

Achamel.info

تصحيح الدورة الإستدراكية 2008

كيمياء

الجزء (1) : تفاعل حمض كربوكسيلي مع الماء ثم مع الأمونياك

1 - تحديد الصيغة الإجمالية لحمض كربوكسيلي.

1-1 - معادلة تفاعل المعايرة :

1-2 - حساب التركيز المولي C_A للمحلول (S_A) :عند التكافؤ الحمضي - القاعدي لدينا العلاقة التالية : $C_A V_A = C_B V_B$

$$C_A = C_B \frac{V_B}{V_A} \quad \text{يعني :}$$

$$C_A = 10^{-2} \times \frac{15}{10} = 1,5 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \quad \text{ت.ع.}$$

* الصيغة الإجمالية للحمض الكربوكسيلي :

نحسب الكتلة المولية M للحمض من خلال العلاقة $C_A = \frac{n}{V_0}$

$$C_A = \frac{m}{M \times V_0} \quad \text{نعلم أن :} \quad n = \frac{m}{M} \quad \text{نجد :}$$

$$M = \frac{m}{C_A \times V_0}$$

$$M = 60 \text{ g.mol}^{-1} \quad \text{يعني :} \quad M = \frac{450 \times 10^{-3}}{1,5 \times 10^{-2} \times 500 \times 10^{-3}} \quad \text{ت.ع.}$$

من جهة أخرى يكتب تعبير الكتلة المولية M للحمض من خلال صيغته الإجمالية.

$$M = (n+1)M(C) + (2n+2)M(H) + 2M(O)$$

$$= (n+1) \times 12 + (2n+2) \times 1 + 2 \times 16$$

$$M = 12n + 12 + 2n + 2 + 32 = 14n + 46$$

$$M = 14n + 46 = 60 \quad \text{حسب ما سبق :}$$

$$n = \frac{60 - 46}{14} = 1 \quad \text{نستنتج إذن :}$$

نعوض في صيغة الحمض لنجد : CH_3COOH 1-2 - تعبير التقدم النهائي X_f بدلالة V و pH المحلول :

* الجدول الوصفي الموافق لتفاعل حمض الإيثانويك مع الماء :

معادلة التفاعل		$CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftharpoons CH_3COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
		كميات المادة			
حالة التحول	التقدم				
الحالة البدئية	0	$n(CH_3COOH) = C_A V$	بوفرة	0	0
أثناء التحول	X	$C_A V - x$	بوفرة	x	x
الحالة النهائية	X_f	$C_A V - x_f$	بوفرة	X_f	X_f

* تعبير X_f : من خلال الجدول الوصفي لدينا : $n(H_3O^+) = x_f$

حسب تعريف التركيز : $[H_3O^+]_f = \frac{n(H_3O^+)}{V} = \frac{x_f}{V}$

$$x_f = [H_3O^+]_f \times V = 10^{-pH} \times V$$

* إثبات العلاقة :

حسب الجدول الوصفي لدينا في الحالة النهائية :

$$[CH_3COO^-]_f = [H_3O^+]_f = 10^{-pH}$$

$$[CH_3COOH]_f = \frac{n(CH_3COOH)}{V} = \frac{C_A V - x_f}{V} = C_A - \frac{x_f}{V}$$

$$[CH_3COOH]_f = C_A - [H_3O^+]_f = C_A - 10^{-pH}$$

$$\frac{[CH_3COOH]_f}{[CH_3COO^-]_f} = \frac{C_A - 10^{-pH}}{10^{-pH}} = \frac{C_A}{10^{-pH}} - 1$$

$$\frac{[CH_3COOH]_f}{[CH_3COO^-]_f} = -1 + C_A \cdot 10^{-pH} \quad \text{وهكذا نجد العلاقة :}$$

2-2 - استنتاج قيمة الثابتة pK_{A2} :

$$pH = pK_{A2} + \log \frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f} \quad \text{لدينا العلاقة التالية :}$$

$$pK_{A2} = pH - \log \frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f} \quad \text{نجد إذن :}$$

$$pK_{A2} = pH + \log \frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f} \quad \text{(باستعمال خاصيات } \log \text{)}$$

$$pK_{A2} = pH + \log(-1 + C_A \times 10^{pH}) \quad \text{ت.ع.}$$

$$pK_{A2} = 3,3 + \log(-1 + 1,5 \times 10^{-2} \times 10^{3,3})$$

$$pK_{A2} \approx 4,76$$

3 - دراسة تفاعل الحمض CH_3COOH مع القاعدة NH_3

1-3 - معادلة التفاعل بين CH_3COOH و NH_3 :



