

الكيمياء

الجزء الأول :دراسة تفاعل حمض البنزويك

1 -تفاعل حمض البنزويك مع الماء .

1.1 -حساب قيمة الكتلة m :

لدينا العلاقتين :

$$n = \frac{m}{M} = C \times V$$

$$\Rightarrow m = C \times V \times M$$

$$m = 10^{-2} \times 0,2 \times 122 = 0,244g$$

2.1 * الجدول الوصفي :

المعادلة		$C_6H_5COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftharpoons C_6H_5COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
البدئية	0	$C \times V$	وفير	0	0
الوسيطة	x	$C \times V - x$	وفير	x	x
النهائية	x_f	$C \times V - x_f$	وفير	x_f	x_f

* حساب نسبة التقدم النهائي :

$$CV - x_{\max} = 0 \Leftrightarrow x_{\max} = C \cdot V$$

تعبير الموصلية σ :

$$\sigma = \lambda_{(C_6H_5COO^-)} \times [C_6H_5COO^-]_f + \lambda_{(H_3O^+)} \times [H_3O^+]_f$$

حسب الحدود الوصفي لدينا :

$$[C_6H_5COO^-]_f = [H_3O^+]_f = \frac{x_f}{V}$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{x_f}{V} \cdot (\lambda_{(C_6H_5COO^-)} + \lambda_{(H_3O^+)})$$

$$\Rightarrow x_f = \frac{\sigma \times V}{\lambda_{(C_6H_5COO^-)} + \lambda_{(H_3O^+)}}$$

$$\tau = \frac{x_f}{x_{\max}}$$

لدينا :

$$\Rightarrow \tau = \frac{\sigma}{C[\lambda_{(C_6H_5COO^-)} + \lambda_{(H_3O^+)}]}$$

$$\tau = \frac{29}{10 \times (3,25 + 35)} = 0,076$$

3.1 * تعبير pH المحلول :

$$[H_3O^+]_f = \frac{x_f}{V} = \frac{\tau \times x_{\max}}{V}$$

$$\Rightarrow [H_3O^+]_f = \tau \times C$$

لدينا العلاقة :

$$pH = -\log[H_3O^+]$$

$$\Rightarrow pH = -\log(\tau \times C)$$

* حساب pH المحلول

$$pH = -\log(0,076 \times 10^{-2}) = 3,12$$

4.1 -ثابتة الحمضية K_A :

$$K_A = \frac{[C_6H_5COO^-]_f \times [H_3O^+]_f}{[C_6H_5COOH]_f}$$

$$K_A = \frac{[H_3O^+]_f^2}{C - [H_3O^+]_f} = \frac{(\tau \cdot C)^2}{C - \tau \cdot C}$$

$$K_A = \frac{\tau^2 \times C}{1 - \tau}$$

$$K_A = \frac{(0,076)^2 \times 10^{-2}}{1 - 0,076} = 6,25 \times 10^{-5}$$

2 -المعايرة حمض - قاعدة :

1.2 * الجدول الوصفي للتفاعل الحاصل :

المعادلة	$C_6H_5COOH + HO^- \rightarrow C_6H_5COO^- + H_2O$			
التقدم $x=0$	n_0	$C_B V_B$	0	وفير
$x_{\max}$	$n_0 - x_{\max}$	$C_B V_B - x_{\max}$	$x_{\max}$	وفير

عند نهاية التفاعل يتحقق : $0 - x_{\max} = 0 \Rightarrow x_{\max} = n_0$ كمية مادة أيونات OH^- المتبقية :

$$n(OH^-) = C_B \cdot V_B - x_{\max}$$

$$\Rightarrow n(OH^-) = C_B \cdot V_B - n_0$$

2.2- الجدول الوصفي لتفاعل المعايرة :

المعادلة	$HO^- + H_3O^+ \longrightarrow 2H_2O$	
التقدم $x=0$	$n(HO^-)$	$C_A V_{AE}$
عند التكافؤ x_E	$n(HO^-) - x_E$	$C_A V_{AE} - x_{max}$

