

المعادلات التفاضلية

I. تعريف:

- + تؤدي دراسة بعض الظواهر الفيزيائية و البيولوجية و الاقتصادية وغيرها إلى معادلات يكون فيها المجهول دالة وتحتوي على مشتقة أو مشتقات هذه الدالة
- + هذا النوع من المعادلات يسمى **المعادلات التفاضلية**.
- + يرمز عادة إلى الدالة المجهولة بالرمز y
- + حل المعادلة التفاضلية يعني إيجاد جميع الدوال y التي تحقق هذه المعادلة
- + و مجموعة هذه الدوال تسمى **الحل العام للمعادلة**
- + كل عنصر من هذه المجموعة يسمى **حلا خاصا** للمعادلة
- + كل حل يسمى كذلك **تكاملا**.

II. معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى :

المعادلة	مجموعة الحلول
$y' + ay = 0$	$y(x) = \alpha e^{-ax} \quad (\alpha \in \mathbb{R})$
$y' + ay = b$	$y(x) = \alpha e^{-ax} - \frac{b}{a}$
$y' + ay = f(x)$	الحل الخاص + الحل العام $y(x)$



III. معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية:

✓ $y'' + ay' + by = 0$ لحل هذه المعادلة تتبع المراحل التالية:

- المعادلة المميزة: $r^2 + ar + b = 0$
- نحسب المميز للمعادلة المميزة: $\Delta = a^2 - 4b$
- نميز بين 3 حالات حسب المميز

أ- إذا كان $\Delta > 0$. للمعادلة المميزة حلين r_1 و r_2 . إذن الحل العام للمعادلة التفاضلية

$$y(x) = \alpha e^{r_1 x} + \beta e^{r_2 x} \quad (\alpha; \beta) \in \mathbb{R}^2$$

ب- إذا كان $\Delta = 0$. للمعادلة المميزة حل وحيد مزدوج هو $r = -\frac{b}{2a}$. إذن الحل العام للمعادلة التفاضلية

ج- إذا كان $\Delta < 0$. للمعادلة المميزة حلين عقديين مترافقين هما $r_1 = p + iq$ و $r_2 = p - iq$

إذن الحل العام للمعادلة التفاضلية: $y(x) = e^{p(x)} (\alpha \cos(qx) + \beta \sin(qx))$

حالة خاصة:

حل المعادلة التفاضلية $y'' + \omega^2 y = 0$ هو

$$y(x) = \alpha \cos(\omega x) + \beta \sin(\omega x)$$

