

الكيمياء

الجزء الأول :

1.1 - معادلة تفاعل كل حمض مع الماء :



1.2 - معادلة تفاعل المعايرة بالنسبة لكل حمض .

1.3 - * نمثل المستقيم المتعامد مع المماسين (Δ'_A و Δ_A)و (Δ'_B و Δ_B) ثم نرسم المستقيم (T) الموازي لكلا المماسين

والذي يمر من منتصف القطعة المحصورة بين المماسين .

يتقاطع المستقيم (T_A) مع المنحنى الأول في نقطة التكافؤ(E_A) .و يتقاطع المستقيم (T_B) مع المنحنى الثاني عند (E_B) .* إسقاط (E_A) و (E_B) على محور الأرتايب يمكننا منتحديد pH_E الموافق لكل منحنى .* بالنسبة للمنحنى الأول نجد : $pH_E = 7$ بالنسبة للمنحنى الثاني نجد : $pH_E = 8,5$ * الحمض الكربوكسيلي $RCOOH$ يتفاعل جزئيا ليتحولإلى القاعدة $RCOO^-$ مما يجعل المحلول عند التكافؤقاعديا يعني : $pH_E > 7$ * حمض $HClO_4$ يتفاعل كليا، فهو حمض قوي وقاعدته ClO_4^-

ذات قوة تفاعلية ضعيفة جدا، مما يجعل المحلول الموافق عند

التكافؤ محايدا .

نستنتج أن المنحنى الثاني يوافق معايرة المحلول (S_1) .1.4 - تحديد تركيز المحلولين (S_1) و (S_2) :نستعمل علاقة التكافؤ : $C \cdot V = C_b \cdot V_{bE}$

$$\Rightarrow C = C_b \cdot \frac{V_{bE}}{V}$$

* المحلول (S_1) : حجم التكافؤ :

$$V_{bE} = 16mL$$

$$C_1 = 0,1 \times \frac{16}{10} = 1,6 \cdot 10^{-1} mol.L^{-1}$$

* المحلول (S_2) : حجم التكافؤ :

$$V_{bE} = 10mL$$

$$C_2 = 0,1 \times \frac{10}{10} = 0,1 mol.L^{-1}$$

1.5 - جدول التقدم :

معادلة التفاعل		$RCOOH_{(aq)} + H_2O(l) \rightleftharpoons RCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
البدئية	O	C_1V	وافر	O	O
الوسيطة	X	C_1V-X	وافر	X	X
النهائية	X_f	C_1V-X_f	وافر	X_f	X_f

* تحديد قيمة pK_A :

$$pK_A = -\log K_A$$

$$K_A = \frac{[RCOO^-] \times [H_3O^+]}{[RCOOH]}$$

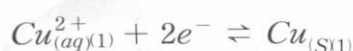
$$= \frac{[H_3O^+]^2}{C_1 - [H_3O^+]}$$

$$K_A = \frac{(10^{-pH})^2}{C_1 - 10^{-pH}} \quad (pH=2,5)$$

$$K_A = \frac{(10^{-2,5})^2}{C_1 - 10^{-2,5}} = 6,37 \cdot 10^{-5}$$

$$pK_A = -\log(6,37 \cdot 10^{-5}) = 4,2$$

يخضع الأيون $Cu_{(aq)}^{2+}$ لتفاعل اختزال وفق المعادلة :



دليل على أن منحى الإلكترونات يتم من الصفيحة (L_2) نحو

الصفيحة (L_1) يعني عكس منحى التيار الكهربائي .

2.2 - تعبير التقدم X : نعتبر جدول التقدم الموافق .