* عند التكافؤ يختفي المتفاعلين :

$$n(HO^-) - x_E = 0$$

$$\Rightarrow n(HO^-) = x_E$$

$$\Rightarrow C_B \cdot V_B - n_0 = x_E$$

$$\Rightarrow n_0 = C_B \cdot V_B - x_E$$

2.3 - * حساب n_0 :

$$x_E = C_A \cdot V_{AE}$$

$$n_0 = C_B \cdot V_B - C_A \cdot V_{AE}$$

إذن :

$$n_0 = 1 \times 20 \times 30^{-3} - 1 \times 12 \cdot 10^{-3}$$

$$n_0 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$$

4.2- النسبة الكتلية لحمض البنزويك الخالص في المسحوق :

* كتلة حمض البنزويك الخالص هي : $m_0 = n_0 \times M$

* النسبة الكتلية هي :

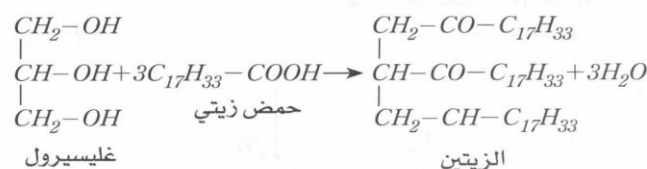
$$\frac{m_0}{m'} = \frac{n_0 \times M}{m'} = \frac{8 \times 10^{-3} \times 122}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{m_0}{m'} = 0,976 = 97,6\%$$

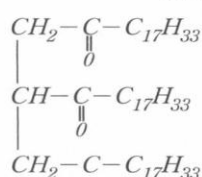
الجزء الثاني : دراسة تفاعل التصبن :

1- يتم صب الخليط التفاعلي في محلول مشبع لكلورور الصوديوم لأن الصابون قليل الذوبان في الماء المالح .

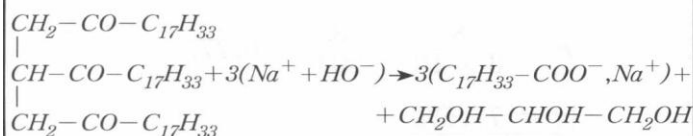
2- معادلة تفاعل الغليسيرول و حمض الزيتي :



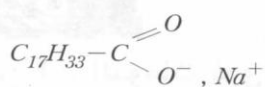
* الصيغة نصف المنشورة للزيتين :



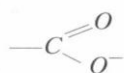
3- معادلة تفاعل التصبن :



* الصيغة الكيميائية للصابون :



* الجزء الهيدروفيلي :



4- * مردود تفاعل التصبن :

- الجدول الوصفي لتفاعل التصبن :

المعادلة	$3(Na^+ + HO^-) \rightarrow 3(\text{صابون}) + \text{غليسيرول}$			
التقدم $x=0$	$n = \frac{m}{M(0)}$	$C \cdot V$	0	0
x_f	$n - x_f$	$C \cdot V - 3x$	$3x$	x

* مردود التصبن : $r = \frac{x_f}{x_{max}}$ تحديد x_{max} :

$$n - x_{max_1} = 0 \Rightarrow x_{max_1} = n = \frac{m}{M(0)}$$

$$\Rightarrow x_{max_1} = \frac{10}{884} = 0,0113 \text{ mol}$$

$$CV - 3x_{max_2} = 0 \Rightarrow x_{max_2} = \frac{CV}{3}$$

$$\Rightarrow x_{max_2} = \frac{7,5 \times 10^{-2}}{3} = 0,025 \text{ mol}$$

نلاحظ أن : $x_{max_1} < x_{max_2}$ المتفاعل المحد هو الزيتين يعني : $x_{max} = n = \frac{m}{M(0)}$ تحديد x_f : كمية مادة الصابون الناتج هي :

$$n_f(\text{صابون}) = 3x_f$$

2.2 - * قبل صفيحة البليكسيكلاص : $v = \frac{2d}{t_A}$

$\Rightarrow t_A = \frac{2d}{v}$

* داخل صفيحة البليكسيكلاص :

