frac{0,5}{\sqrt{2}} = 0,35A \quad \text{إذن :}$$

$$\Delta N = N_2 - N_1 = 24 - 17,5 = 6,5Hz \quad \text{مبياننا لدينا :}$$

$$Q = \frac{20,5}{6,5} = 3,15$$

4 -دائرة التوافق :

لالتقاط المحطة الإذاعية ، يجب أن يتوافق تردد البث مع تردد

$$f_0 = F \quad \text{دائرة التوافق :}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC'}}$$

- لدينا :

$$\Rightarrow f_0^2 = \frac{1}{(2\pi)^2 LC'}$$

$$\Rightarrow C' = \frac{1}{(2\pi)^2 L f_0^2}$$

$$\Rightarrow C' = \frac{1}{(2\pi)^2 L F^2}$$

يعني :

$$C' = \frac{1}{(2\pi)^2 \cdot 8,7 \times 10^{-2} \times (540 \times 10^3)^2}$$

$$C' = 9,98 \times 10^{-13} F = 10^{-12} F = 1pF$$

التمرين 3 :

الجزء الأول: دراسة حركة قمر اصطناعي

1 - استقبال الموجات الكهرومغناطيسية

1.1 -حساب السرعة v_p للهوائي :

أثناء دوران الأرض حول المحور القطبي ، يكون مسار الهوائي

دائري شعاعه r بحيث : $r = R \cos \lambda$

$$T = \frac{2\pi r}{v_p} \quad \text{دور الحركة هو و يحقق العلاقة :}$$

$$\Rightarrow v_p = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi R \cos \lambda}{T}$$

$$v_p = \frac{2\pi \times 6400 \times 10^3 \times \cos(33,5)}{23 \times 3600 + 56 \times 60 + 4}$$

$$= 389m/s$$

1.2 -يظهر القمر الاصطناعي هوتبوردي ساكنا بالنسبة لملاحظ

على سطح الأرض ، لأنه ينجز حركة دورانية يساوي دورها دور

حركة الأرض حول محورها القطبي .

لذلك يبقى الهوائي موجها نحو القمر الإصطناعي دون نظام تتبع

حركته .

2 -دراسة حركة القمر الاصطناعي هوتبوردي :

2.1 -تطبيق القانون الثاني لنيوتن على القمر الإصطناعي في

معلم غاليلي ، حيث يخضع القمر الإصطناعي لقوة التجاذب

$$\vec{F} = G \frac{m_s \cdot M}{(R+h)^2} \vec{n} \quad \text{الكوني :}$$

 $\vec{n}$: المتجهة الواحدة المنظمية لأساس فريني .

$$\vec{F} = m_s \cdot \vec{a}_G$$

$$\Rightarrow G = \frac{m_s \cdot M}{(R+h)^2} \vec{n} = m_s \cdot \vec{a}_G$$

إسقاط على المنظمي $\vec{n}$ لأساس فريني نجد :

$$G \cdot \frac{m_s \cdot M}{(R+h)^2} = m_s \cdot \frac{v_s^2}{(R+h)^2}$$

$$\Rightarrow v_s^2 = \frac{G \cdot M}{(R+h)}$$

$$\Rightarrow v_s = \sqrt{\frac{G \cdot M}{R+h}}$$

$$v_s = \sqrt{\frac{6,67 \times 10^{-11} \times 5,98 \times 10^{24}}{6400 \times 10^3 + 3600 \times 10^3}}$$

$$v_s \simeq 3,07 \times 10^3 m/s$$

$$\dot{\theta} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)\theta_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

$$\ddot{\theta} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

$$\ddot{\theta} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \theta$$

نعوض في المعادلة التفاضلية لنجد :

$$-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \theta + \frac{4C + mg(\ell - 2d)}{J_\Delta} \theta = 0$$

مع $\theta \neq 0$ إذن :

$$\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{4C + mg(\ell - 2d)}{J_\Delta}$$

$$\Rightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J_\Delta}{4C + mg(\ell - 2d)}}$$

3 - نضبط موضع (S_2) على الساق بالمسافة d_0 :

يصبح تعبير الطاقة الميكانيكية للمتذبذب :

$$E_m = \frac{1}{2}J_\Delta \dot{\theta}^2 + 2C\theta^2 + 2mg\left(d_0 - \frac{\ell}{2}\right)\cos\theta$$