2-3 - حساب ثابتة التوازن K المقرونة بمعادلة هذا التفاعل :

$$K = \frac{[CH_3COO^-]_f \times [NH_4^+]_f}{[CH_3COOH]_f \times [NH_3]_f}$$

$$K = \frac{[CH_3COO^-]_f \times [H_3O^+]_f}{[CH_3COOH]_f} \times \frac{[NH_4^+]_f}{[NH_3]_f \times [H_3O^+]_f} \quad \text{(تبين تعبير } K_A \text{ للمزدوجتين)}$$

لدينا التعبيرين :

$$K = \frac{K_{A2}}{K_{A1}}$$

$$K = \frac{10^{-4,76}}{10^{-9,20}} \approx 2,75 \times 10^4$$

ت.ع.

$$\left(K_{A2} = \frac{[CH_3COO^-]_f \times [H_3O^+]_f}{[CH_3COOH]} ; K_{A1} = \frac{[NH_3] \times [H_3O^+]}{[NH_4^+]} \right)$$

3-3 - تعبير نسبة التقدم النهائي τ : لدينا : $\tau = \frac{x_f}{x_{\max}}$

نستعمل الجدول الوصفي الموافق لهذا التفاعل:

معادلة التفاعل		$CH_3COOH_{(aq)} + NH_{3(aq)} \rightleftharpoons CH_3COO^-_{(aq)} + NH_4^+_{(aq)}$			
حالة التحول	التقدم	كميات المادة			
الحالة البدئية	0	n_0	n_0	0	0
أثناء التحول	X	$n_0 - x$	$n_0 - x$	X	X
الحالة النهائية	X_f	$n_0 - x_f$	$n_0 - x_f$	X_f	X_f

حسب الجدول لدينا في الحالة النهائية : $[CH_3COO^-]_f = [NH_4^+]_f = \frac{x_f}{V}$

$$[CH_3COOH]_f = [NH_3]_f = \frac{n_0 - x_f}{V}$$

يصبح تعبير ثابتة التوازن K :

$$K = \frac{\left(\frac{x_f}{V}\right)^2}{\left(\frac{n_0 - x_f}{V}\right)^2} = \frac{x_f^2}{(n_0 - x_f)^2}$$

$$\sqrt{K} = \frac{x_f}{n_0 - x_f}$$

$$\sqrt{K}(n_0 - x_f) = x_f$$

$$\sqrt{K}n_0 - \sqrt{K}x_f = x_f$$

$$\sqrt{K}x_f + x_f = \sqrt{K}n_0$$

$$x_f(\sqrt{K} + 1) = \sqrt{K}n_0$$

$$x_f = \frac{\sqrt{K} \cdot n_0}{\sqrt{K} + 1}$$

وهكذا نجد تعبير X_f :

من جهة أخرى تعبير $X_{\max}$ هو : $n_0 - X_{\max} = 0$ يعني : $X_{\max} = n_0$

نعوض في تعبير τ لنجد الصيغة المطلوبة :

$$\tau = \frac{x_f}{x_{\max}} = \frac{n_0 \sqrt{K}}{(1 + \sqrt{K})n_0} = \frac{\sqrt{K}}{1 + \sqrt{K}}$$

* استنتاج طبيعة التفاعل من خلال قيمة τ :

حسب ما سبق : $K = 2,75 \cdot 10^4$ فإن $\sqrt{K}$ كبيرة مقارنة مع 1.

يصبح تعبير τ تقريباً هو : $\tau \simeq \frac{\sqrt{K}}{\sqrt{K}} \simeq 1$

نستنتج أن التفاعل بين حمض الإيثانويك والأمونياك تفاعل تقريبا كلي.

الجزء (2) : عمود نيكل - زنك

1-1 - حساب خارج التفاعل Q_{ri} في الحالة البدئية :

حسب معادلة التفاعل لدينا : $Zn_{(s)} + Ni_{(aq)}^{2+} \rightleftharpoons Zn_{(aq)}^{2+} + Ni_{(s)}$

$$Q_{r,i} = \frac{[Zn^{2+}]_i}{[Ni^{2+}]_i} = \frac{5,10^{-2}}{5,10^{-2}} = 1$$

* تطور المجموعة تلقائيا : حسب معيار التطور التلقائي :

لدينا : $K = 10^{18}$ ثابتة التوازن لهذا التحول.