$v' = \frac{2e}{t_B - t_A}$

$\Rightarrow t_B = t_A + \frac{2e}{v'} = \frac{2d}{v} + \frac{2d}{v'}$

* في الجزء المتبقي بين الصفيحة و السطح العاكس :

$v = \frac{2(D - d - e)}{t'_R - t_B} \Rightarrow t'_R = t_B + \frac{2(D - d - e)}{v}$

$\Rightarrow t'_R = \frac{2d}{v} + \frac{2e}{v'} + \frac{2(D - d - e)}{v}$

نستنتج تعبير t'_R بدلالة D و e و v و v' :

$t'_R = \frac{2(D - e)}{v} + \frac{2e}{v'}$

2.3 - تعبير السمك e :

$t_R - t'_R = \frac{2D}{v} - \frac{2(D - e)}{v} - \frac{2e}{v'}$

$\Rightarrow t_R - t'_R = \frac{2e}{v} - \frac{2e}{v'}$

$\Rightarrow t_R - t'_R = \frac{2e}{v} - (t_B - t_A)$

$\Rightarrow \frac{2e}{v} = (t_R - t'_R) + (t_B - t_A)$

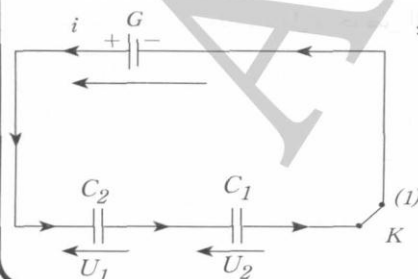
$\Rightarrow e = \frac{v}{2} [(t_R - t'_R) + (t_B - t_A)]$

* حساب قيمة e :

$e = \frac{1,42 \times 10^3}{2} \cdot [(140 - 116) \times 10^{-6} + (68 - 60) \times 10^{-6}]$

$e = 22,72 \times 10^{-3} m = 22,72 mm$

التمرين 2 : - الجزء الأول : دراسة متذبذب LC



1.1 - حساب U_1 و U_2 :

لدينا : $U_1 + U_2 = E$

$\Rightarrow \frac{m'}{M(S)} = 3 \cdot x_f$

$\Rightarrow x_f = \frac{m'}{3 \cdot M(S)}$

نعوض في تعبير r لنجد :

$r = \frac{m'}{3 \cdot M(S)} \times \frac{M(0)}{m} = \frac{m'}{3m} \times \frac{M(0)}{M(S)}$

حساب r :

$r = \frac{8}{3 \times 10} \times \frac{884}{304} = 0,775$

$|r| = 77,5\%$

الفيزياء

التمرين 1 : الموجات فوق الصوتية

1 - تبعث المجس الموجة فوق الصوتية عند اللحظة $t_0 = 0$ فتقطع

المسافة D لتصل إلى السطح العاكس (P) ، ثم تنعكس وتقطع نفس

المسافة D في المنحى العاكس لتصل إلى المجس في اللحظة t_R .

تقطع الموجة المسافة $2D$ بالسرعة v بحيث :

$v = \frac{2D}{t_R - t_0} = \frac{2D}{t_R}$

$\Rightarrow t_R = \frac{2D}{v}$

1.2 - * في غياب صفيحة البليكسيكلاص تستغرق الموجة فوق

الصوتية المدة الزمنية Δt لقطع المسافة $2D$ بحيث :

$\Delta t = t_R - t_0 = t_R = 7 \times 20 \mu s$

$\Delta t = 140 \mu s$

* بوجود الصفيحة ، تستغرق الموجة فوق الصوتية لقطع المسافة

$2D$ المدة الزمنية $\Delta t'$:

$\Delta t' = t'_R - t_0 = t'_R = 5,8 \times 20 \mu s$

$\Delta t' = 116 \mu s$

* نلاحظ أن : $\Delta t' < \Delta t$

دليل على أن سرعة انتشار الموجة فوق الصوتية تكون أكبر في

البليكسيكلاص .

$$\Rightarrow \frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_C = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{3}{LC_1} u_C = 0$$

