

الكيمياء

الجزء الأول : حمض اللاكتيك :

1- دراسة معادلة تفاعل المعايرة :

1.1 - معادلة التفاعل الحاصل :



1.2 - * جدول التقدم الموافق :

معادلة التفاعل		$AH + HO^- \longrightarrow A^- + H_2O$				
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)				
البدئية	O	$C_A \cdot V_A$	$C_B \cdot V_B$		O	بوفرة
الوسيطة	X	$C_A \cdot V_A - X$	$C_B \cdot V_B - X$		X	بوفرة
النهائية	X_f	$C_A \cdot V_A - X_f$	$C_B \cdot V_B - X_f$		X_f	بوفرة

* نسبة التقدم النهائي τ :

$$\tau = \frac{x_f}{x_{\max}}$$

- تحديد $x_{\max}$: ننجز المعادلتين :

$$\begin{cases} C_A V_A - x_{\max_1} = 0 \\ C_B V_B - x_{\max_2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{\max_1} = C_A V_A \\ x_{\max_2} = C_B V_B \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{\max_1} = 2 \times 10^{-2} \times 20 \times 10^{-3} = 4 \times 10^{-4} \text{ mol} \\ x_{\max_2} = 5 \times 10^{-2} \times 5 \times 10^{-3} = 2,5 \times 10^{-4} \text{ mol} \end{cases}$$

$$x_{\max} = 2,5 \times 10^{-4} \text{ mol} \quad \text{إذن } x_{\max_2} < x_{\max_1}$$

* تحديد x_f :

$$[HO^-]_f = \frac{C_B V_B - x_f}{V_A + V_B}$$

$$\Rightarrow [HO^-]_f \cdot (V_A + V_B) = C_B V_B - x_f$$

$$\Rightarrow x_f = C_B \cdot V_B - [HO^-]_f \times (V_A + V_B)$$

$$x_f = C_B \cdot V_B - \frac{K_e}{10^{-pH}} \times (V_A + V_B)$$

$$x_f = 5 \times 10^{-2} \times 5 \times 10^{-3} - \frac{10^{-14}}{10^{-4}} \times (20 + 5) \times 10^{-3}$$

$$x_f = 2,49 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

$$\tau = \frac{2,49 \times 10^{-4}}{2,5 \times 10^{-4}} = 0,99$$

$$\tau \simeq 1$$

* استنتاج : التفاعل الحاصل كلي .

1.3 - إثبات تعبير الثابتة pK_A :

$$K_A = \frac{[A^-] \times [H_3O^+]}{[AH]} \quad \text{لدينا :}$$

$$\Rightarrow pK_A = pH - \log \frac{[A^-]}{[AH]}$$

$$pK_A = pH + \log \frac{[AH]}{[A^-]}$$

حسب السؤال السابق ، التفاعل كلي ، يعني : $x_f = x_{\max}$ HO^- هو المتفاعل المحد ، إذن : $C_B V_B - x_{\max} = 0$

$$\Rightarrow x_{\max} = C_B V_B$$

من جهة أخرى وحسب الجدول الوصفي أعلاه :

$$[A^-] = \frac{x_f}{V_A + V_B} = \frac{C_B V_B}{V_A + V_B}$$

$$[AH] = \frac{C_A V_A - x_f}{V_A + V_B} = \frac{C_A V_A - C_B V_B}{V_A + V_B}$$

نعوض في تعبير pK_A لنجد :

$$pK_A = pH + \log \left(\frac{C_A V_A - C_B V_B}{C_B V_B} \right)$$

$$\Rightarrow pK_A = pH + \log \left(\frac{C_A V_A}{C_B V_B} - 1 \right)$$

$$pK_A = 4 + \log \left(\frac{2 \cdot 10^{-2} \times 20}{5 \cdot 10^{-2} \times 5} - 1 \right) = 3,78$$

2 - تحديد التركيز الكتلي C_m لحليب

2.1 - (1) سحاحة مدرجة .