نلاحظ أن : $Qr, i \ll K$

نستنتج أن المجموعة الكيميائية تتطور تلقائيا في المنحى المباشر لمعادلة التفاعل.

1-2 - تحديد منحى التيار الكهربائي المار في الموصل الأومي :

حسب معيار التطور التلقائي، يتم التفاعلات التالية :

- بجوار إلكترود الزنك تتم أكسدة فلز الزنك $Zn_{(s)}$ وفق المعادلة : $Zn_{(s)} \rightleftharpoons Zn_{(aq)}^{2+} + 2e^{-}$

يعني يلعب إلكترود الزنك القطب السالب للعمود (الأنود).

- بجوار إلكترود النيكل، يتم تفاعل اختزال أيونات $Ni_{(aq)}^{2+}$ وفق المعادلة : $Ni_{(aq)}^{2+} + 2e^{-} \rightleftharpoons Ni_{(s)}$

يعني يلعب هذا الإلكترود القطب الموجب للعمود (الكاثود).

إذن تمر الإلكترونات من الزنك $Zn_{(s)}$ نحو النيكل $Ni_{(s)}$ ، وبما أن التيار الكهربائي يمر اصطلاحا في المنحى المعاكس، إذن يمر

التيار من إلكترود النيكل (+) نحو إلكترود الزنك (-).

2-2 - المدة الزمنية القصوى $\Delta t_{\max}$ لاشتغال العمود.

صفحة الزنك تمثل مصدرا وفيرا لفلز الزنك، يعني أيونات النيكل Ni^{2+} هي المتفاعل المحد.

لدينا العلاقة التالية بين كمية الكهرباء الممررة في الدارة وشدة التيار :

$$Q_{\max} = I \times \Delta t_{\max} = n_{\max}(e^{-}) \times F$$

$$\Delta t_{\max} = \frac{n_{\max}(e^{-}) \times F}{I} \quad \text{يعني :}$$

$n_{\max}(e^{-})$: كمية مادة الإلكترونات القصوى المارة في الدارة :

معادلة التفاعل		$Ni_{(aq)}^{2+} + Zn_{(s)} \longrightarrow Ni_{(s)} + Zn_{(aq)}^{2+}$				كمية الإلكترونات
حالة التحول	التقدم	كميات المادة				$n(e^{-})$
الحالة البدئية	0	$n_0(Ni^{2+})$	$n_0(Zn)$	$n_0(Ni)$	$n_0(Zn^{2+})$	0
أثناء التحول	x	$n_0(Ni^{2+}) - x$	$n_0(Zn) - x$	$n_0(Ni) + x$	$n_0(Zn^{2+}) + x$	2x
الحالة النهائية	$x_{f\max}$	$n_0(Ni^{2+}) - x_{\max}$	$n_0(Zn) - x_{\max}$	$n_0(Ni) + x_{\max}$	$n_0(Zn^{2+}) + x_{\max}$	$2x_{\max}$

حسب الجدول : $n_0(Ni^{2+}) - x_{\max} = 0$

$$x_{\max} = n_0(Ni^{2+}) = [Ni^{2+}]_i \times V$$

$$x_{\max}(e^{-}) = 2x_{\max} = 2[Ni^{2+}]_i \times V$$

$$\Delta t_{\max} = \frac{2[Ni^{2+}]_i \times V \times F}{I} \quad \text{يصبح تعبير } \Delta t_{\max} :$$

$$\Delta t_{\max} = \frac{2,5 \times 10^{-2} \times 100 \times 10^{-3} \times 9,65 \times 10^4}{0,1} \quad \text{ت.ع :}$$

$$\Delta t_{\max} = 9650s = 2h 40 \text{ min } 50s$$

2-2- استنتاج التغير Δm لكتلة النيكل Ni :

حسب الجدول لدينا كمية مادة النيكل المتكون عند نهاية التحول هي : $\Delta n(Ni) = n_f(Ni) - n_i(Ni)$