2.2 - تعبير T_0 : باشتقاق تعبير $u_C(t)$ و التعويض في معادلة

التفاضلية نجد :

$$\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{3}{LC_1}$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{3}{LC_1}}$$

$$\Rightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{3}{LC_1}}$$

* استنتاج قيمة L :

$$L = \frac{3}{C_1} \times \left(\frac{T_0}{2\pi}\right)^2$$

مبيننا لدينا :

$$\frac{T_0}{2} = 2ms \Rightarrow T_0 = 4ms$$

$$L = \frac{3}{3 \times 10^{-6}} \times \frac{(4 \cdot 10^{-3})^2}{4 \times 10} = 0,4H$$

2.3 - * الطاقة الكلية للدائرة :

$$E_T = E_e + E_m$$

$$\Rightarrow E_T = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U_C^2 + \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2$$

نشتق هذه العلاقة بالنسبة للزمن :

$$\frac{dE_T}{dt} = C \cdot u_C \cdot \frac{du_C}{dt} + L \cdot i \cdot \frac{di}{dt}$$

مع :

$$\frac{di}{dt} = C \frac{d^2 u_C}{dt^2} \quad \text{و} \quad i = \frac{du_C}{dt}$$

$$\frac{dE_T}{dt} = u_C \cdot i + L \cdot i \cdot C \frac{d^2 u_C}{dt^2}$$

$$\frac{dE_T}{dt} = i \cdot \left[u_C + LC \cdot \frac{d^2 u_C}{dt^2} \right]$$

$$\Rightarrow \frac{dE_T}{dt} = i \cdot \left(\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{3}{LC_1} \cdot u_C \right)$$

$$\frac{dE_T}{dt} = 0$$

دليل أن الطاقة الكلية للدائرة ثابتة : $E_T = cte$

* حسب المبيان عند اللحظة $t = 2ms$: $E_m = 0$

إذن الطاقة المخزنة في المكثف عند هذه اللحظة قصوى

وقيمتها : $E_e = 72\mu J$

يمر في المكثف نفس التيار i ، لذلك يخزن المكثفين نفس الشحنة

الكهربائية :

$$Q_1 = Q_2$$

$$\Rightarrow C_1 \cdot U_1 = C_2 \cdot U_2$$

$$\Rightarrow U_2 = \frac{C_1}{C_2} \cdot U_1$$

$$U_1 + \frac{C_1}{C_2} \cdot U_1 = E$$

إذن :

$$\Rightarrow U_1 \left(1 + \frac{C_1}{C_2} \right) = E$$

$$\Rightarrow U_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} \cdot E$$

$$U_1 = \frac{0,5}{1 + 0,5} \times 12 = 4V$$

$$U_2 = \frac{1}{0,5} \times 4 = 8V$$

1.2 - * الطاقة المخزنة في المكثف (C_1) :

$$E_1 = \frac{1}{2} \cdot C_1 \times U_1^2$$

* الطاقة المخزنة في المكثف (C_2) :

$$E_2 = \frac{1}{2} \cdot C_2 \times U_2^2 = \frac{1}{2} \cdot C_2 \times \left(\frac{C_1}{C_2} \right)^2 \cdot U_1^2$$

$$\Rightarrow E_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{C_1^2}{C_2} \times U_1^2$$

$$E_2 = \frac{C_1}{C_2} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot C_1 \times U_1^2 \right) = \frac{1}{0,5} \times E_1$$

$$\Rightarrow E_2 = 2 \cdot E_1$$

1.2 - * سعة المكثف المكافئ :

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{0,5C_1} = \frac{3}{C_1}$$

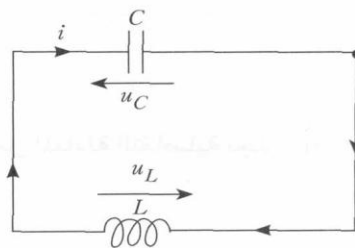
$$\Rightarrow C = \frac{1}{3} \times C_1$$

المعادلة للتوتر u_C :

