

I. المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

حلول المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

- كل معادلة تؤول في كتابتها إلى الشكل التالي $ax + b = 0$ حيث $(a \in \mathbb{R} * b \in \mathbb{R})$ تسمى معادلة من الدرجة بمجهول واحد x .

- قيم الأعداد x تسمى حلول أو جذور المعادلة $ax + b = 0$. ومجموعة هذه القيم تسمى مجموعة الحلول. يرمز لها ب S

- حلول المعادلة $ax + b = 0$

$$* \text{ اذا كان } a \neq 0 \text{ فان } S = \left\{ \frac{-b}{a} \right\}$$

$$* \text{ اذا كان } a = 0 \text{ و } b \neq 0 \text{ فان } S = \emptyset$$

$$* \text{ اذا كان } a = 0 \text{ و } b = 0 \text{ فان } S = \mathbb{R}$$

II. المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

كل متراجحة يمكن أن تؤول في كتابتها إلى إحدى المتراجحات التالية
 $ax + b \geq 0; ax + b > 0$
 $ax + b \leq 0; ax + b < 0$

تسمى متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

3. اشارة الحدانية $ax + b$

جول الإشارات

III. -المعادلات من الدرجة الثانية بمجهول واحد

حل المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$

1. ثلاثية الحدود من الدرجة الثانية

تعريف : كل معادلة تكتب على شكل $ax^2 + bx + c = 0$ حيث a و b و c أعداد حقيقية ($a \neq 0$)

تسمى ثلاثية الحدود أو معادلة من الدرجة الثانية بمجهول واحد x

الشكل القانوني لثلاثية الحدود

$$ax^2 + bx + c = a \left[x^2 + \frac{2b}{2a}x + \frac{c}{a} \right]$$

$$= a \left[x^2 + 2 \frac{b}{2a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} \right]$$

$$= a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} \right]$$

3. حل المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$

نضع $\Delta = b^2 - 4ac$ (يسمى المميز للمعادلة من الدرجة الثانية)

- الحالة الأولى : اذا كان $\Delta < 0$ فان $-\frac{\Delta}{(2a)^2} > 0$ فان $S = \emptyset$
- الحالة الثانية : اذا كان $\Delta = 0$ فان $a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = 0$ اذن $S = \left\{-\frac{b}{2a}\right\}$
- الحالة الثالثة : اذا كان $\Delta > 0$ فان المعادلة تكتب

$$a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right)^2$$

$$\left(x - \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}\right)\left(x - \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}\right)$$

$$S = \left\{\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}; \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}\right\} \text{ فان}$$

. ملاحظة : المميز المختصر

نعتبر المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$. اذا كان b عدد زوجي $b = 2b'$. يعني $ax^2 + 2b'x + c = 0$ فان

$$\Delta' = b'^2 - ac$$

- اذا كان $\Delta' < 0$ فان $S = \emptyset$
- اذا كان $\Delta' = 0$ فان $S = \left\{-\frac{b'}{a}\right\}$

$$S = \left\{\frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a}; \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a}\right\} \text{ اذا كان } \Delta' > 0$$

IV. مجموع وجداء الجذرين (الحلين) $ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$ وإشارتها كذلك هي إشارة

a

نعتبر المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ و $\Delta > 0$ وليكن x_1 و x_2 حلي المعادلة

$$(somme) S = x_1 + x_2$$

$$= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$= \frac{-b - \sqrt{\Delta} - b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$= \frac{-2b}{2a} = \frac{-b}{a}$$

$$(produit) P = x_1 \times x_2$$

$$= \left(\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}\right)\left(\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}\right)$$

$$= \frac{(-b)^2 - (\sqrt{\Delta})^2}{4a^2} = \frac{b^2 - b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$= \frac{c}{a}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a} \text{ اذن}$$

$$(a \neq 0)ax^2 + bx + c = 0$$

$$\frac{a}{a}x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = \frac{0}{a}$$

ولدينا

$$x^2 - \left(\frac{-b}{a}\right)x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 - Sx + P = 0$$