حسب الجدول : $\Delta n(Ni) = n_i(Ni) + x_{\max} - n_i(Ni)$

$$\Delta n(Ni) = x_{\max} = [Ni^{2+}]_i \times V$$

حسب تعريف كمية المادة لدينا : $\Delta n(Ni) = \frac{\Delta m(Ni)}{M(Ni)}$

$$\Delta m(Ni) = \Delta n(Ni) \times M(Ni)$$

$$\Delta m = [Ni^{2+}]_i \times V \times M(Ni)$$

يعني :

$$\Delta m = 5.10^{-2} \times 100 \times 10^{-3} \times 58,7$$

ت.ع :

$$\Delta m = 293,5 \times 10^{-3} = 293,5mg$$

فيزياء

فيزياء 1 : تحديد تردد موجة ضوئية

1- العلاقة بين θ و λ و d هي : $\theta = \frac{\lambda}{d}$

2- العلاقة بين L و λ و d و D من خلال الشكل :

$$\tan \theta = \frac{L/2}{D} = \frac{L}{2D}$$

مع θ زاوية صغيرة : $\tan \theta \simeq \theta (rad)$

$$\theta \simeq \frac{L}{2D}$$

وباعتبار العلاقة السابقة نكتب :

$$\frac{\lambda}{d} \simeq \frac{L}{2D} \quad \text{يعني} \quad \theta = \frac{\lambda}{d} \simeq \frac{L}{2D}$$

3-1- تحديد طول الموجة λ من المنحنى $\theta = f\left(\frac{1}{d}\right)$

المنحنى عبارة عن دالة خطية، نعبر عنها رياضيا بالعلاقة : $\theta = K \times \left(\frac{1}{d}\right)$

$$K = \frac{\Delta \theta}{\Delta \left(\frac{1}{d}\right)} = \frac{0,44 \times 10^{-2}}{1 \times 10^4}$$

$$K = 0,44 \times 10^{-6}$$

* من جهة أخرى وحسب السؤال (1) لدينا : $\theta = \lambda \times \frac{1}{d}$

$$\lambda = K$$

$$\lambda = 0,44.10^{-6}m$$

* استنتاج التردد V للموجة الضوئية : لدينا العلاقة $C = \lambda.v$

$$v = \frac{C}{\lambda} \quad \text{يعني} :$$

$$v = \frac{3.10^8}{0,44.10^{-6}} \simeq 6,82 \times 10^{14}Hz$$

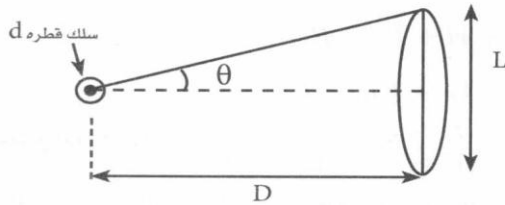
3-2- نعوض اللازير بضوء أبيض :

أ- طول الموجة $\lambda_{\max}$:

$$\lambda = \frac{dL}{2D} \quad \text{يعني} \quad \frac{\lambda}{d} \simeq \frac{L}{2D}$$

مع L عرض البقعة المركزية.

نلاحظ أن L تزداد كلما ازدادت قيمة طول الموجة λ للضوء الأحادي اللون المستعمل.



لكي تصبح L قصوية $L = L_{\max}$ يجب أن تأخذ λ أقصى قيمة لطول الموجة في المجال المرئي . يعني $\lambda_{\max} = \lambda_R = 800nm$
 ب- يظهر لون وسط البقعة المركزية أبيض بسبب تداخل جميع الموجات الموافقة للضوء الأحادي اللون التي تكون الضوء الأبيض في مركز البقعة المركزية فنحصل على تركيب ضوء أبيض.

فيزياء 2 : استجابة ثنائي القطب RL و RLC لتوتر كهربائي.

1 - استجابة ثنائي القطب لتوتر كهربائي ثابت :

1-1 - المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$:

حسب قانون إضافية التوترات نكتب :

$$UB + UR = E$$

$$L \frac{di}{dt} + ri + Ri = E \quad \text{يعني :}$$

$$L \frac{di}{dt} + (r + R)i = E$$

$$i + \frac{L}{(r + R)} \frac{di}{dt} = \frac{E}{(r + R)} \quad \text{نستنتج إذن المعادلة :}$$

1-2 - تعبير الثابتين A و τ بدلالة برامترات الدارة (E و R و L و r)

لدينا حل المعادلة التفاضلية :

$$i(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt}(A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})) = \frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) + \frac{L}{(r + R)} \cdot \frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{(r + R)}$$

$$\Rightarrow A - \frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{L}{(r + R)\tau} A e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{(r + R)} \quad \text{بحيث :}$$

$$A + \frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \left(-1 + \frac{L}{(r + R)\tau} \right) = \frac{E}{(r + R)} \quad \text{ومنه :}$$