معادلة التفاعل	الإلكترونات	$Cu_{(aq)}^{2+} + Cu_{(S)}^0 \rightleftharpoons Cu_{(S)}^0 + Cu_{(aq)}^{2+}$				
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)				
البديّة	O	$C_1 \cdot V_1$	n_2	n_1	$C_2 \cdot V_2$	0
الوسيطة	X	$C_1 V_1 - X$	$n_2 - X$	$n_1 + X$	$C_2 \cdot V_2 + X$	2X
النهائية	X_f	$C_1 V_1 - X_f$	$n_2 - X_f$	$n_1 + X_f$	$C_2 \cdot V_2 + X_f$	$2X_f$

$$Q = I \times \Delta t = n(e^-) \times F \quad \text{لدينا :}$$

$$\Rightarrow n(e^-) = \frac{I \times \Delta t}{F}$$

$$n(e^-) = 2x \quad \text{مع :}$$

$$x = \frac{I \times \Delta t}{2F} \quad \text{نجد :}$$

$$x = \frac{140 \cdot 10^{-3} \times 30 \times 60}{2 \times 96500} = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$$

2.3 - حساب التركيزين عند استهلاك العمود :

* أيونات $Cu_{(1)}^{2+}$ هي التفاعل المحد إذن :

$$[Cu_{(1)}^{2+}]_{\text{éq}} = \frac{C_2 V_2 + x_{\text{éq}}}{V_2}$$

* من جدول التقدم السابق لدينا :

$$= C_2 + \frac{x_{\text{éq}}}{V_2}$$

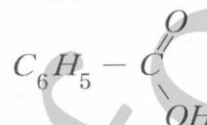
$$= x_{\text{éq}} = x_{\text{max}} = C_1 V_1 \quad \text{مع :}$$

$$[Cu_{(1)}^{2+}]_{\text{éq}} = C_2 + \frac{C_1 V_1}{V_2} = C_2 + C_1$$

$$[Cu_{(1)}^{2+}]_{\text{éq}} = 0,1 + 0,01 = 0,11 \text{ mol.L}^{-1}$$

2 - تصنيف الإستر :

2.1 - الصيغة نصف المنشورة للحمض الكربوكسيلي :



2.2 - كمية مادة الإستر n_E المتكون :

$$n_E = n_a - n_r = 8,2 \cdot 10^{-3} - 2,4 \cdot 10^{-3}$$

$$\Rightarrow n_E = 5,8 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$$

2.3 - مردود هذا التصنيع : $r = \frac{n_E}{n_{E_{\text{max}}}}$

$n_{E_{\text{max}}}$ كمية مادة الإستر القصوى الممكن تصنيفها :

$$r = \frac{n_E}{n_{E_{\text{max}}}}$$

$$n_{E_{\text{max}}} = 1,7 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$$

$$r = \frac{5,8 \cdot 10^{-3}}{1,7 \cdot 10^{-2}} = 0,34 = 34\%$$

الجزء الثاني : عمود كهربائي بالتركيز

1 - أثناء اشتغال العمود ، تكون شدة التيار الكهربائي غير

منعدمة ، وعندما تصل المجموعة إلى حالة التوازن تنعدم شدة

التيار ($I=0$) .

نستنتج أن التجربة (b) توافق حالة التوازن للعمود المدروس ، و

منه نستنتج ثابتة التوازن الموافقة :

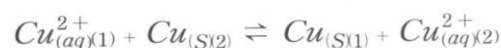
$$K = \frac{[Cu_{(2)}^{2+}]}{[Cu_{(1)}^{2+}]} = \frac{C_2}{C_1}$$

$$\Rightarrow K = \frac{0,1}{0,1} = 1$$

2 - دراسة التجربة (a) :

1.2 - القطب الموجب للعمود هو الصفيحة (L_1) .

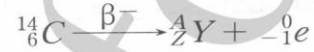
حسب معادلة تفاعل اشتغال العمود :



الفيزياء

تمرين 1 : التأريخ بالكربون 14

1.1 - معادلة التحول النووي للكربون 14 :



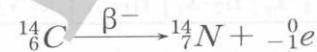
حسب قانوني صودي للإحفاظ نجد :

$$A = 14$$

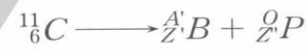
$$Z = 7$$

من مخطط سيفري نجد النواة المتولدة : ${}^{14}_7\text{N}$

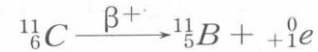
و تصبح المعادلة النووية هي :



1.2 - معادلة التحول النووي :

