

2-1 - الجدول الوصفي لتطور التفاعل :

معادلة التفاعل				الحالة	
كميات المادة بالمول				التقدم	
$CH_3COO^-_{(aq)}$	$H_2O_{(l)}$	$CH_3COOH_{(aq)}$	$HO^-_{(aq)}$	0	ح-البدينية
C_1V	بوفرة	0	0	0	ح-التحول
$C_1V - x$	بوفرة	x	x	x	ح-النهائية
$C_1V - x_{eq}$	بوفرة	x_{eq}	x_{eq}	x_{eq}	

بما أن الماء مستعمل بوفرة فإن $CH_3COO^-_{(aq)}$ هو المحد. $C_1V - x_{max} = 0$ ومنه : $x_{max} = C_1.V$

من خلال الجدول الوصفي لدينا :

$$(1) [HO^-]_f = \frac{x_f}{V}$$

ومن خلال الجداء الأيوني للماء : $[HO^-]_f = \frac{ke}{[H_3O^+]}$ أي : $[HO^-]_f = \frac{ke}{10^{-pH}}$

$$(1) = (2) \Leftrightarrow x_f = \frac{ke.V}{10^{-pH}} \quad \text{ومنه نسبة التقدم النهائي للتفاعل :} \quad \tau_1 = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{ke}{C_1 \cdot 10^{-pH}}$$

$$ت.ع : لدينا : C_1 = \frac{m}{M.V} = \frac{0,410}{82 \times 0,5} = 10^{-2} \text{ mol/L} \quad \text{إذن :} \quad \tau_1 = \frac{10^{-14}}{10^{-2} \cdot 10^{-8,4}} = 2,51 \cdot 10^{-4}$$

1-3 - ثابتة التوازن المقرونة بالتفاعل الحاصل :

$$K = \frac{[HO^-]_{eq} \times [CH_3COO^-]_{eq}}{[CH_3COOH]_{eq}} = \frac{\frac{x_f}{V} \times \frac{x_f}{V}}{\frac{C_1.V - x_f}{V}} = \frac{x_f^2}{V(C_1.V - x_f)}$$

$$K = \frac{\tau_1^2 \cdot C_1}{1 - \tau_1} \quad \text{ومنه :} \quad K = \frac{x_f^2}{V(C_1.V - x_f)} = \frac{\tau_1^2 \cdot C_1}{1 - \tau_1}$$

$$التحقق من قيمة K . ت.ع : \quad K = \frac{(2,51 \cdot 10^{-4})^2 \cdot 10^{-2}}{1 - 2,51 \cdot 10^{-4}} = 6,3 \cdot 10^{-10}$$

1-4 - بما أن جميع القياسات تمت عند درجة حرارة فإن ثابتة التوازن ستحتفظ بنفس القيمة . فهي لا تتعلق بالتركيز البدنية.

$$C_2 \tau_2^2 + K \cdot \tau_2 - K = 0 \quad \Leftrightarrow \quad K = \frac{\tau_2^2 \cdot C_2}{1 - \tau_2}$$

$$\Delta = \sqrt{K^2 + 4K.C_2} = \sqrt{(6,3 \cdot 10^{-10})^2 + 4 \times 6,3 \times 10^{-10} \times 10^{-3}} = \sqrt{2,5 \cdot 10^{-12}} = 1,58 \cdot 10^{-6}$$

$$\tau_2 = \frac{-K + \sqrt{\Delta}}{2C_2} \approx 7,9 \times 10^{-4} > \tau_1 \quad \Leftrightarrow \quad C_2 = 10^{-3} \text{ mol/L} \quad \text{و :} \quad \tau_2 > 0$$

$$\sigma_{eq} = 81,9 + 1,37 \cdot 10^4 \cdot x_{eq} \quad \text{نجد :} \quad \sigma_{eq} = 83,254 \text{ mS.m}^{-1} \quad \Leftrightarrow \quad x_{eq} = \frac{\sigma_{eq} - 81,9}{1,37 \times 10^4} = 9,88 \cdot 10^{-5} \text{ mol}$$