لكي تكون حركة المتذبذب دورانية جيئية بالنسبة لـ θ_m

تنتمي للمجال $\left]0; \frac{\pi}{2}\right[$ يجب أن تكون المعادلة التفاضلية على

$$\ddot{\theta} + \frac{2\pi}{T_0} \dot{\theta} = 0 \quad \text{الشكل :}$$

يعني تتحفظ الطاقة الميكانيكية للمتذبذب : $\frac{dE_m}{dt} = 0$

$$E_m = \frac{1}{2}J_\Delta \dot{\theta}^2 + 2C\theta^2 + 2mg\left(d_0 - \frac{\ell}{2}\right)\cos\theta$$

$$\Rightarrow J_\Delta \dot{\theta}\ddot{\theta} + 4C\theta\dot{\theta} - 2mg\left(d_0 - \frac{\ell}{2}\right)\dot{\theta}\sin\theta = 0$$

$$\Rightarrow J_\Delta \ddot{\theta} + 4C\theta - 2mg\left(d_0 - \frac{\ell}{2}\right)\sin\theta = 0 \quad (\dot{\theta} \neq 0 \text{ مع})$$

يجب أن يتحقق الشرط :

$$-2mg\left(d_0 - \frac{\ell}{2}\right)\sin\theta = 0$$

$$d_0 - \frac{\ell}{2} = 0 \quad \text{يعني :}$$

$$\Rightarrow d_0 = \frac{\ell}{2}$$

2.2 - المدار الموافق لدوران القمر الإصطناعي هوبورد هو المدار (2) ، لكي يبدو القمر الإصطناعي ساكنا لملاحظ على سطح الأرض يجب أن يتوافق محور دوران القمر الإصطناعي مع المحور القطبي لدوران الأرض .

الجزء الثاني : الدراسة الطاقية لمتذبذب ميكانيكي

1 - تعبير الطاقة الميكانيكية للمتذبذب :

$$E_m = E_C + E_{pt} + E_{pp}$$

$$E_C = \frac{1}{2}J_\Delta \dot{\theta}^2 \quad \text{الطاقة الحركية :}$$

$$E_{pt} = 2C\theta^2 \quad \text{طاقة الوضع للي :}$$

(باعتبار الحالة المرجعية $c_{te}=0$)

$$E_{pp} = m_1gz_1 + m_2gz_2 \quad \text{طاقة الوضع الثقالية :}$$

$$= -mg\ell \cos\theta + 2mgd \cos\theta$$

$$E_{pp} = 2mg\left(d - \frac{\ell}{2}\right)\cos\theta$$

إذن نجد تعبير الطاقة الميكانيكية :

$$E_m = \frac{1}{2}J_\Delta \dot{\theta}^2 + 2C\theta^2 + 2mg\left(d - \frac{\ell}{2}\right)\cos\theta$$

2 - بالنسبة للتذبذبات الصغيرة لدينا : $\cos\theta \simeq 1 - \frac{\theta^2}{2}$

$$E_m = \frac{1}{2}J_\Delta \dot{\theta}^2 + 2C\theta^2 + 2mg\left(d - \frac{\ell}{2}\right)\left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right)$$

1.2 - المعادلة التفاضلية للمتذبذب :

الإحتكاكات مهمة إذن تتحفظ الطاقة الميكانيكية $E_m = c_{te}$

$$\frac{dE_m}{dt} = 0 \quad \text{يعني :}$$

$$\Rightarrow J_\Delta \dot{\theta}\ddot{\theta} + 4C\theta\dot{\theta} + 2mg\left(d - \frac{\ell}{2}\right)(\theta\dot{\theta}) = 0$$

$$\Rightarrow \dot{\theta}\left[J_\Delta \ddot{\theta} + \left(4C + 2mg\left(d - \frac{\ell}{2}\right)\right)\theta\right] = 0$$

(مع $\dot{\theta} \neq 0$)

$$\ddot{\theta} + \frac{4C + 2mg(\ell - 2d)}{J_\Delta} \theta = 0$$

2.2 - التعبير الحريفي للدور الخاص :

$$\theta = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$