حسب مخطط سيفري : $Z' = 5$ و حسب قانوني صودي للإحفاظ : $A' = 11$ إذن : $6 = Z' + Z''$ يعني : $Z'' = 6 - Z' = 1$

تصبح المعادلة النووية لهذا التحول هي :



1.2 - طاقة الربط بالنسبة لنواة الكربون 14 :

$$Q({}^{14}_6\text{C}) = \frac{E_l({}^{14}_6\text{C})}{14}$$

من مخطط الطاقة نجد :

$$E_l({}^{14}_6\text{C}) = 13146,2 - 13047,1 = 99,1 \text{ MeV}$$

$$Q({}^{14}_6\text{C}) = \frac{E_l}{14} = \frac{99,1}{14}$$

$$Q({}^{14}_6\text{C}) = 7,08 \text{ MeV/nucleon}$$

2.2 - القيمة المطلقة للطاقة الناتجة عن تفتت نواة الكربون

: 14

$$E = E(\beta^- \text{ دقيقة} + {}^A_Z\text{Y} \text{ نواة}) - E({}^{14}_6\text{C})$$

$$E = 13044,3 - 13047,1$$

$$E = -2,8 \text{ MeV}$$

$$|E| = 2,8 \text{ MeV}$$

3 - تحديد عمر خشب قديم :

1.3 - * كتلة الكربون C في العينة :

$$m(c) = m \times 51,2\%$$

$$= 0,295 \times 0,512$$

$$m(c) = 0,515 \text{ g}$$

* عدد نوى الكربون C في العينة :

$$\frac{N(C)_0}{N_A} = \frac{m(c)}{M(C)}$$

$$\Rightarrow N(C)_0 = N_A \times \frac{m(c)}{M(C)}$$

$$N(C)_0 = 6,02 \times 10^{23} \times \frac{0,515}{12}$$

$$N(C)_0 = 7,57 \times 10^{21}$$

* عدد نوى الكربون 14 في العينة :

$$\frac{N({}^{14}\text{C})_0}{N(C)_0} = 1,2 \times 10^{-12} \quad \text{لدينا النسبة :}$$

$$\Rightarrow N({}^{14}\text{C})_0 = N(C)_0 \times 1,2 \times 10^{-12}$$

$$N({}^{14}\text{C})_0 = 7,57 \cdot 10^{21} \times 1,2 \times 10^{-12}$$

$$N({}^{14}\text{C})_0 = 9,084 \times 10^9$$

3.2 - تحديد عمر قطعة الخشب القديم :

* لدينا حسب قانون التناقص الإشعاعي :

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

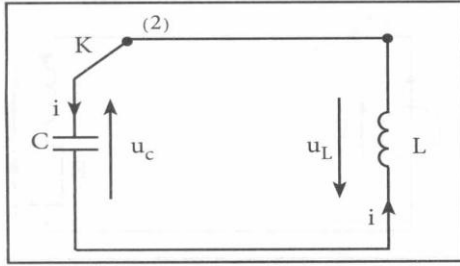
$$\Rightarrow \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = -\lambda t$$

$$\Rightarrow t = -\frac{1}{\lambda} \cdot \ln\left(\frac{N}{N_0}\right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \quad \text{يعني} \quad t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

مع :



1.2 - من المنحنين (2) و (3) نحدد :

أ- الطاقة الكلية للدائرة LC :

$$E_T = E_{max} = 5,8 \cdot 10^{-7} J$$

* تحديد قيمة التوتر U_0 :

$$E_T = E_{max} = \frac{1}{2} C \cdot U_{cmax}^2 \quad \text{لدينا :}$$

$$E_{cmax} = U_0 \quad \text{مع :}$$

$$E_T = \frac{1}{2} C \cdot U_0^2 \quad \text{نجد :}$$

$$\Rightarrow U_0 = \sqrt{\frac{2E_T}{C}}$$

$$U_0 = \sqrt{\frac{2 \times 5,8 \cdot 10^{-7}}{8 \cdot 10^{-9}}} \approx 12 V$$

ب- تحديد قيمة L :

$$T_0 = 0,02 ms \quad \text{لدينا الدور الخاص للتذبذبات :}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{LC} \quad \text{وكذلك :}$$

$$\Rightarrow T_0^2 = (2\pi)^2 \cdot L \cdot C$$

$$\Rightarrow L = \frac{T_0^2}{(2\pi)^2 \cdot L \cdot C}$$

$$L = \frac{(0,02 \times 10^{-3})^2}{(2\pi)^2 \times 8 \cdot 10^{-9}} = 1,27 \cdot 10^{-3} H$$