هذه المعادلة لا تحقق رياضيا كيفما كانت قيمة t إلا بالشرطين التاليين الناتجين عن المطابقة :

$$A = \frac{E}{(r + R)} \quad Ae^{-\frac{t}{\tau}} \left(-1 + \frac{L}{(r + R)\tau} \right) = 0$$

$$\frac{L}{(r + R)\tau} = 1 \quad \text{يعني :} \quad -1 + \frac{L}{(r + R)\tau} = 0 \quad \text{مع} \quad Ae^{-\frac{t}{\tau}} \neq 0$$

$$\tau = \frac{L}{(r + R)} \quad \text{وأخيرا نجد :}$$

3-1 - تحديد مبيانيا قيمة كل من L و r :

* قيمة r : في النظام الدائم تستقر شدة التيار لتأخذ القيمة : $I_p = 100mA$

$$I_p + \frac{L}{(r + R)} \frac{dI_p}{dt} = \frac{E}{(r + R)} \quad \text{من خلال المعادلة التفاضلية نجد :}$$

$$I_p = \frac{E}{(r + R)} \quad \text{فنجد :} \quad \left(0 = \frac{dI_p}{dt} \quad I_p = cte \right)$$

$$r = \frac{E}{I_p} - R \quad \text{فنجد :} \quad r + R = \frac{E}{I_p} \quad \text{ومنه :}$$

$$r = \frac{2,4}{100 \cdot 10^{-3}} - 20 = 4\Omega \quad \text{ت.ع :}$$

* قيمة L : نستنتج قيمة L من خلال ثابتة الزمن τ ، هذه الأخيرة نحددها بطريقة تقاطع المماس (T) مع المقارب الأفقي للمنحنى :
مبيان : $\tau = 2,5ms$

$$L = \tau(r + R) \quad \text{إذن : } \tau = \frac{L}{(r + R)}$$

$$L = 2,5 \times 10^{-3} \times (4 + 20) = 6,10^{-2} H \quad \text{ت.ع.}$$

2 - استجابة ثنائي القطب RL و RLC لتوتر جيبى :

1.2 - تعيين المنحنى الموافق لثنائي القطب D_2 :

المنحنى (أ) يبرز ظاهرة الرنين الكهربائي الموافق لتغير ممانعة الدارة Z حيث تمر من قيمة دنوية.

هذه الظاهرة لا تحدث إلا لثنائي القطب RLC لذلك المنحنى (أ) هو الموافق لثنائي القطب D_2 .

أما المنحنى (ب) فيمثل تزايد الممانعة Z مع التردد N .

* 2-2 - قيمة المقاومة R_0 : عند الرنين تكون ممانعة الدارة دنوية وتساوي مقاومة الموصل الأومي R_0 يعني : $R_0 = Z_{\min}$.

$$R_0 = Z_{\min} = 1000 \Omega$$

* تحديد قيمة C_0 :

$$L2\pi N_0 = \frac{1}{2\pi C_0 N_0} \quad \text{يعني : } Lw_0 = \frac{1}{C_0 w_0}$$

$$C_0 = \frac{1}{(2\pi)2LN_0^2} \quad \text{فنجد تعبير } C_0 \quad (w_0 = 2\pi N_0)$$

من المبيان : $N_0 = 10.000Hz$

$$C_0 = \frac{1}{(2\pi)^2 \times 6.10^{-2} \times (10^4)^2} \simeq 4,22,10^{-9} F \quad \text{ت.ع.}$$

3-2 - لنبين العلاقة $N = \frac{N_0}{\sqrt{2}}$ مع N أفضل نقطة تقاطع المنحنيين (أ) و (ب) :

المنحنى (أ) يوافق الدارة RLC : تعبير الممانعة هو :

$$Z_2 = \sqrt{(R_0 + r)^2 + \left(L2\pi N - \frac{1}{2\pi NC_0}\right)^2}$$

المنحنى (ب) يوافق ثنائي القطب (D_1) تعبير الممانعة الموافق هو :

$$Z_1 = \sqrt{(R_0 + r)^2 + (L2\pi N)^2}$$

عند تقاطع المنحنيين (أ) و (ب) يتحقق : $Z_1 = Z_2$ يعني : $Z_1^2 = Z_2^2$

$$(R_0 + r)^2 + (L2\pi N)^2 = \left(L2\pi N - \frac{1}{2\pi C_0 N}\right)^2 \quad \text{ومنه يصبح :}$$