ومن خلال الجدول الوصفي لتطور التفاعل :

معادلة التفاعل				الحالة	
كميات المادة بالمول				التقدم	
$CH_3COO^-_{(aq)}$	$HCOOH_{(aq)}$	$CH_3COOH_{(aq)}$	$HCOO^-_{(aq)}$	0	ح-البدينية
CV_1	CV_2	0	0	0	ح-التحول
$CV_1 - x$	$CV_2 - x$	x	x	x	ح-التوازن
$CV_1 - x_{eq}$	$CV_2 - x_{eq}$	x_{eq}	x_{eq}	x_{eq}	

التحقق من قيمة ثابتة التوازن المقرونة بالتفاعل الحاصل :

$$K = \frac{[CH_3COOH]_{eq} \times [HCOO^-]_{eq}}{[CH_3COO^-]_{eq} \times [HCOOH]_{eq}} = \frac{\frac{x_{eq}}{V} \times \frac{x_{eq}}{V}}{\left(\frac{CV_1 - x_{eq}}{V}\right) \times \left(\frac{CV_2 - x_{eq}}{V}\right)} = \frac{x_{eq}^2}{(CV_1 - x_{eq}) \times (CV_2 - x_{eq})}$$

$$= \frac{(9,88 \cdot 10^{-5})^2}{(10^{-2} \cdot 0,09 - 9,88 \cdot 10^{-5}) \cdot (10^{-2} \cdot 10^{-2} - 9,88 \cdot 10^{-5})}$$

$$= 10,15 \approx 10$$

ب- من جهة أخرى لدينا : $K = \frac{k_{A(HCOOH/HCOO^-)}}{k_{A(CH_3COOH/CH_3COO^-)}} = \frac{k_{A2}}{k_{A1}}$ ومنه : $k_{A2} = K \times k_{A1} = 10 \times 1,6 \cdot 10^{-5} = 1,6 \cdot 10^{-4}$

-2-2 pH الخليط تعطيه إما العلاقة التالية:

$$pH = pk_{A1} + \log \frac{[CH_3COO^-]_{eq}}{[CH_3COOH]_{eq}}$$

$$= -\log k_{A1} + \log \frac{CV_1 - x_{eq}}{x_{eq}} = -\log 1,6 \cdot 10^{-5} + \log \frac{10^{-2} \cdot 0,09 - 9,88 \cdot 10^{-5}}{9,88 \cdot 10^{-5}} = 4,796 + 0,909 = 5,7$$

أو العلاقة التالية:

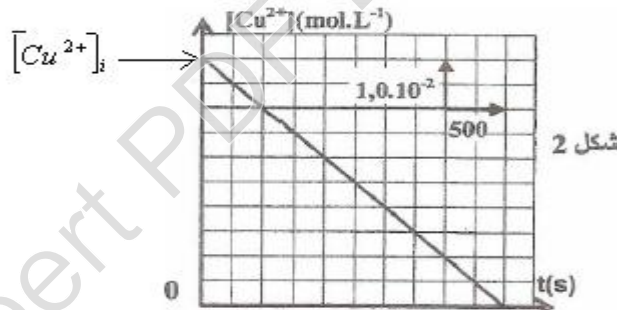
$$pH = pk_{A2} + \log \frac{[HCOO^-]_{eq}}{[HCOOH]_{eq}}$$

$$= -\log k_{A2} + \log \frac{x_{eq}}{CV_2 - x_{eq}} = -\log 1,6 \cdot 10^{-4} + \log \frac{9,88 \cdot 10^{-5}}{10^{-2} \cdot 0,01 - 9,88 \cdot 10^{-5}} = 3,796 + 1,915 = 5,7$$

لدينا : $pH > pk_{A1}$ و $pH > pk_{A2}$ $\Leftarrow$ النوعان المهيمنان في الخليط هما : $CH_3COO^-_{(aq)}$ و $HCOO^-_{(aq)}$.

الجزء الثاني :

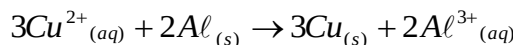
1-1-1 من خلال منحنى الشكل 2. لدينا : $C_o = [Cu^{2+}]_i = 5 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$



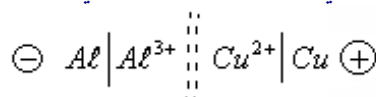
$$K = 10^{-20} \quad \text{ولدينا} \quad Q_{r,i} = \frac{[Cu^{2+}]_i^3}{[Al^{3+}]^2} = \frac{C_o^3}{C_o^2} = C_o = 5 \cdot 10^{-2}$$

ولدينا :

$Q_{r,i} > K$ المجموعة تتطور في المحنى المعاكس. وبذلك يكتب التفاعل الحاصل خلال اشتغال العمود كما يلي :



1-2 يتضح أن الأنود التي تتأكسد خلال اشتغال العمود والتي تمثل القطب السالب هي إلكترود Al. ومنه التبيانة الاصطلاحية للعمود :



1-2-2

معادلة التفاعل				الحالة	
كميات المادة بالمول				التقدم	البداية
CoV	no(Al)	n _o (Cu)	CoV	0	0
CoV-3x	no(Al)-2x	n _o (Cu)+3x	CoV+2x	x	التحول

من خلال نصف المعادلة : $Cu^{2+} + 2e^- \rightarrow Cu$ لدينا : $n(Cu^{2+}) = \frac{n(e^-)}{2} = \frac{I \cdot t}{2F}$

ومن خلال جدول التقدم: لدينا : $n(Cu^{2+}) = 3x$ المتفاعلة

$$(a) \quad x = \frac{I.t}{6F} \quad \text{ومنه:} \quad 3.x = \frac{I.t}{2F} \quad \Leftarrow$$

تركيز أيونات النحاس عند اللحظة t :

$$(b) \quad [Cu^{2+}]_t = C_o - \frac{I.t}{2.F.V} \quad \text{أي:} \quad [Cu^{2+}]_t = \frac{C_o.V - 3x}{V} = C_o - 3\frac{x}{V} = C_o - \frac{I.t}{2.F.V}$$

2-2 - من خلال المنحنى ينعلم تركيز الايونات Cu^{2+} عند اللحظة $t_c = 2500s$

بالتعويض في العلاقة (b)

$$I = \frac{2.F.V.C_o}{t_c} = \frac{2 \times 96500 \times 50 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^{-2}}{2500} \approx 0,19A \quad \text{ومنه:} \quad C_o = \frac{I.t_c}{2.F.V} \quad \Leftarrow \quad C_o - \frac{I.t_c}{2.F.V} = 0$$

3- عندما ينعلم تركيز الايونات Cu^{2+} يصبح العمود مستهلكا . Cu^{2+} تلعب دور المتفاعل المحد ، ومنه فإن : $C_o.V - 3.x_{\max} = 0$

من خلال (a) لدينا : $x_{\max} = \frac{I.t_c}{6F}$ ومن خلال جدول التقدم : $\Delta n(A\ell) = -2.x_{\max}$ عند نهاية التفاعل .

$$\Delta m(A\ell) = \frac{-I.t_c M(A\ell)}{3.F} = -\frac{0,19 \times 2500 \times 27}{3 \times 96500} = -0,044g = -44mg \quad \text{وبذلك نستنتج :} \quad \Delta m(A\ell) = M(A\ell) \times \Delta n(A\ell)$$

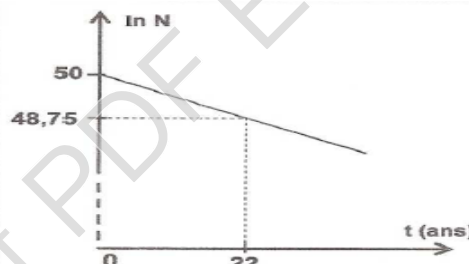
التمرين الأول فيزياء:



1-2 - لدينا : $N = N_o.e^{-\lambda.t} \Leftarrow \ln N = \ln N_o + \ln e^{-\lambda.t} \Leftarrow \ln N = \ln N_o - \lambda.t$ أي : $\ln N = \ln N_o - \lambda.t$

المنحنى $\ln N = f(t)$ عبارة عن دالة تألفية معاملها الموجه $-\lambda$.

$$\text{ومنه : } \lambda = \left| \frac{\Delta \ln N}{\Delta t} \right| = \left| \frac{50 - 48,75}{0 - 22} \right| = \left| -56,8.10^{-3} \right| = 56,8.10^{-3} \text{ ans}^{-1} \quad \text{ولدينا : } t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx 12,2 \text{ ans}$$



2-1-2 - المجال 1 هو مجال النويدات التي يمكن أن تخضع للاندماج لأن النويدات الخفيفة هي التي تندمج.

$$E = N \cdot |m({}_1^0n) + m({}_2^4He) - m({}_1^3H) - m({}_2^4He)| \cdot c^2 \quad \text{-2-2}$$

$$M({}_1^2H) = 2,01335 \times 1,66.10^{-27} \cdot 10^3 \times 6,02.10^{23} \approx 2,012g / mol$$

$$N = \frac{m({}_1^2H)}{M({}_1^2H)} \times N_A = \frac{33g}{2,012} \times 6,02.10^{23} = 9,87.10^{24}$$

$$E = 9,87 \times 10^{24} \times 0,01889 \times 931,5 = 1,7367.10^{26} \approx 1,74.10^{26} MeV$$

تمرين الفيزياء رقم 2

1-1-1 أ - بتطبيق قانون تجميع التوترات لدينا : $u_b + u_R = E$

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{R} \frac{du_R}{dt} \quad \Leftarrow \quad i = \frac{u_R}{R} \quad \Leftarrow \quad u_R = R.i \quad \text{مع :} \quad (1) \quad r.i + L \cdot \frac{di}{dt} + u_R = E$$

$$\frac{L}{R} \cdot \frac{du_R}{dt} + u_R \frac{(r+R)}{R} = E \quad \Leftarrow \quad \frac{L}{R} \cdot \frac{du_R}{dt} + u_R (1 + \frac{r}{R}) = E \quad \Leftarrow \quad \frac{r}{R} \cdot u_R + \frac{L}{R} \cdot \frac{du_R}{dt} + u_R = E \quad \text{بالتعويض في (1) :}$$

$$L \cdot \frac{du_R}{dt} + (r+R)u_R - R.E = 0 \quad \text{أي :}$$

ب- الحل : $u_R = U_o(1 - e^{-\lambda.t})$ $\Leftrightarrow$ $\frac{du_R}{dt} = \lambda.U_o.e^{-\lambda.t}$ بالتعويض في المعادلة التفاضلية :

$$U_o.e^{-\lambda.t}(\lambda.L - (R+r)) + (R+r).U_o = R.E \quad \Leftrightarrow \quad \lambda L.U_o.e^{-\lambda.t} + (r+R)U_o - (R+r)U_o.e^{-\lambda.t} - R.E = 0$$

$$\begin{cases} \lambda = \frac{(R+r)}{L} \\ U_o = \frac{R.E}{R+r} \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} \lambda.L - (R+r) = 0 \\ (R+r).U_o = R.E \end{cases}$$

1-2 أ- $u_R = U_o(1 - e^{-\lambda.t})$ في النظام الدائم : $u_R = U_o = R.I$ ومنه : $I = \frac{U_o}{R}$

ومن خلال العلاقة : $U_o = \frac{E.R}{R+r}$ نستخرج : $r = \frac{(E - U_o).R}{U_o}$ أي : $r = \frac{E - U_o}{I}$ ت.ع : $r = \frac{E - U_o}{I} = \frac{10 - 7,6}{0,1} = 24\Omega$

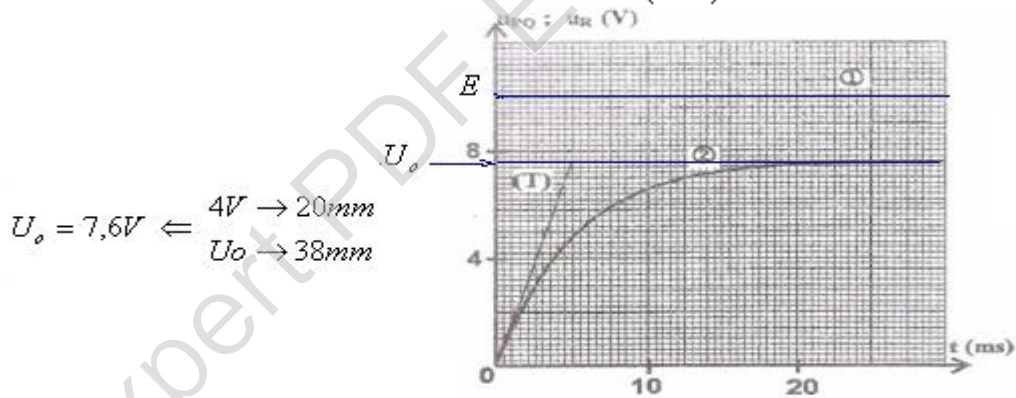
ب- $u_R = U_o(1 - e^{-\lambda.t})$ $\Leftrightarrow$ $\frac{du_R}{dt} = \lambda.U_o.e^{-\lambda.t}$ وعند $t=0$ $\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0} = \lambda.U_o$ مع : $\lambda = \frac{R+r}{L}$ و $R+r = \frac{E}{I}$ أي :

$$\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0} = \frac{E.U_o}{I.L} \quad \Leftrightarrow \quad \lambda = \frac{E}{I.L}$$

ومن جهة اخرى من خلال المعامل الموجه للمماس المنحى عند $t=0$:

$$\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0} = \frac{\Delta u_R}{\Delta t} = \frac{(4-0)V}{(2,5-0).10^{-3}s} = 1600V/s$$

ومنه : $L = \frac{E.U_o}{I.\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0}} = \frac{10 \times 7,6}{0,1 \times 1600} = 0,475H \approx 0,5H$



2-أ- يبرز المنحى رقم 4 حالة الخمود الضعيف حيث تتناقص الطاقة الكلية للدائرة نتيجة التبدد على شكل طاقة حرارية بمفعول جول وذلك ناتج عن وجود المقاومة فيتناقص الوسع إلى أن ينعدم .

ب- من خلال المنحى ، شبه الدور : $T = 2 \times 7,91ms = 15,82ms$ وبما أن : $T = T_o$ $\Leftrightarrow$ $T = 2.\pi.\sqrt{L'.C}$

$$L' = \frac{T^2}{4.\pi^2.C} = \frac{(15,82.10^{-3})^2}{4.\pi^2.20.10^{-6}} = 0,317H \quad \text{ومنه : } T^2 = 4.\pi^2.L'.C$$

2-2 لدينا : $u_c(t) = E.e^{-\frac{(r'+R')}{2L'.t}}.\cos\left(\frac{2.\pi}{T}.t\right)$ لنبين أن : $r' = 0$

لدينا من خلال المنحى : $u_c(t) = 4,5V$ عند اللحظة $t = T$ $\Leftrightarrow$ $4,5 = E.e^{-\frac{(r'+R')}{2L'.T}}.\cos\left(\frac{2.\pi}{T}.T\right)$

$$\Leftrightarrow \ln 0,45 = -\frac{(r'+R').T}{2L'} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{4,5}{E} = e^{-\frac{(r'+R')}{2L'.T}} \quad \Leftrightarrow \quad 4,5 = E.e^{-\frac{(r'+R')}{2L'.T}}.\cos(2.\pi)$$

$$r' = -\frac{2.L' \ln 0,45}{T} - R' = \frac{-2. \times 0,317.Ln0,45}{15,82.10^{-3}} - 32 = 0 \quad \text{ومنه : } r' + R' = -\frac{2.L' \ln 0,45}{T}$$

3-إرسال واستقبال إشارة مضمنة:

3-1-نسبة التضمين: $m = 0,6 < 1$

تردد الموجة الحاملة: $F = 10^5 \text{ Hz}$ ، تردد الموجة المضمنة $f = 5.10^3 \text{ Hz}$ $f > 10 f$ إذن التضمين جيد.

3-2-أ- يتجلى دور دائرة الانتقاء في انتقاء التوتر المضمن ، الذي تردد ه = تردد الموجة الحاملة: $F^2 = \frac{1}{4.\pi^2.L'.C} \Leftrightarrow F = \frac{1}{2.\pi.\sqrt{L'.C}}$

ومنه: $C = \frac{1}{4.\pi^2.L'.F^2} = \frac{1}{4.\pi^2.0,317 \times 10^{10}} = 7,99 \times 10^{-12} \approx 8.10^{-12} \text{ F}$

ولدينا: $6.10^{-12} \text{ F} < 8.10^{-12} \text{ F} < 12.10^{-12} \text{ F}$ إذن استعمال الوشيعة b يمكن من انتقاء الإشارة us.

ب- الشرط الذي يجب أن يتوفر لكشف غلاف جيد هو: $T_p < \tau < T_s$ أي: $10^{-5} \text{ s} < R_1 C < 2.10^{-4} \text{ s}$ ومنه: $\frac{10^{-5}}{30.10^3} < C < \frac{2.10^{-4}}{30.10^3}$

أي: $3,33 \text{ nF} < C < 6,67 \text{ nF}$ إذن من بين المكثفات المقترحة المكثف المناسب هو ذو السعة: $C = 5 \text{ nF}$.

التمرين الثالث : الميكانيك

1- تخضع المجموعة (S) لتأثير وزنها $\vec{P}$ ولتأثير قوة الاحتكاك: $\vec{f}$.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن لدينا: $\vec{P} + \vec{f} = m.\vec{a}_G$

بالإسقاط على المحور oz: $\frac{dv}{dt} = .g(1 - \frac{k}{m.g}v^2)$ أي: $\frac{dv}{dt} = .g - \frac{k}{m}v^2 \Leftrightarrow m.g - k.v^2 = m.\frac{dv}{dt}$ هي على الشكل

: $\frac{dv}{dt} = .g(1 - \frac{v^2}{\alpha^2})$ ومنه: $\frac{1}{\alpha^2} = \frac{k}{m.g} \Leftrightarrow \alpha = \sqrt{\frac{m.g}{k}}$

2- عندما تبلغ سرعة الكرة قيمتها الحدية $v = v_\ell$ تصبح: $\frac{dv_\ell}{dt} = 0 \Leftrightarrow g(1 - \frac{v_\ell^2}{\alpha^2}) = 0$ أي: $\alpha = v_\ell$

الجواب الصحيح هو: (ج) المقدار α يمثل السرعة الحدية للمجموعة (S)

3- مبيانيا: $\alpha = v_\ell = 5 \text{ m/s}$ ولدينا: $k = \frac{m.g}{\alpha^2} = \frac{100 \times 9,8}{25} = 39,2 \text{ kg.m}^{-1}$

4- لدينا: $\begin{cases} a_n = g(1 - \frac{v_n^2}{\alpha^2}) \\ v_{n+1} = -7,84.10^{-2}.v_n^2 + v_n + 1,96 \end{cases}$ أي: $\begin{cases} a_n = 9,8 - 0,392.v_n^2 \\ v_{n+1} = -7,84.10^{-2}.v_n^2 + v_n + 1,96 \end{cases}$ مع: $v_{n+1} = a_n.\Delta t + v_n$

أي: $\Delta t = \frac{v_{n+1} - v_n}{a_n} = \frac{-7,84.10^{-2}.v_n^2 + 1,96}{-0,392.v_n^2 + 9,8} = \frac{-7,84.10^{-2}(v_n^2 - 25)}{-0,392(v_n^2 - 25)} = \frac{7,84.10^{-2}}{0,392} = 0,2 \text{ s} \Leftrightarrow$

الجزء الثاني :

1-1-1- النواس الوازن يخضع لتأثير وزنه $\vec{P}$ ولتأثير المحور $\vec{R}$. انظر الشكل :

بتطبيق العلاقة الأساسية لديناميك في حالة الدوران: $\Sigma M\vec{F}_A = J_A.\ddot{\theta}$

$$M\vec{P}_A + M\vec{R}_A = J_A.\ddot{\theta}$$

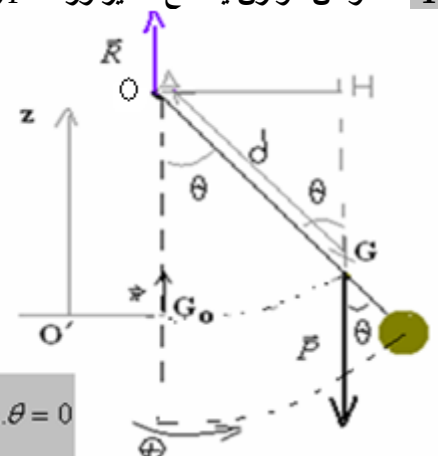
$$OH = d.\sin \theta \text{ مع } -P.OH + 0 = J_A.\ddot{\theta}$$

$$-m.g_o.d.\sin \theta = J_A.\ddot{\theta} \Leftrightarrow$$

$$m = m_1 + m_2 \text{ مع } \ddot{\theta} + \frac{m.g_o.d}{J_A}.\sin \theta = 0 \Leftrightarrow$$

بالنسبة للزوايا الصغيرة بحيث: $\sin \theta \approx \theta$ لدينا :

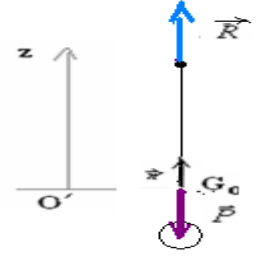
$$\ddot{\theta} + \frac{(m_1 + m_2).g_o.d}{J_A}.\theta = 0 \text{ وهي المعادلة التفاضلية التي تحققها } \theta \text{ في حالة التذبذبات الصغيرة.}$$



1-2- النبض الخاص لحركة لنواس الموازن : $\omega_o = \sqrt{\frac{(m_1 + m_2).g_o.d}{J_\Delta}}$ والدور الخاص : $T_o = 2\pi \sqrt{\frac{J_\Delta}{(m_1 + m_2).g_o.d}}$

ت.ع: لدينا : $\pi^2 = 10 \Leftrightarrow T_o = 2.\sqrt{10}.\sqrt{\frac{9,8.10^{-2}}{0,2 \times 9,8. \times 0,5}} = 2s$

1-3- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن عند موضع التوازن : لدينا :



بالإسقاط على المنظمي : $\vec{P} + \vec{R} = (m_1 + m_2).\vec{a}_G$

$R_n = (m_1 + m_2).g_o + (m_1 + m_2).\frac{v^2}{d} \Leftrightarrow -P + R_n = (m_1 + m_2).\frac{v^2}{d}$

بالإسقاط على المماسي للمسار: $R_t = (m_1 + m_2)\frac{dv_G}{dt} = (m_1 + m_2)d\ddot{\theta}$

ولدينا : $v = d.\dot{\theta}$ مع : $\theta = \theta_o \cos\left(\frac{2\pi}{T_o}.t\right)$ و $\dot{\theta} = -\frac{2\pi.\theta_o}{T_o} \sin\left(\frac{2\pi}{T_o}.t\right)$ والنواس يمر بموضع التوازن عند $t = \frac{T_o}{4}$

$v = -\frac{2.d.\pi.\theta_o}{T_o}$ ومنه : $\dot{\theta} = -\frac{2\pi.\theta_o}{T_o} \sin\left(\frac{2\pi}{T_o} \cdot \frac{T_o}{4}\right) = -\frac{2\pi.\theta_o}{T_o} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{2\pi.\theta_o}{T_o}$

و $\ddot{\theta} = -\theta_o \left(\frac{2\pi}{T_o}\right)^2 \cos\left(\frac{2\pi t}{T_o}\right)$ ، بالتعويض عند اللحظة $t = \frac{T_o}{4}$ نجد $\ddot{\theta} = 0$

و بالتعويض في تعبير R_n و R_t نجد أن: $R_t = 0$ و $R_n = (m_1 + m_2) \left(g_o + \frac{4.d.\pi^2.\theta_o^2}{T_o^2} \right)$ و بالتالي فإن: $R = R_n$

$R = (m_1 + m_2) \left(g_o + \frac{4.d.\pi^2.\theta_o^2}{T_o^2} \right)$ أي : $R = (m_1 + m_2).g_o + (m_1 + m_2) \frac{4.d.\pi^2.\theta_o^2}{T_o^2}$

ت.ع: $R = 0,2 \left(9,8 + \frac{4 \times 0,5 \times 10 \times 10}{18^2 \times 2^2} \right) = 2N$

2-1-2- الطاقة الميكانيكية للنواس الموازن هي مجموع طاقة الوضع لتي وطاقة الوضع الثقالية والطاقة الحركية : $E_m = E_c + E_{pp} + E_{pt}$ باعتبار الحالة الموجعة المحددة نجد تعبير طاقة الوضع الثقالية : $E_{pp} = m.g.z_G$ مع : $z_G = d(1 - \cos \theta)$ وبالنسبة للتذبذبات الصغيرة :

ومنه $z_G = d \frac{\theta^2}{2} \Leftrightarrow \cos \theta = 1 - \frac{\theta^2}{2}$: $E_{pp} = \frac{(m_1 + m_2)g.d\theta^2}{2}$

باعتبار الحالة المرجعة المحددة نجد تعبير طاقة الوضع لتي: $E_{pt} = \frac{1}{2}.C.\theta^2$

وبما أن المجموعة في حالة دوران ، تعبير الطاقة الحركية : $E_c = \frac{1}{2}.J_\Delta.\dot{\theta}^2$

$E_m = E_c + E_{pp} + E_{pt}$

$$= \frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2 + \frac{(m_1 + m_2).g.d.\theta^2}{2} + \frac{1}{2}.C.\theta^2$$
$$= \frac{J_\Delta}{2}\dot{\theta}^2 + \frac{(m_1 + m_2).g.d + C}{2}.\theta^2$$

وهي على الشكل : $E_m = a.\dot{\theta}^2 + b.\theta^2$ ومنه : $a = \left(\frac{J_\Delta}{2}\right)$ و :

$$b = \left(\frac{(m_1 + m_2).g.d + C}{2} \right).$$

2-2- بما أن جميع الاحتكاكات مهملة فإن الطاقة الميكانيكية ثابتة: $\Leftrightarrow \frac{dE_m}{dt} = 0$ أي : $\Leftrightarrow \frac{d(a.\dot{\theta}^2 + b.\theta^2)}{dt} = 0$

المعادلة التفاضلية للحركة. $\ddot{\theta} + \frac{b}{a}.\theta = 0$ أي : $a.\ddot{\theta} + b.\theta = 0$ ومنه : $2.\dot{\theta}(a.\ddot{\theta} + b.\theta) = 0 \Leftrightarrow a.(2.\dot{\theta}.\ddot{\theta}) + 2.b.\theta.\dot{\theta} = 0$

في هذه الحالة النبض الخاص: $\omega_o' = \sqrt{\frac{b}{a}}$ والدور الخاص يصبح : $T_o = 2.\pi.\sqrt{\frac{a}{b}}$ أي : $T_o' = 2.\pi.\sqrt{\frac{J_{\Delta}}{(m_1 + m_2).g.d + C}}$

2-3- لتصحيح الفرق الزمني ΔT يجب أن يتحقق الشرط التالي : $\Delta T = 0 \Leftrightarrow T_o' = T_o$

$$(m_1 + m_2).g.d + C = (m_1 + m_2).g_o.d \Leftrightarrow 2.\pi.\sqrt{\frac{J_{\Delta}}{(m_1 + m_2).g.d + C}} = 2.\pi.\sqrt{\frac{J_{\Delta}}{(m_1 + m_2).g_o.d}}$$

ومنه : $C = (m_1 + m_2)d.(g_o - g) = 0,2 \times 0,5 \times (9,8 - 9,78) = 2.10^{-3} N.m / rad$

SBIRO Abdelkrim

Expert PDF Evaluation