ليكن S و P عددين حقيقيين . لكي يكون عدداً x_1 و x_2 مجموعهما S وجداؤهما P فإنه يلزم ويكفي أن يكون $S^2 - 4P > 0$ وفي هذه الحالة يكون العدداً x_1 و x_2 هما جذري المعادلة

$$x^2 - Sx + P = 0$$

V. تعميل وتحديد إشارة ثلاثية الحدود

$$ax^2 + bx + c = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right]$$

إذا كان $\Delta < 0$. فلا يمكن تعميل ثلاثية الحدود . وإشارتها هي إشارة a

• إذا كان $\Delta = 0$. فتلاثية الحدود يمكن أن تعمل $ax^2 + bx + c = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2$ وإشارتها كذلك

هي إشارة a

• إذا كان $\Delta > 0$ فتعميلها هو $ax^2 + bx + c = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2$ وإشارتها كذلك هي إشارة a

• إذا كان $\Delta > 0$ فتعميلها هو $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ وإشارتها داخل الحلين هو

عكس إشارة العدد a وخارج الجذرين هو إشارة a

VI. المترجمات من الدرجة الثانية بمجهول واحد

لحل مترجمة من الدرجة الثانية نتبع الخطوات التالية:

• نحل ناولا المعادلة

• نعتمد على دراسة إشارة ثلاثية الحدود المرتبطة بها

VII. المعادلات والمترجمات من الدرجة الأولى بمجهولين - النظمات بعدة مجاهيل

1. حل المعادلة $ax + by + c = 0$

كل معادلة تكتب على شكل $ax + by + c = 0$ تسمى معادلة من الدرجة الأولى بمجهولين x و y

- إذا كان $ab \neq 0$ فإن مجموعة الحلول هي $\left\{ \left(x; \frac{-ax - c}{b} \right) / x \in \mathbb{R} \right\}$ وهي تساوي المجموعة

$$\left\{ \left(\frac{-by - c}{a}; y \right) / y \in \mathbb{R} \right\}$$

- إذا كان $a = 0$ و $b \neq 0$ فإن مجموعة الحلول هي $\left\{ \left(x; -\frac{c}{b} \right) / x \in \mathbb{R} \right\}$

- إذا كان $a \neq 0$ و $b = 0$ فإن مجموعة الحلول هي $\left\{ \left(-\frac{c}{a}; y \right) / y \in \mathbb{R} \right\}$

- إذا كان $a = 0$ و $b = 0$ و $c \neq 0$ فإن $S = \emptyset$

- اذا كان $c = 0, a = 0, b = 0$ فان مجموعة الحلول $S = \emptyset$

2. أنظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

لتكن $S : \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ أنظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين x و y في $\mathbb{R}^2$ حيث a, b, c, a', b', c' أعداد حقيقية

- لحل هذه النظام نستخدم إحدى الطرق التالية:

• 1- طريقة المحددة

العدد الحقيقي $\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} = ab' - a'b$ يسمى محددة النظام S

اذا كان $\Delta \neq 0$ فان للنظام S حلا وحيدا بحيث $x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}}{\Delta}$ و $y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}}{\Delta}$

- اذا كان $\Delta = 0$ فانه قد لا يكون للنظام أي حل وقد يكون لها ما لانهاية من الحلول

* 2- طريقة التعويض

* 3- طريقة التاليفة الخطية

3. التأويل الهندسي لنظام معادلتين

ليكن المستقيمين (D) و (D') المحددين على التوالي بالمعادلتين $ax + by + c = 0$ و

$$a'x + b'y + c' = 0$$

- اذا كان $\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} \neq 0$ فللنظام حل وحيد $(x; y)$ اذن المستقيمان متقاطعان في النقطة حل

النظام

- اذا كان $\Delta = 0$ و $\Delta_x \neq 0$ أو $\Delta_y \neq 0$ فان $S = \emptyset$ ومنه (D) و (D') متوازيان قطعا

- اذا كان $\Delta = 0$ و $\Delta_x = 0$ و $\Delta_y = 0$ فان مجموعة الحلول غير منتهية (المعدلتان متكافئتان)

اذن (D) و (D') منطبقان

4. نظم المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهولين

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(o; \vec{i}; \vec{j})$ لتكن المعادلة $ax + by + c = 0$. تحدد مستقيما (D)

اذن المستقيم (D) يحدد نصفي مستوى مفتوحين:

- احدهما هو مجموعة النقط $M(x; y)$ التي تحقق العلاقة $ax + by + c > 0$

- والاخر هو مجموعة النقط $M(x; y)$ التي تحقق العلاقة $ax + by + c < 0$

تجـويه المستوى