$$(L2\pi N)^2 = \left(L2\pi N - \frac{1}{2\pi C_0 N}\right)^2 \quad \text{يعني :}$$

$$L2\pi N = \pm \left(L2\pi N - \frac{1}{2\pi C_0 N}\right)$$

الحل المقبول هو الموافق لـ (-) :

$$L2\pi N = -L2\pi N + \frac{1}{2\pi C_0 N}$$

$$\Rightarrow 2(L2\pi N) = \frac{1}{2\pi C_0 N}$$

$$2L(2\pi)^2 N^2 C = 1$$

نستنتج :
$$N = \frac{1}{2LC_0(2\pi)^2}$$

من جهة أخرى لدينا حسب ما سبق :
$$N_0^2 = \frac{1}{LC_0(2\pi)^2}$$

نقسم تعبير N^2 على N_0^2 لنجد :
$$\frac{N^2}{N_0^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow N^2 = \frac{N_0^2}{2}$$

وأخيرا :
$$N = \frac{N_0}{\sqrt{2}}$$

2-4- لنبين أن قيمة الشدة الفعالة للتيار تأخذ نفس القيمة عند $N = \frac{N_0}{\sqrt{2}}$ بالنسبة لـ (D_1) و (D_2) :

لدينا بصفة عامة : $U = ZI$ يعني : $I = \frac{U}{Z}$

• بالنسبة لـ D_1 : $I_1 = \frac{U}{Z_1}$

• بالنسبة لـ D_2 : $I_1 = \frac{U}{Z_2}$

عندما يأخذ التردد N القيمة $\frac{N_0}{\sqrt{2}}$ يتحقق : $Z_1 = Z_2$

بما أن نفس التوتر الفعال U مطبق على D_1 و D_2 نجد أن : $I_1 = I_2$

يعني D_1 و D_2 لهما نفس الاستجابة بالشدة الفعالة للتيار بالنسبة للتردد $N = \frac{N_0}{\sqrt{2}}$

فيزياء 3 :

الجزء (1) : مقارنة كتلة الشمس وكتلة الأرض.

طبيعة حركة القمر الاصطناعي :

يخضع القمر الاصطناعي أثناء حركته لتأثير قوة التجاذب الكوني $\vec{F}$ المطبقة من طرف الأرض.

$\vec{F}$: قوة انجاذبية مركزية (الشكل).

نطبق على القمر الاصطناعي القانون الثاني لنيوتن في المعلم المركزي الأرضي :

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

اسقاط هذه العلاقة المتجهية على محوري

فريني $(M; \vec{u})$ و $(M; \vec{n})$ فنجد :

* على $(M; \vec{u})$: $ma_r = 0$ يعني : $m \frac{dv}{dt} = 0$

وهكذا نستنتج أن سرعة القمر الاصطناعي ثابتة : $V = cte$

يعني حركة القمر منتظمة.

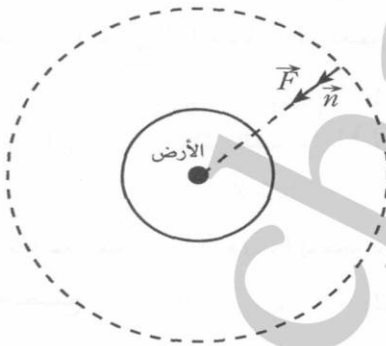
* على $(M; \vec{n})$: $F = ma_N$ يعني : $G \frac{m \times M}{r^2} = m \frac{v^2}{\rho}$

مع ρ : شعاع أثناء مسار القمر الاصطناعي.

$$G \frac{mT}{r^2} = \frac{v^2}{\rho} \Rightarrow \rho = \frac{r^2 v^2}{G \times mT} = cte$$

شعاع انحناء مسار القمر الاصطناعي ρ ثابت دليل على أن حركة القمر دائرية، شعاعها $\rho = r$

نستنتج إذن أن حركة القمر الاصطناعي دائرية منتظمة.