(2) المحلول المعاير (S_B) .(3) المحلول المعاير (S) .2.2 - * حساب التركيز V'_A للحليب (S) :

$$C'_A V'_A = C_B V_{BE} \quad \text{عند التكافؤ نكتب :}$$

$$\Rightarrow C'_A = \frac{C_B V_{BE}}{V'_A}$$

* الجدول الوصفي لتفاعل الإختزال :

معادلة التفاعل		$Zn_{(aq)}^{2+} + 2e^- \rightleftharpoons Zn_{(s)}$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
البديئية	o	$n(Zn^{2+})$	0		o
الوسطية	x	n-x	2x		x

* لدينا العلاقتين : $Q = I \times \Delta t = n(e^-) \times F$

$$\Rightarrow n(e^-) = \frac{I \times \Delta t}{F}$$

$$n(e^-) = 2x \quad \text{مع :}$$

$$x = \frac{I \times \Delta t}{2F} \quad \text{نجد :}$$

$$n(Zn) = x = \frac{m}{M}$$

$$\Rightarrow m = x \times M = \frac{I \times \Delta t \times M}{2F}$$

$$m = \frac{8 \times 10^4 \times 24 \times 3600 \times 65}{2 \times 96500}$$

$$m = 232,78 \times 10^4 g$$

$$m = 2327,8 Kg$$

3,2 - حساب مدة التحليل $\Delta t'$:لدينا العلاقة : $Q' = I \times \Delta t' = n(e^-) \times F$

$$\Rightarrow \Delta t' = \frac{n(e^-) \times F}{I}$$

$$n(e^-) = 2x_f \quad \text{مع :}$$

* تحديد التقدم x_f الموافقة ليصبح التركيز

$$[Zn^{2+}]_f = n_i(Zn^{2+}) - x_f$$

$$= [Zn^{2+}]_i \times V - x_f$$

$$\Rightarrow x_f = [Zn^{2+}]_i \times V - [Zn^{2+}]_f \times V$$

$$n(e^-) = 2([Zn^{2+}]_i - [Zn^{2+}]_f) \cdot V \quad \text{إذن :}$$

$$n(e^-) = 2(2 - 0,7) \times 10^3 = 2,6 \times 10^3 mol$$

$$\Delta t' = \frac{2,6 \times 10^3 \times 96500}{8 \times 10^4} = 3136,25s$$

$$\Delta t' = 52 \text{ min } 16s$$

$$C'_A = \frac{5 \times 10^{-2} \times 10}{20} = 2,5 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$$

* التركيز الكتلي C_m لحمض اللاكتيك في الحليب (S) :

$$C_m = \frac{m}{V_A} = \frac{n \times M}{V_A}$$

$$C_m = C'_A \times M$$

$$C_m = 2,5 \times 10^{-2} \times 90 = 2,25 g.L^{-1}$$

* هذه القيمة تتجاوز معيار الطراوة : $C_m > 1,8 g.L^{-1}$

نستنتج أن هذا الحليب غير طري .

2.3 - عند التكافؤ لدينا : $pH_E = 8$

أ- الكاشف الملون المناسب لهذه المعايير هو أحمر الفينول .

ب- حساب النسبة $\frac{[A^-]}{[AH]}$ عند التكافؤ

$$\text{لدينا العلاقة : } pH = pK_A + \log \frac{[A^-]}{[AH]}$$

$$\Rightarrow \log \frac{[A^-]}{[AH]} = pH - pK_A$$

$$\Rightarrow \log \frac{[A^-]}{[AH]} = 8 - 3,78 = 4,22$$

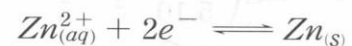
$$\Rightarrow \frac{[A^-]}{[AH]} = 10^{4,22} = 1,66 \times 10^4$$

النوع الكيميائي المهيمن في المحلول عند التكافؤ هو القاعدة

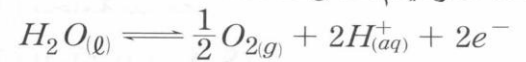
 A^- , يعني أيون اللاكتات $C_3H_5O_3^-$

الجزء الثاني : إنتاج الزنك بالتحليل الكهربائي

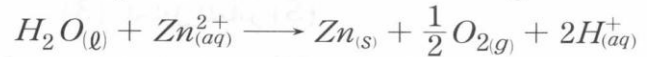
1 - عند الكاثود يتم تفاعل إختزال لأيونات



* عند الأنود يتم تفاعل أكسدة :



2 - استنتاج المعادلة الحصيلة للتحليل الكهربائي :



3 - شدة التيار الكهربائي المستعمل لهذا التحليل :

$$I = 8.10^4 A$$

3.1 - حساب كتلة فلز الزنك m :

$$\Rightarrow \lambda t = \ln\left(1 - \frac{N_d}{N_0}\right)$$

$$\Rightarrow t = -\frac{1}{\lambda} \times \ln\left(1 - \frac{N_d}{N_0}\right)$$

$$t = -\frac{1}{5,13 \times 10^{-2}} \times \ln\left(1 - \frac{99}{100}\right)$$

$$t = 89,77 \text{ min}$$

2- الاندماج النووي

* الطاقة المحررة خلال اندماج 1g من 2_1H أكبر من الطاقة المحررة خلال انشطار 1g من الأورانيوم 235 :

$$|E_2| > |E_1|$$

* يصاحب الانشطار النووي تولد بعض النوى الإشعاعية و المضرة بالبيئة ، عكس الاندماج النووي الذي لا ينتج عنه نوى إشعاعية .

* لذلك يمكن اعتماد الاندماج النووي عوض الانشطار النووي لإنتاج طاقة أكبر و بتلوث بيئي أقل .

فيزياء 2 : تحديد المقادير المميزة لوسيلة و مكثف

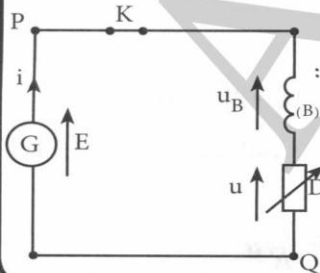
1- استجابة ثنائي قطب RL لرتبة توتر

1.1 - المنحنى (1) يمثل رتبة التوتر الكهربائي التي يطبقها المولد

* المنحنى (2) يمثل التوتر u بين مربطي الموصل الأومي D :
لأن : $u = Ri$

خلال الرتبة الصاعدة تتزايد شدة التيار i وكذلك u : إقامة التيار .

خلال الرتبة النازلة تتناقص شدة التيار i وكذلك u : إنعدام التيار .



1.2 - المعادلة التفاضلية للتوتر u :
إضافية التوترات :

$$u + u_B = E$$

$$\Rightarrow u + L \frac{di}{dt} + ri = E$$

فيزياء 1 : التفاعلات النووية

1- الانشطار النووي :

1.1 - حسب قانوني صودي للإنحفاظ لدينا :

$$235 + 1 = 146 + 85 + x$$

$$\Rightarrow x = 5$$

$$92 = 58 + Z \Rightarrow Z = 34$$

تكتب المعادلة النووية :



1.2 - * طاقة انشطار نواة واحدة من الأورانيوم 235 :

$$E = \Delta m \times C^2$$

$$= [m(Ce) + m(Se) + 5m(n) - m(U) - m(n)] \times C^2$$

$$E = [145,8782 + 84,9033 + 4 \times 1,00866 - 234,9934] \times 931,5$$

$$E = -165,12 \text{ MeV}$$

* الطاقة E_1 الناتجة عن انشطار 1g من الأورانيوم 235 :

$$E_1 = E \times N$$

مع N : عدد نوى الأورانيوم 235 المتواجدة في 1g :

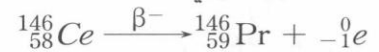
$$N = \frac{m}{M} \times N_A$$

$$\Rightarrow E_1 = E \times \frac{m}{M} \times N_A$$

$$E_1 = -165,12 \times \frac{1}{235} \times 6,02 \times 10^{23}$$

$$E_1 = -4,23 \times 10^{23} \text{ MeV}$$

1.3 - * معادلة التحول النووي :



* قانون التناقص الإشعاعي :

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad \text{عدد النوى المتبقي :}$$

$$N_d = N_0 - N \quad \text{عدد النوى المتفتت :}$$

$$N_d = N_0 (1 - e^{-\lambda t})$$

$$\Rightarrow \frac{N_d}{N_0} = 1 - e^{-\lambda t}$$

$$\Rightarrow e^{-\lambda t} = 1 - \frac{N_d}{N_0}$$

في النظام الدائم ، تأخذ u قيمة حدية $u_{(l)}$ بحيث : $u_{(l)} = cte$

$$\frac{du(l)}{dt} = 0 \quad \text{إذن :}$$

$$\left(1 + \frac{r}{R}\right)u_{(l)} = E \quad \text{من المعادلة التفاضلية نجد :}$$

$$\Rightarrow u_{(l)} = \frac{R}{r+R}E$$

$$u_{b(l)} = \frac{r}{R}u_{(l)} = \frac{r}{r+R}E \quad \text{نعوض في تعبير } u_b :$$

ب- يتقاطع المنحنيين عند t_J : $u = u_b$

$$u_b = \frac{u_b(0)}{2} \quad \text{حسب المبيان عند } t_J :$$

$$u = \frac{RE}{R+r}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad \text{ولدينا التعبير :}$$

$$u_b(0) = E \quad \text{ومبانيا :}$$

$$\frac{RE}{R+r}(1 - e^{-\frac{t_J}{\tau}}) = \frac{E}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{R}{R+r}(1 - e^{-\frac{t_J}{\tau}}) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 1 - e^{-\frac{t_J}{\tau}} = \frac{R+r}{2R}$$

$$\Rightarrow e^{-\frac{t_J}{\tau}} = 1 - \frac{R+r}{2R} = \frac{R-r}{2R}$$

$$\Rightarrow -\frac{t_J}{\tau} = \ln\left(\frac{R-r}{2R}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{\tau}{t_J} = \frac{1}{\ln\left(\frac{2R}{R-r}\right)}$$

$$\text{مع } \tau = \frac{L}{R+r} \quad \text{نجد :}$$

$$\frac{L}{R+r} = \frac{t_J}{\ln\left(\frac{2R}{R-r}\right)}$$

$$L = \frac{R+r}{\ln\left(\frac{2R}{R-r}\right)} \cdot t_J$$

* التحقق من قيمة L :

$$L = \frac{200 + 22,2}{\ln\left(\frac{2 \times 200}{200 - 22,2}\right)} \times 1,6 \times 10^{-3} = 0,44H$$

$$i = \frac{u}{R} \Leftarrow u = Ri \quad \text{لدينا :}$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{R} \frac{du}{dt} \quad \text{إذن :}$$

نعوض في المعادلة أعلاه لنجد :

$$u + \frac{L}{R} \frac{du}{dt} + \frac{r}{R}u = E$$

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{r}{R}\right)u + \frac{L}{R} \frac{du}{dt} = E$$

$$\Rightarrow \left[u + \frac{L}{r+R} \frac{du}{dt} = \frac{R \cdot E}{r+R}\right]$$

1.3 - أ- حل المعادلة التفاضلية :

$$u = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{A}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$A - Ae^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{L}{r+R} \cdot \frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{RE}{r+R}$$

$$\Rightarrow A + (Ae^{-\frac{t}{\tau}}) \left[-1 + \frac{L}{r+R} \cdot \frac{1}{\tau}\right] = \frac{RE}{r+R}$$

$$A = \frac{RE}{r+R}$$

إذن :

$$-1 + \frac{L}{r+R} \cdot \frac{1}{\tau} = 0$$

$$\tau = \frac{L}{r+R} \quad \text{يعني :}$$

$$u = \frac{RE}{r+R}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad \text{يصبح الحل هو :}$$

ب- من المبيان نجد :

$$E = 2V \quad \text{* المنحنى (1) :}$$

$$5\tau = 0,1s \quad \text{* المنحنى (2) :}$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{0,01}{5} = 0,002s$$

$$\tau = \frac{L}{r+R} \quad \text{ج- استنتاج L :}$$

$$\Rightarrow L = (r+R) \cdot \tau$$

$$L = (22,2 + 200) \times 0,002 = 0,444H$$

1.1 - أ- تعبير القيمة الحدية u_b :

$$u_b = L \frac{di}{dt} + ri$$

$$\Rightarrow u_b = \frac{L}{R} \cdot \frac{du}{dt} + \frac{r}{R}u$$

$$\Rightarrow \left(2\pi LN - \frac{1}{2\pi CN}\right)^2 = R^2 - r^2$$

$$\Rightarrow 2\pi LN - \frac{1}{2\pi CN} = \pm \sqrt{R^2 - r^2}$$

* من جهة أخرى لدينا :

$$\tan \varphi = \frac{2\pi LN - \frac{1}{2\pi CN}}{R + r}$$

$$\Rightarrow \tan \varphi = \pm \frac{\sqrt{R^2 - r^2}}{R - r}$$

$$\tan \varphi = \pm \sqrt{\frac{(R - r)(R + r)}{(R + r)^2}}$$

$$\Rightarrow \tan \varphi = \pm \sqrt{\frac{R - r}{R + r}}$$

* طبيعة الدارة القسرية :

$$2\pi LN = 597,15\Omega$$

$$\frac{1}{2\pi LN} = 800,9\Omega$$

$$2\pi LN < \frac{1}{2\pi CN}$$

$$\varphi < 0$$

$$\tan \varphi = -\sqrt{\frac{R - r}{R + r}}$$

$$\tan \varphi = -\sqrt{\frac{100 - 22,2}{100 + 22,2}}$$

$$\tan \varphi = -0,798$$

$$|\varphi| = -38,5^\circ$$

فيزياء 3 : حركة رياضي على مستوى مائل

1 - دراسة حركة مستوية على مستوى مائل

1.1 - نطبق القانون الثاني لنيوتن على الجسم () وهو خاضع

لـ :

$\vec{P}$: وزنه

$\vec{R}$: تأثير المستوى (π) . (π) $\perp \vec{R}$: حركة بدون احتكاك

في المعلم $R(O, \vec{i}, \vec{j})$ المرتبط بالمستوى :

2 - التذبذبات الحرة في دائرة RCL متوالية

1.2 - تحديد قيمة السعة المكثف (C) :

- شبه الدور : $T = 4ms$

- الدور الخاص : $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

- باعتبار أن : $T_0 = T$

$$\Rightarrow 2\pi\sqrt{LC} = T$$

$$\Rightarrow 4\pi^2 LC = T^2$$

$$\Rightarrow C = \frac{T^2}{4\pi^2 L}$$

$$C = \frac{(4,10^{-3})^2}{4\pi^2 \times 0,44} = 9,2 \cdot 10^{-7} F$$

2.2 - حساب تغير الطاقة ΔE بين t_1 و t_2 :

$$\Delta E = E(T_2) - E(T_1)$$

$$= \frac{1}{2} C U_C^2(T_2) - \frac{1}{2} C U_C^2(T_1)$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} C [U_C^2(T_2) - U_C^2(T_1)]$$

$$U_C(T_2) = 0,8V ; U_C(T_1) = 1,7V$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} \times 9,2 \times 10^{-7} \cdot (0,8^2 - 1,7^2)$$

$$\Delta E = -1,035 \times 10^{-6} J$$

3 - التذبذبات القسرية في دائرة RCL متوالية .

* بين مربطي ثنائي القطب PF ، التوتر الفعال :

$$U_1 = Z.I = I\sqrt{r^2 + \left(2\pi LN - \frac{1}{2\pi CN}\right)^2}$$

مع I شدة التيار الفعالة و Z ممانعة ثنائي القطب .

* بين مربطي الموصل الأومي : $U_2 = RI$

* عند ضبط التردد على القيمة : $N = 216Hz$

تتحقق العلاقة : $U_1 = U_2$

$$\Rightarrow I\sqrt{r^2 + \left(2\pi LN - \frac{1}{2\pi CN}\right)^2} = RI$$

$$\Rightarrow r^2 + \left(2\pi LN - \frac{1}{2\pi CN}\right)^2 = R^2$$

1.3 - في حالة $\beta = 60^\circ$

أ- حساب قيمة v_0 :

يمر مركز القصور G من النقطة N فتصبح إحداثياتها:

$$y_N = 0 \text{ و } x_N = ON = 20m$$

من معادلة المسار نجد:

$$-\frac{g \sin \alpha}{2 V_0^2 \cos^2 \beta} x_0^2 + (\tan \beta) x_N = 0$$

$$\Rightarrow x_N \left[\frac{-g \sin \alpha}{2 V_0^2 \cos^2 \beta} x_N + \tan \beta \right] = 0$$

$$\frac{-g \sin \alpha}{2 V_0^2 \cos^2 \beta} x_N + \tan \beta = 0 : x_N \neq 0 \text{ مع}$$

$$\Rightarrow \frac{g \sin \alpha}{2 V_0^2 \cos^2 \beta} x_N = \tan \beta$$

$$\Rightarrow V_0^2 = \frac{g \sin \alpha \cdot x_N}{2 \cos^2 \beta \cdot \tan \beta} = \frac{g \sin \alpha \cdot x_N}{2 \cos \beta \cdot \sin \beta}$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{g \cdot x_N \cdot \sin \alpha}{2 \sin \beta \cdot \cos \beta}}$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{9,8 \times 20 \times \sin 12}{2 \cdot \sin(60) \cdot \cos 60}} = 6,86 m/s$$

ب- تعبير الإحداثيين x_S و y_S :

عند قمة المسار S يتحقق $\left(\frac{dy}{dx}\right) = 0$

يعني:

$$\frac{-g \sin \alpha}{V_0^2 \cos^2 \beta} x_S + (\tan \beta) = 0$$

$$\Rightarrow x_S = \frac{V_0^2 \cos^2 \beta}{g \sin \alpha} \times \tan \beta$$

$$x_S = \frac{V_0^2 \cos^2 \beta \times \sin \beta}{g \sin \alpha}$$

نعوض في معادلة المسار لنجد y_S :

$$y_S = -\frac{g \sin \alpha}{2 V_0^2 \cos^2 \beta} \left(\frac{V_0^2 \cos^2 \beta \cdot \sin \beta}{g \sin \alpha} \right)^2 + (\tan \beta) \cdot \frac{V_0^2 \cos^2 \beta \cdot \sin \beta}{g \sin \alpha}$$

$$\Rightarrow y_S = -\frac{V_0^2 \sin^2 \beta}{2g \sin \alpha} + \frac{V_0^2 \sin^2 \beta}{g \sin \alpha}$$

$$\Rightarrow y_S = \frac{V_0^2 \sin^2 \beta}{2g \sin \alpha}$$

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m \vec{a}_G$$

$$\Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m \vec{a}_G$$

إسقاط على المحورين $(O, \vec{i})$ و $(O, \vec{j})$:

$$P_y + R_y = m a_y \text{ و } P_x + R_x = m a_x$$

$$R_y = 0 ; R_x = 0$$

مع:

$$P_x = 0 : \vec{P} \perp (O, \vec{i})$$

$\vec{P}$ تكون الزاوية $\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ مع المحور $(O, \vec{j})$ إذن:

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{-P_y}{P} \Rightarrow P_y = -P \cdot \sin \alpha$$

$$P_y = -mg \cdot \sin \alpha$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} \text{ و } a_x = \frac{dv_x}{dt} : \text{إحداثيتي التسارع}$$

$$\left| \frac{dv_y}{dt} \right| = -g \sin \alpha ; \left| \frac{dv_x}{dt} \right| = 0 : \text{إذن}$$

1.2 - معادلة المسار:

* المعادلتين الزميتين للحركة:

حسب $(O, \vec{i})$:

$$x(t) = v_{0x} t + x_0$$

$$\Rightarrow x(t) = (V_0 \cos \beta) t$$

حسب $(O, \vec{j})$:

$$y(t) = -\frac{1}{2} (g \sin \alpha) t^2 + v_{0y} t + y_0$$

$$y(t) = -\frac{1}{2} (g \sin \alpha) t^2 + (V_0 \sin \beta) t$$

* معادلة المسار بإقصاء الزمن بين X و Y:

$$x = (V_0 \cos \beta) t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0 \cos \beta}$$

نعوض في Y لنجد:

$$y = -\frac{g}{2} \sin \alpha \cdot \frac{x^2}{V_0^2 \cos^2 \beta} + (\tan \beta) x$$

$$y = -\frac{g \sin \alpha}{2 V_0^2 \cos^2 \beta} x^2 + (\tan \beta) x$$

$$z \simeq \ell \sin \alpha \cdot \frac{\theta^2}{2} = \frac{1}{2} \ell \sin \alpha \cdot \theta^2$$

نجد إذن تعبير E_p : $E_p = \frac{1}{2} mg \ell \sin \alpha \cdot \theta^2$
نعوض في تعبير الطاقة الميكانيكية لنجد :

$$E_m = \frac{1}{2} m \ell^2 \cdot \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} mg \ell \sin \alpha \cdot \theta^2$$

$$\boxed{E_m = \frac{1}{2} m \ell^2 \left[\left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 + \frac{g \sin \alpha}{\ell} \cdot \theta^2 \right]}$$

2.2 - المعادلة التفاضلية للحركة :

في غياب الاحتكاكات تحفظ الطاقة الميكانيكية للنواس :

$$E_m = cte$$

$$\Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = 0$$

باشتقاق تعبير E_m بالنسبة للزمن نجد :

$$2 \cdot \frac{g \sin \alpha}{\ell} \cdot \theta \cdot \dot{\theta} + 2 \left(\frac{d\theta}{dt} \right) \cdot \frac{d^2 \theta}{dt^2} = 0$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \dot{\theta} \left[\frac{g \sin \alpha}{\ell} \cdot \theta + \ddot{\theta} \right] = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\ddot{\theta} + \frac{g \sin \alpha}{\ell} \cdot \theta = 0} \quad (\dot{\theta} \neq 0) \quad \text{مع}$$

2.3 * - حل المعادلة التفاضلية :

$$\theta = \theta_m \cos \left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi \right)$$

$$\dot{\theta} = - \left(\frac{2\pi}{T_0} \right) \theta_m \sin \left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi \right) \quad \text{* تعبير } T_0 :$$

$$\ddot{\theta} = - \left(\frac{2\pi}{T_0} \right)^2 \cdot \theta_m \cos \left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi \right)$$

$$\ddot{\theta} = - \left(\frac{2\pi}{T_0} \right)^2 \cdot \theta$$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$- \left(\frac{2\pi}{T_0} \right)^2 \cdot \theta + \frac{g \sin \alpha}{\ell} \theta = 0$$

$$\Rightarrow \theta \cdot \left[- \left(\frac{2\pi}{T_0} \right)^2 + \frac{g \sin \alpha}{\ell} \right] = 0$$

$$- \left(\frac{2\pi}{T_0} \right)^2 + \frac{g \sin \alpha}{\ell} = 0 \quad \theta \neq 0 \quad \text{مع}$$

2 - دراسة حركة تذبذبية على مستوى مائل :

2.1 - تعبير الطاقة الميكانيكية للنواس : $E_m = E_C + E_p$

- الطاقة الحركية للنواس : $E_C = \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2$

$$\Rightarrow E_C = \frac{1}{2} m \cdot \ell^2 \cdot \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2$$

- طاقة الوضع الثقالية : $E_p = mgz + cte$

مع z أنسوب G خلال الذبذبات .

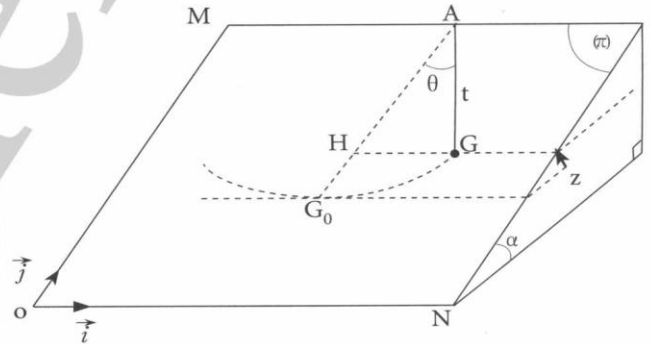
الحالة المرجعية لطاقة الوضع الثقالية توافق المستوى الأفقي

المرار من G_0 يعني : $E_p = 0$ عند $z=0$

إذن : $cte=0$

ومنه يصبح : $E_p = mgz$

من الشكل أسفله لدينا :



$$\sin \alpha = \frac{z}{G_0 H}$$

$$z = G_0 H \cdot \sin \alpha$$

$$G_0 H = G_0 A - HA$$

وكذلك :

$$\Rightarrow G_0 H = \ell - HA$$

$$\cos \theta = \frac{HA}{\ell}$$

$$HA = \ell \cos \theta$$

يعني :

$$G_0 H = \ell - \ell \cos \theta$$

إذن :

$$\boxed{G_0 H = \ell (1 - \cos \theta)}$$

$$\boxed{z = \ell \sin \alpha (1 - \cos \theta)} \quad \text{يصبح تعبير } z \text{ هو :}$$

$$\cos \theta \simeq 1 - \frac{\theta^2}{2} \quad \text{وبالنسبة للتذبذبات الصغيرة :}$$

عند مرور المتذبذب G_0 ، تكون سرعته قصوى .

إذن :

$$T = mg \sin \alpha + \frac{m}{\ell} \left(\frac{2\pi}{T_0} \right)^2 \theta_m^2$$

$$T = 60 \times 9,8 \times \sin 12 + \frac{60}{12} \cdot \left(\frac{2\pi}{15,25} \right) \times \left(12 \times \frac{\pi}{180} \right)$$

$$T = 22,3N$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2\pi}{T_0} \right)^2 = \frac{g \sin \alpha}{\ell}$$

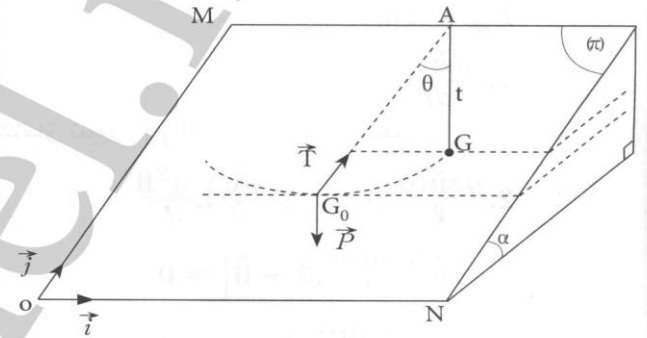
$$\Rightarrow \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{g \sin \alpha}{\ell}}$$

$$\Rightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g \sin \alpha}}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{12}{9,8 \times \sin 12}} \quad * \text{ حساب } T_0$$

$$T_0 = 15,25s$$

2.4 - حساب شدة القوة $\vec{T}$ عند مرور المتذبذب من G_0 :



نطبق القانون الثاني لنيوتن .

يخضع المتذبذب لقوتين :

$\vec{P}$: وزنه

$\vec{T}$: تأثير الحبل

$$\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}_G$$

إسقاط على المنظمي $\vec{n}$ في أساس فريني :

$$P_n + T_n = ma_N$$

$$T_n = T \quad \text{مع}$$

$$\text{المركبة المنظمية للتسارع} \quad a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{v^2}{\ell}$$

$$P_n = -P \cdot \sin \alpha$$

$$-P \cdot \sin \alpha + T = m \frac{v^2}{\ell} \quad \text{إذن :}$$

$$\Rightarrow T = P \cdot \sin \alpha + m \frac{v^2}{\ell}$$

v : سرعة المتذبذب : $\dot{\theta}$

$$v = -\left(\frac{2\pi}{T_0} \right) \theta_m \sin \left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi \right)$$