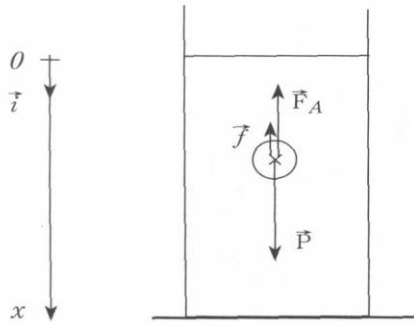
$$u_C + u_L = 0$$

$$\Rightarrow u_C + L \frac{di}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow u_C + LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} = 0$$



2 - تمثيل القوى المطبقة على الكرة :



3 - نطبق القانون II لنيوتن على الكرة :

$$\vec{P} + \vec{F}_A + \vec{f} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\Rightarrow m\vec{g} - \rho_s V \vec{g} - h v \vec{i} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\Rightarrow g \left(1 - \frac{\rho_s V}{m}\right) - \frac{h}{m} v \vec{i} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

إسقاط على المحور (ox) :

$$g \left(1 - \frac{\rho_s V}{m}\right) - \frac{h}{m} v = \frac{dv}{dt}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{dv}{dt} = -\frac{h}{m} v + \alpha \cdot g \right|$$

$$\alpha = 1 - \frac{\rho_s V}{m} = 1 - \frac{\rho_s}{\rho_a} \quad \text{مع :}$$

4 - حل المعادلة التفاضلية :

$$v(t) = \alpha \cdot g \cdot \frac{m}{h} (1 - e^{-\frac{h}{m}t})$$

$$\frac{dv}{dt} = \alpha \cdot g \cdot e^{-\frac{h}{m}t}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$\alpha \cdot g \cdot e^{-\frac{h}{m}t} = -\frac{h}{m} \cdot \alpha \cdot g \cdot \frac{m}{h} (1 - e^{-\frac{h}{m}t}) + \alpha \cdot g$$

$$\Rightarrow \alpha \cdot g \cdot e^{-\frac{h}{m}t} = -\alpha \cdot g + \alpha \cdot g \cdot e^{-\frac{h}{m}t} + \alpha \cdot g$$

$$\Rightarrow \alpha \cdot g \cdot e^{-\frac{h}{m}t} = \alpha \cdot g \cdot e^{-\frac{h}{m}t}$$

دليل على أن هذا التعبير يمثل حل للمعادلة التفاضلية :

$$v_\ell = cte \quad \text{5 - السرعة الحدية :}$$

$$\Rightarrow \frac{dv_\ell}{dt} = 0$$

$$-\frac{h}{m} v_\ell + \alpha \cdot g = 0 \quad \text{من المعادلة التفاضلية نجد :}$$

$$\Rightarrow v_\ell = \alpha \cdot g \cdot \frac{m}{h}$$

الجزء الثاني دراسة ثنائي القطب RLC

1 - حساب قيمة R :

بالنسبة لـ $I = I_0$ عند الرنين ويتحقق : $U = R \cdot I_0$

$$\Rightarrow R = \frac{U}{I_0} = \frac{30}{0,3}$$

$$|R = 100\Omega$$

2 - حساب قيمة N_0 :

$$N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$\Rightarrow N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{0,32 \times 5 \times 10^{-6}}}$$

$$|N_0 = 125,82\text{Hz}$$

3 - * نعبّر عن القدرة الكهربائية المتوسطة بالعلاقة :

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

* عند الرنين : $I = I_0$ و $\cos \varphi = 1$

$$|P_0 = U \cdot I_0$$

* عند حدي المنطقة الممرّة : $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$ و $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$

$$P = U \cdot \frac{I_0}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = U \cdot \frac{I_0}{2}$$

$$\Rightarrow |P = \frac{P_0}{2}$$

استنتاج : تكون القدرة الكهربائية المتوسطة المستهلكة قصوى

عند الرنين وتبدد في الموصل الأومي R .

4 - خارج المنطقة الممرّة تكون : $I < \frac{I_0}{\sqrt{2}}$

$$P_{ext} < P \quad \text{إذن :}$$

استنتاج : تتناقص القدرة الكهربائية المتوسطة خارج المنطقة

الممرّة إلى أن تنعدم .