2 - استجابة وشيعة ذات مقاومة مهمة لرتبة توتر :

2.1 - المعادلة التفاضلية لشدة التيار i في المجال $0 < t < \frac{T}{2}$

$$u_R + u_L = E$$

$$\Rightarrow Ri + L \frac{di}{dt} = E$$

$$\Rightarrow i + \frac{L}{R} \cdot \frac{di}{dt} = \frac{E}{R}$$

$$t = -\frac{t_{1/2}}{\ln 2} \times \ln\left(\frac{N}{N_0}\right)$$

ومنه نجد :

$$a = \lambda \cdot N$$

* من جهة أخرى لدينا :

$$\Rightarrow N = \frac{a}{\lambda}$$

يعني :

$$N = a \times \frac{t_{1/2}}{\ln 2}$$

يصبح تعبير عمر القطعة الخشبية :

$$t = -\frac{t_{1/2}}{\ln 2} \times \ln\left(\frac{a \times t_{1/2}}{N_0 \times \ln 2}\right)$$

تطبيق عددي : نشاط العينة الخشبية .

$$a = 1,4 \text{ تفتت / min}$$

$$a = \frac{1,4}{60} Bq$$

$$t = -\frac{5760}{\ln 2} \times \ln\left(\frac{\frac{1,4}{60} \times 5730 \times 3,15 \times 10^7}{9,084 \times 10^9 \times \ln 2}\right)$$

$$t = 3324,6 ans$$

تمرين 2 : التبادل الطاقي بين وشيعة و مكثف

1 - التذبذبات الكهربائية في حالة مقاومة الوشيعة مهمة :

1.1 - المعادلة التفاضلية لشدة التيار i :

$$u_C + u_L = 0$$

$$u_C + L \frac{di}{dt} = 0$$

نشتق هذه المعادلة بالنسبة للزمن :

$$\frac{du_C}{dt} + L \frac{d^2 i}{dt^2} = 0$$

$$\Rightarrow C \frac{du_C}{dt} + LC \frac{d^2 i}{dt^2} = 0$$

$$\Rightarrow i + LC \frac{d^2 i}{dt^2} = 0$$

$$\Rightarrow \left| \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{1}{LC} \cdot i = 0 \right|$$

يصبح تعبير $i(t) = I_P \cdot e^4 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ هو :

* عند اللحظة $t_1 = \frac{3T}{4}$ تأخذ شدة التيار التعبير التالي :

$$i(t_1) = I_P \cdot e^4 \cdot e^{-\frac{3T}{4} \cdot \frac{8}{T}}$$

$$= I_P \cdot e^4 \cdot e^{-6}$$

$$i(t_1) = I_P \cdot e^{-2}$$

3 - التذبذبات في حالة وشيعة ذات مقاومة غير مهمة .

3.1 - تكون الطاقة المخزونة في الوشيعة :

أ- قصوى عند اللحظة $t_1 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ms}$ (صحيح)

د- دنيا عند اللحظة $t_2 = 10^{-2} \text{ms}$ (صحيح)

3.2 - المعادلة التفاضلية للشحنة q :

$$U_C + U_L = 0$$

$$U_C + L \frac{di}{dt} + ri = 0$$

$$U_C = \frac{q}{C} \quad \text{لدينا :}$$

$$i = \frac{dq}{dt} ; \frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$$

$$\frac{q}{C} + L \frac{d^2q}{dt^2} + r \cdot \frac{dq}{dt} = 0 \quad \text{إذن :}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{r}{L} \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0$$

$$2\lambda = \frac{r}{L} \quad \text{مع} \quad \lambda = \frac{R}{2L} \quad \text{يعني}$$



$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \quad \text{الدور الخاص :}$$

$$\frac{T_0}{2\pi} = \sqrt{LC} \quad \text{يعني :}$$

$$\Rightarrow \frac{T_0^2}{4\pi^2} = LC$$



2.2 - أ- في المجال $0 \leq t < \frac{T}{2}$ لدينا إقامة التيار في الدارة .