* تعبير الدور T :

لدينا حسب البرهنة السابقة : $G \frac{mT}{r^2} = \frac{v^2}{r}$

مع : $v = rw$: السرعة الزاوية $w = \frac{2\pi}{T}$

تصبح العلاقة : $G \frac{mT}{r^2} = r \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2$

نستنتج إذن : $T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{G \times mT}$

يصبح تعبير T دور الحركة هو : $T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{G \times mT}} = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G \times mT}}$

2- تعبير K بدلالة G و mT : لدينا : $\frac{T^2}{r^3} = K$ (1)

ومن جهة أخرى : $T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G \times mT}}$

نرفع T إلى المربع فنجد : $T^2 = (2\pi)^2 \frac{r^3}{G \times mT}$

(2) $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \times mT}$

بمطابقة العلاقتين (1) و (2) نجد تعبير الثابتة K :

$K = \frac{4\pi^2}{G \times mT}$

3- إيجاد تعبير النسبة $\frac{m_s}{m_T}$:

* لدينا العلاقة : $T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{G \times mT}$ نستنتج : $m_T = \frac{4\pi^2 r^3}{G \times T^2}$

* بتطبيق نفس الدراسة على الأرض التي تدور حول الشمس نجد :

مع T_T : دور حركة الأرض. $T_T^2 = \frac{4\pi^2 r_T^3}{G \times m_s}$

نستنتج تعبير كتلة الشمس m_s : $m_s = \frac{4\pi^2 r_T^3}{G \times T_T^2}$

نقسم m_s على m_T فنجد التعبير التالي :

يعني : $\frac{m_s}{m_T} = \left(\frac{r_T}{r} \right)^3 \times \left(\frac{T}{T_T} \right)^2$

* حساب النسبة :

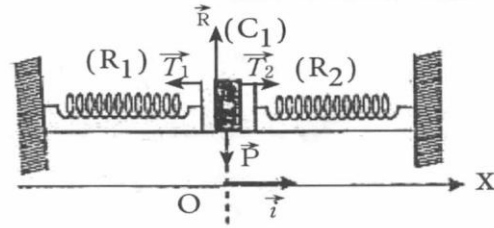
$\frac{m_s}{m_T} = \left(\frac{1,49 \times 10^8 \text{ km}}{4,22 \times 10^4 \text{ km}} \right)^3 \times \left(\frac{1 \text{ jour}}{365,25 \text{ jours}} \right)^2$

$\frac{m_s}{m_T} \simeq 3,34 \times 10^5$

الجزء (2) : قياس كتلة جسم داخل مركبة فضائية في مدارها :

1- لنبين عند التوازن العلاقة : $\Delta l_1 = \Delta l_2 = \Delta l_0$

تخضع المجموعة (S) : (الجسم (C_1) + المقصورة (A)) للقوى التالية :



$\vec{P}$: وزنها.

$\vec{R}$: تأثير السطح الأفقي عليها.

$\vec{T}_1$: تأثير النابض (R_1)

$\vec{T}_2$: تأثير النابض (R_2)

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$$

عند التوازن يتحقق الشرط التالي :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{0}$$

يعني :

اسقاط هذه العلاقة المحور $(o; \vec{j})$.

$$P_x + R_x + T_{1x} + T_{2x} = 0$$

$$T_{1x} = -T_1 = -k \times \Delta l_1 \quad \text{و} \quad P_x = R_x = 0 \quad \text{مع :}$$

$$T_{2x} = +T_2 = +k \times \Delta l_2$$

$$k \Delta l_1 + k \Delta l_2 = 0$$

تصبح العلاقة بهذا التعويض :

$$\Rightarrow k \Delta l_1 = k \Delta l_2$$

(نفس العلاقة k)

$$\Delta l_1 = \Delta l_2 = \Delta l_0$$

إذن :

بحيث Δl_0 تمثل الإطالة المشتركة للنابضين عند التوازن.

2 - إثبات المعادلة التفاضلية للأفصول X :

نطبق القانون الثاني لنيوتن على المجموعة (S) أثناء الحركة، في معلم مرتبط بالأرض، وهي خاضعة للقوى التالية :

$\vec{R}$: تأثير السطح (احتكاكات مهملة)

$\vec{P}$: وزنها

$\vec{T}_1$: تأثير النابض (R_1)

$\vec{T}_2$: تأثير النابض (R_2)

$$\sum \vec{F}_{ext} = (m + M_1) \vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = (m + M_1) \vec{a}$$

اسقاط هذه العلاقة على المحور $(o, \vec{i})$ يعطي :

$$P_x + R_x + T'_{1x} + T'_{2x} = (m + M_1) a_x$$

$$a_x = \frac{d^2 x}{dt^2} \quad \text{و} \quad P_x = R_x = 0$$

لتكن X المسافة عند اللحظة t للمجموعة (S) نحو اليمين :

$$T'_{1x} = -T'_1 = -k(\Delta l_1 + x) = -k(\Delta l_0 + x)$$

$$T'_{2x} = +T'_2 = k(\Delta l_2 - x) = k(\Delta l_0 - x)$$

$$-k(\Delta l_0 + x) + k(\Delta l_0 - x) = (m + M_1) \frac{d^2 x}{dt^2} \quad \text{نعوض في العلاقة :}$$

$$-k \Delta l_0 - kx + k \Delta l_0 - kx = (m + M) \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$-2kx = (m + M_1) \frac{d^2 x}{dt^2} \quad (-k \Delta l_0 + k \Delta l_0 = 0 \quad \text{شرط التوازن})$$

$$(m + M) \frac{d^2 x}{dt^2} + 2kx = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{2k}{m + M_1}x = 0$$

3- هل المعادلة التفاضلية أعلاه هو: $x(t) = X_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$

1-3- تحديد مبيانياً الطور φ :

حسب المبيان لدينا عند $t = 0$: $x(t = 0) = 0$

حسب حل المعادلة التفاضلية : $x(t = 0) = X_m \cos\varphi$

$$X_m \cos\varphi = 0$$

يعني :

$$\cos\varphi = 0$$

وهكذا φ لها قيمتين : $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$

لتحديد إشارة φ نستعمل السرعة $V = \dot{x}$ للمجموعة عند $t = 0$:

$$v = \dot{x} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)X_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

$$v(t = 0) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)X_m \sin\varphi$$

من المبيان، لدينا عند $t = 0$ تمر المجموعة من موضع توازنها نحو المنحى السالب.

إذن : $v(t = 0) < 0$ يعني : $-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)X_m \sin\varphi < 0$

علماً أن : $\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)X_m > 0$ فإن : $-\sin\varphi < 0$

يعني : $\sin\varphi > 0$

مما يدل على أن φ موجبة وقيمتها هي : $\varphi = +\frac{\pi}{2}$

2-3- تعبير الدور الخاص T_0 للحركة :

لدينا $x(t) = X_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \frac{\pi}{2}\right)$ حل المعادلة التفاضلية :

$$\frac{dx}{dt} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)X_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 X_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 x(t)$$

$$\Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 x(t) = 0$$

نطابق هذه المعادلة مع المعادلة التفاضلية : $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{2k}{m + M_1}x = 0$

$$\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{2k}{m + M_1} \quad \text{لنجد :}$$

$$\frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{2k}{m + M_1}}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m + M_1}{2k}} \quad \text{وأخيراً نستنتج :}$$

3-3- صلابة النابض K :

* من المبيان نحدد قيمة الدور T_0 : $T_0 = 1s$

* لدينا التعبير : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m + M_1}{2k}}$ نرفع إلى المربع $T_0^2 = (2\pi)^2 \left(\frac{m + M_1}{2k} \right)$

$k = (2\pi)^2 \times \left(\frac{m + M_1}{2T_0^2} \right)$ نستنتج : $\frac{T_0^2}{(2\pi)^2} = \frac{m + M_1}{2k}$

$k = 2\pi^2 \times \frac{m + M_1}{T_0^2}$ يعني :

ت.ع : $k = 2 \times \pi^2 \left(\frac{200 \times 10^{-3} + 100 \times 10^{-3}}{1} \right)$

$k = 6.N.m^{-1}$

3-4- من خلال تعبير الدور الخاص T_0 للحركة : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m + M_1}{2k}}$

يتضح أن T_0 تتعلق فقط بكتلة المجموعة (S) وبصلابة النابضين k وهي ثوابت تميز المجموعة (S) والنابضين.

مما يفسر الحصول على نفس القيمة للدور الخاص T_0 للحركة كيفما كان المكان الذي تتم فيه الدراسة.

3-5- استنتاج قيمة M_2 :

يأخذ تعبير الدور الخاص T_0 للحركة في هذه الحالة التعبير :

$T'_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m + M_2}{2k}}$

$T'^2_0 = 4\pi^2 \times \frac{m + M_2}{2k} = \frac{2\pi^2(m + M_2)}{k}$

$m + M_2 = \frac{k \times T'^2_0}{2\pi^2}$ يعني :

وأخيرا نجد :

$M_2 = \frac{kT'^2_0}{2\pi^2} - m$

ت.ع : $M_2 = \frac{6 \times (1,5)2}{2 \times 10} - 200 \times 10^{-3} = 475 \times 10^{-3} kg$
 $= 475g$