التمرين 3 :

الجزء الأول : دراسة حركة كرية داخل سائل لزج

1 - حسب المبيان، تتزايد سرعة الكرة v تدريجياً، ثم تستقر في قيمة

ثابتة، v_ℓ تمثل السرعة الحدية للكرية قيمتها $v_\ell = 0,59\text{m.s}^{-1}$

$$\Rightarrow -Kx = m\ddot{x}$$

$$\Rightarrow \ddot{x} + \frac{K}{m}x = 0$$

1.3 - حل المعادلة التفاضلية :

$$x(t) = x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$$

* تحديد φ : عند $t=0$ لدينا : $x(0) = 0$

$$x(0) = x_m \cos \varphi$$

$$\Rightarrow \cos \varphi = \frac{x(0)}{x_m} = 0$$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} \quad \text{أو} \quad \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

تحديد إشارة φ :

$$v = \dot{x} = -\frac{2\pi}{T_0} x_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$$

$$\dot{x}(0) = -\frac{2\pi}{T_0} x_m \cdot \sin \varphi > 0$$

$$\Rightarrow \sin \varphi < 0$$

$$\Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

$$\dot{x}(0) = v_0 \quad \text{* تحديد قيمة } x_m \text{ : عند } t=0$$

$$\Rightarrow -\frac{2\pi}{T_0} x_m \cdot \sin \varphi = v_0$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{T_0} x_m = v_0$$

$$\Rightarrow x_m = \frac{2\pi}{T_0} \cdot v_0 = \sqrt{\frac{m}{K}} \times v_0$$

$$x_m = \sqrt{\frac{0,2}{20}} \times 0,5 = 0,05m = 5cm$$

2 - طاقة المتذبذب :

$$E_p = E_{pp} + E_{pe} \quad \text{2.1 - تعبیر طاقة الوضع للمتذبذب :}$$

$$E_{pp} = mg(x + \Delta \ell_e) + cte \quad \text{* طاقة الوضع الثقالية :}$$

$$E_{pp}(x=0) = 0 \quad \text{و باعتبار الحالة المرجعية :}$$

$$\Rightarrow mg \Delta \ell_e + cte = 0$$

$$\Rightarrow cte = -mg \Delta \ell_e$$

$$E_{pp} = mg(x + \Delta \ell_e) - mg \cdot \Delta \ell_e$$

$$E_{pp} = mgx$$

$$v_\ell = 0,92 \times 9,81 \times \frac{5 \times 10^{-3}}{7,6 \times 10^{-2}}$$

$$v_\ell = 0,59m \cdot S^{-1}$$

* انطلاقا من حل المعادلة التفاضلية :

$$v(t) = \alpha \cdot g \cdot \frac{m}{h} \cdot (1 - e^{-\frac{h}{m}t})$$

$$v_\ell = v(t \rightarrow +\infty) = \alpha \cdot g \cdot \frac{m}{h}$$

$$v_\ell = 0,59m \cdot S^{-1}$$

وهي نفس القيمة التجريبية المحصل عليها .

الجزء الثاني : الدراسة الطاقية لمتذبذب مخمد :

1 - التذبذبات الحرة غير المخمدة :

1.1 - يخضع الجسم الصلب عند التوازن لقوتين

$$\vec{P} = m \cdot \vec{g} \quad \text{وزنه}$$

$$\vec{F}_0 = -K \Delta \ell_e \vec{i} \quad \text{تأثير النابض}$$

$$\vec{P} + \vec{F}_e = \vec{0} \quad \text{شرط التوازن :}$$

$$\Rightarrow m\vec{g} - K \cdot \Delta \ell_e \vec{i} = 0$$

$$mg - K \cdot \Delta \ell_e \vec{i} \quad \text{إسقاط على (ox) :}$$

$$\Rightarrow \Delta \ell_e = \frac{m \cdot g}{K}$$

$$\Delta \ell_e = \frac{0,2 \times 9,81}{20} = 0,0981m$$

$$\Delta \ell_e = 9,81cm$$

1.2 - المعادلة التفاضلية للحركة :