- لذلك المنحنى الموافق ل $U_R(t)$ هو المنحنى (2) .

- المنحنى الموافق ل $U_L(t)$ هو المنحنى (3) .

ب- تحديد قيمة I_P :

$$i(t) = I_P (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad \text{لدينا :}$$

$$U_R(t) = R \cdot i(t) = R I_P (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$U_R = R I_P \quad \text{في النظام الدائم :}$$

$$U_R = 4V \quad \text{ومن المبيان :}$$

$$I_P = \frac{U_R}{R} = \frac{4}{100} = 0,04A$$

2.3 - في المجال $\frac{T}{2} \leq t < T$

$$i(t) = A e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{لدينا :}$$

$$\tau = \frac{T}{8} \quad \text{من المبيان نجد :}$$

$$t = \frac{T}{2} \quad \text{* عند اللحظة}$$

$$i\left(\frac{T}{2}\right) = A e^{-\frac{T}{2} \cdot \frac{8}{T}} = A e^{-4} \quad \text{لدينا :}$$

وكذلك ، بما أن الدالة $i(t)$ متصلة عند اللحظة $t = \frac{T}{2}$

$$i\left(\frac{T}{2}\right) = I_P (1 - e^{-\frac{T}{2} \cdot \frac{8}{T}}) = I_P (1 - e^{-4}) \quad \text{نجد :}$$

$$A e^{-4} = I_P (1 - e^{-4}) \quad \text{إذن :}$$

$$\Rightarrow A = I_P \left(\frac{1 - e^{-4}}{e^{-4}} \right) = I_P (e^4 - 1)$$

$$\Rightarrow A \simeq I_P \cdot e^4$$

الإسقاط على المحورين $(O, \vec{i})$ و $(O, \vec{j})$:

$$\begin{cases} ax = 0 \\ ay = -g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$$

1.2 - معادلة مسار المتزلج :

* المعادلتين الزميتين للحركة

$$\begin{cases} x = v_{0x}t + x_0 \\ y = \frac{1}{2}a_y t^2 + v_{0y}t + y_0 \end{cases} \begin{cases} x = (V_0 \cos \alpha)t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (V_0 \sin \alpha)t \end{cases}$$

* إقصاء الزمن بين المعادلتين :

$$t = \frac{x}{V_0 \cos \alpha}$$

نعوض في y لنجد :

علما أن الشروط البدئية للحركة :

$$\begin{cases} V_{0x} = V_0 \cos \alpha \\ V_{0y} = V_0 \sin \alpha \\ x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$$

$$y = -\frac{1}{2}g \frac{x^2}{V_0^2 \cos^2 \alpha} + V_0 \sin \alpha \cdot \frac{x}{V_0 \cos \alpha}$$

$$\Rightarrow y = -\frac{g}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + (\tan \alpha) x$$

معادلة المسار للمتزلج

2 - تحديد h_m :

* لكي لا يسقط المتزلج في بركة الماء ، يجب أن يتحقق الشرط :

$$x \geq d \text{ و } y = -H$$

$$\Rightarrow \frac{4\pi^2}{T_0^2} = \frac{1}{LC} \quad \text{إذن :}$$

تصبح المعادلة التفاضلية السابقة :

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\lambda \frac{dq}{dt} + \frac{4\pi^2}{T_0^2} q = 0$$

3.3 - الشرط الذي يجب أن تحققه r بالنسبة لـ $\frac{L}{C}$ لتكون $T \simeq T_0$

$$\frac{1}{T_0^2} - \frac{\lambda^2}{4\pi^2} \simeq \frac{1}{T_0^2} \quad \text{يعني :}$$

$$\Rightarrow \frac{4\pi^2}{T_0^2} - \lambda^2 \simeq \frac{4\pi^2}{T_0^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{LC} - \frac{r^2}{4L^2} \simeq \frac{1}{LC}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{C} - \frac{r^2}{4L} \simeq \frac{1}{C}$$

$$\Rightarrow \frac{L}{C} - \frac{r^2}{4} \simeq \frac{L}{C}$$

$$\frac{r^2}{4} \ll \frac{L}{C} \quad \text{يجب أن يتحقق الشرط التالي :}$$

$$r^2 \ll 4 \frac{L}{C} \quad \text{يعني :}$$

$$r \ll 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

التمرين 3

الجزء الأول : دراسة حركة متزلج

1.1 - نطبق القانون الثاني لنيوتن على المتزلج في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

حيث يخضع المتزلج لوزنه $\vec{P}$ فقط .

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$$

$$\Rightarrow \vec{P} = m\vec{a}_G$$

$$\Rightarrow m\vec{g} = m\vec{a}_G$$

$$\Rightarrow \vec{a}_G = \vec{g}$$

عند اللحظة t_1 تكتب : $v_1 = a_G \cdot t_1$

$$\Rightarrow a_G = \frac{v_1}{t_1}$$

نعوض في المعادلة السابقة : $P - R = m_1 \cdot \frac{v_1}{t_1}$

$$\Rightarrow R = P - m_1 \cdot \frac{v_1}{t_1} = m_1 \left(g - \frac{v_1}{t_1} \right)$$

علما أن : $m_1 = \rho_1 \cdot V$

نجد تعبير R : $R = \rho_1 \cdot V \left(g - \frac{v_1}{t_1} \right)$

1.2 - * من المبيان نجد : $t_1 = 0,35s$

و $v_1 = 3m/s$

* حساب قيمة R :

$$R = 2,7 \cdot 10^3 \times 4,2 \times 10^{-6} \cdot \left(9,8 - \frac{3}{0,35} \right)$$

$$\Rightarrow R \simeq 1,4 \cdot 10^{-2} N$$

2- دراسة حركة الكرة داخل السائل اللزج :

1.2 - نطبق القانون الثاني لنيوتن على الكرة داخل السائل

اللزج حيث يخضع لثلاث قوى : $\Sigma \vec{F}_{ext} = m_1 \vec{a}_G$

$$\Rightarrow \vec{P} + \vec{F} + \vec{f} = m_1 \vec{a}_G$$

$$\Rightarrow m_1 \vec{g} - \rho_2 V g \vec{i} - k V \vec{i} = m_1 \frac{d\vec{v}}{dt}$$

إسقاط على المحور $(O, \vec{i})$

$$m_1 g - \rho_2 V g - k V = m_1 \cdot \frac{dv}{dt}$$

$$\Rightarrow \rho_1 V g - \rho_2 V g - k V = \rho_1 V \cdot \frac{dv}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} = g \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) - \frac{k}{\rho_1 V} \cdot v$$

2.2 - التحقق من صحة المعادلة التفاضلية (1) :

$$(1) \frac{dv}{dt} = 5,2 - 26 \cdot v$$

* حسب معادلة المسار لدينا :

$$-H = -\frac{gx^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} + (\tan \alpha) \cdot x$$

لنجد تعبير V_0 : $-H - (\tan \alpha) \cdot x = -\frac{gx^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha}$

$$\Rightarrow H + (\tan \alpha) \cdot x = \frac{gx^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow V_0^2 = \frac{gx^2}{2(H + x \cdot \tan \alpha) \cdot \cos^2 \alpha}$$

مع : $V_0 = \sqrt{2gh}$

نجد :

$$2gh = \frac{gx^2}{2(H + x \cdot \tan \alpha) \cdot \cos^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow h = \frac{x^2}{4(H + x \cdot \tan \alpha) \cdot \cos^2 \alpha}$$

* القيمة الدنيا h_m للإرتفاع h لكي لا يسقط المتزلج في

البركة المائية توافق :

$$x = d = 10m$$

$$h_m = \frac{10^2}{4 \cdot (0,5 + 10 \cdot \tan \alpha 30^\circ) \cdot \cos^2 \alpha 30^\circ}$$

$$= 5,31m$$

الجزء الثاني : السقوط الرأسي لكرية فلزية .

1 - دراسة حركة الكرة في الهواء :

1.1 - بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرة :

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m_1 \vec{a}_G$$

$$\Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m_1 \vec{a}_G$$

إسقاط على المحور $(O, \vec{i})$:

$$P - R = m_1 \cdot a_G$$

* حركة الكرة مستقيمة متغيرة بانتظام تسارعها a_G ثابت .

معادلة السرعة : $v = a_G \cdot t + v_0$

$\Rightarrow v = a_G \cdot t$ (مع $v_0=0$)

* حساب قيمة k :

$$\frac{k}{\rho_1 V} = 26$$

لدينا :

$$\Rightarrow k = 26 \cdot \rho_1 \cdot V$$

$$\Rightarrow k = 26 \times 2,7 \cdot 10^3 \times 4,2 \times 10^{-6}$$

$$\underline{k \simeq 0,5 kg \cdot S^{-1}}$$

2.4 - لدينا حسب طريقة أولير المعادلتين التاليتين :

$$a_i = \frac{v_{i+1} - v_i}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow v_{i+1} = \Delta t \cdot a_i + v_i \quad (1)$$

من المعادلة التفاضلية ، نكتب عند اللحظة t_1 :

$$\frac{dv_i}{dt} = 5,2 - 26v_i$$

$$\Rightarrow a_i = 5,2 - 26v_i$$

نعوض في المعادلة (1) لنجد :

$$v_{i+1} = \Delta t \cdot (5,2 - 26 \cdot v_i) + v_i$$

$$= 5,2 \times \Delta t - 26 \cdot \Delta t \cdot v_i + v_i$$

$$\underline{v_{i+1} = (1 - 26 \cdot \Delta t)v_i + 5,2 \cdot \Delta t}$$

* حساب v_{i+1} :

$$v_{i+1} = (1 - 26 \times 5 \cdot 10^{-3})2,38 + 5,2 \times 5 \cdot 10^{-3}$$

$$\underline{v_{i+1} \simeq 2,1 m \cdot s^{-1}}$$

* من المعادلة التفاضلية الحرفية :

$$\frac{dv}{dt} = g \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) - \frac{k}{\rho_1 V} \cdot v$$

لنحسب المقدار $g \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right)$

$$g \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) = 9,8 \cdot \left(1 - \frac{1,26 \cdot 10^3}{2,7 \cdot 10^3} \right) = 5,2$$

* من المبيان نجد القيمة الحدية للسرعة : $v_l = 0,2 m \cdot s^{-1}$

من المعادلة التفاضلية ، تحقق السرعة الحدية v_l العلاقة :

$$g \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) = \frac{k}{\rho_1 V} v_l = 0$$

$$\Rightarrow \frac{k}{\rho_1 V} \cdot v_l = g \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{k}{\rho_1 V} = \frac{g}{v_l} \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right)$$

$$\frac{k}{\rho_1 V} = \frac{5,2}{0,2} = 26$$

مما يؤكد صحة المعادلة التفاضلية (1) :

$$\underline{\frac{dv}{dt} = 5,2 - 26v}$$

2.3 - بعد الثابتة k وحساب قيمتها :

من المعادلة التفاضلية ، نستنتج أن المقدار $\left(\frac{k}{\rho_1 V} \cdot v \right)$

له بعد تسارع a ، إذن :

$$\left[\frac{kv}{\rho_1 V} \right] = [a]$$

$$\Rightarrow [k] \times \frac{[k]}{[\rho_1 V]} = [a]$$

$$\Rightarrow [k] = \frac{[\rho_1][V]}{v} \times [a]$$

$$\Rightarrow [k] = \frac{M \cdot L^{-3} \times L^3}{L \cdot T^{-1}} \times L \times T^{-2}$$

$$\underline{[k] = M \cdot T^{-1}}$$