يخضع الجسم الصلب خلال الحركة لقوتين :

$$\vec{P} = m \cdot \vec{g} \quad \text{وزنه}$$

$$\vec{F} \quad \text{تأثير النابض}$$

نطبق القانون II لنيوتن على الجسم الصلب :

$$\vec{P} + \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G$$

$$\Rightarrow m\vec{g} - K(\Delta \ell_e + x)\vec{i} = m \cdot \vec{a}_G$$

إسقاط على (ox) :

$$mg - K(\Delta \ell_e + x) = m\ddot{x}$$

$$\Rightarrow mg - K \cdot \Delta \ell_e - Kx = m\ddot{x}$$

شبه الدور T :

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\mu \cdot T_0}{4\pi \cdot m}\right)^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{T_0^2}{T^2} = 1 - \left(\frac{\mu \cdot T_0}{4\pi \cdot m}\right)^2$$

$$\Rightarrow 1 - \left(\frac{T_0}{T}\right)^2 = \left(\frac{\mu \cdot T_0}{4\pi \cdot m}\right)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{1 - \left(\frac{T_0}{T}\right)^2} = \frac{\mu \cdot T_0}{4\pi \cdot m}$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{4\pi \cdot m}{T_0} \sqrt{1 - \left(\frac{T_0}{T}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \mu = 4\pi \cdot m \sqrt{\frac{1}{T_0^2} - \frac{1}{T^2}}$$

$$T = 0,64s \quad \text{مبياننا لدينا :}$$

و الدور الخاص :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} = 0,628s$$

$$\mu = 4 \times \pi \times 0,2 \sqrt{\frac{1}{(0,628)^2} - \frac{1}{(0,64)^2}}$$

$$\mu \simeq 0,77Kg.s^{-1}$$

* طاقة الوضع مرنة : $E_{pe} = \frac{1}{2}K(\Delta \ell_e - x)^2 + cte$
 باعتبار الحالة المرجعية : $E_{pe}(\Delta \ell_e) = 0$
 $\Rightarrow cte = 0$

* طاقة الوضع للمتذبذب :
 $E_p = E_{pb} + E_{pe}$
 $E_p = mgx + \frac{1}{2}K(\Delta \ell_e - x)^2$

2.2- الطاقة الميكانيكية للمتذبذب :
 $E_m = E_c + E_p$
 $\Rightarrow E_m = \frac{1}{2}m.v^2 + mgx + \frac{1}{2}K(\Delta \ell_e - x)^2$
 عند التوازن $x=0$:

تكون السرعة قصوى : $E_m = \frac{1}{2}mV_{\max}^2 + \frac{1}{2}K.\Delta \ell_e^2$
 عند $x=x_m$ تنعدم السرعة :

$$E_m = mgx_m + \frac{1}{2}K(\Delta \ell_e - x_m)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_{\max}^2 + \frac{1}{2}K.\Delta \ell_e^2$$

$$= mgx_m + \frac{1}{2}K(\Delta \ell_e - x_m)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_{\max}^2 + \frac{1}{2}K.\Delta \ell_e^2$$

$$= mgx_m + \frac{1}{2}K\Delta \ell_e^2 - K\Delta \ell_e.x_m + \frac{1}{2}K.x_m^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_{\max}^2 = mgx_m - K\Delta \ell_e.x_m + \frac{1}{2}K.x_m^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_{\max}^2 = (mg - K.\Delta \ell_e).x_m + \frac{1}{2}K.x_m^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_{\max}^2 = \frac{1}{2}K.x_m^2$$

$$\Rightarrow V_{\max}^2 = \frac{K}{m}.x_m^2$$

$$\Rightarrow V_{\max} = x_m \cdot \sqrt{\frac{K}{m}}$$

3- التذبذبات الحرة المخمدة :

3.1- تناقص وسع التذبذبات بسبب الاحتكاكات الناتجة عن تأثير الهواء :

3.2- معامل التخميد !: