

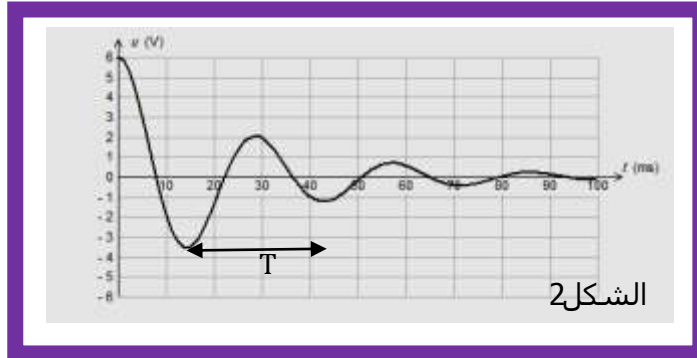
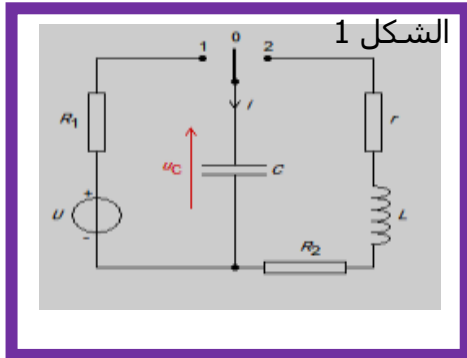
I. تفريغ مكثف في وشيعة

1. نشاط تجريبي

ننجز الدارة الكهربائية (شكل 1) و المكونة من مولد للتوتر $E = 6V$ و مكثف سعته $C = 10^{-4}F$ و موصل أومي مقاومته $R_2 = 10\Omega$ و وشيعة معامل تحريضها $L = 0,2H$ و مقاومتها $r = 5\Omega$ و قاطع التيار K .

أ. تجربة 1

نضع K في الموضع 1 ، (نتركه مدة كافية) نؤرجح K على الموضع 2 للحصول على تذبذبات حرة في الدارة RLC. نعين، على راسم التذبذب، التوتر $U_C(t)$ بين مربطي المكثف فنحصل على الشكل 2.



ملاحظات وتفسير

- وسع التوتر $U_C(t)$ يتناقص خلال الزمن نقول أن التذبذبات مخمدة التوتر $U_C(t)$ متناوبا لكن ليس بدالة دوريا فنقول أن التذبذبات شبه دورية تتميز بشبه الدور نرسم له T
- التذبذبات تتم دون أن نزود الدارة RLC بالطاقة نقول أن التذبذبات حرة

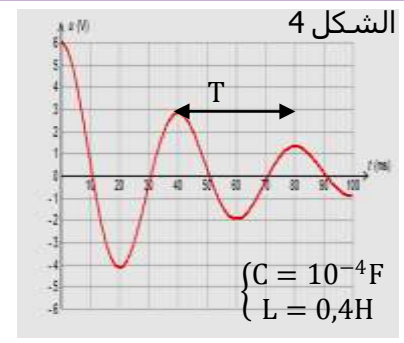
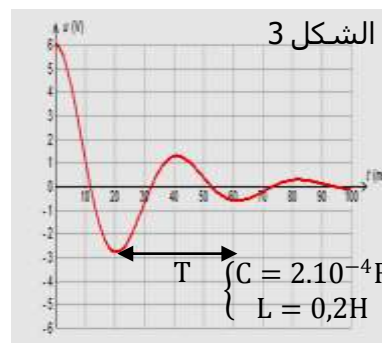
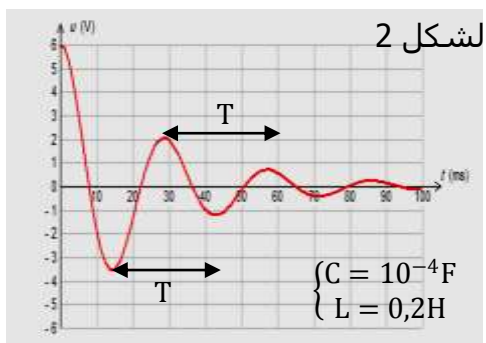
تعريف

الدور المدة الزمنية الفاصلة بين قيمتين قصويتين متتاليتين للتوتر $U_C(t)$ أحسب شبه الدور T الشكل 1

ب. تجربة 2 تأثير L و C في شبه الدور

نغير معامل تحريض الوشيعة و سعة المكثف

- الحالة 1 نغير قيمة $C = 10^{-4}F$ ونحتفظ ب L ثابتة، منحني الشكل 3
- الحالة 2 نغير قيمة $L = 0,4H$ ونحتفظ ب C ثابتة منحني الشكل 4

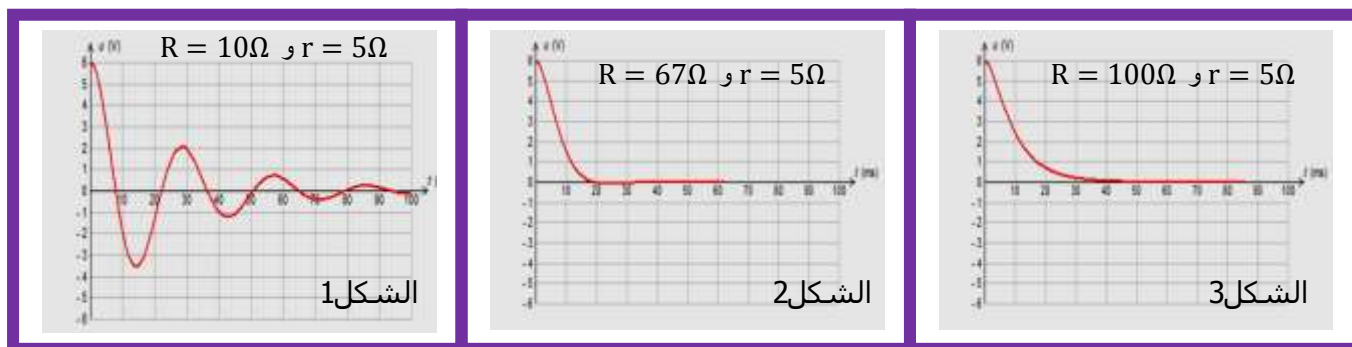


ملاحظات وتفسير

مبيانيا نجد $T = 30ms$ أنظر الشكل 1
حساب شبه الدور الحالة 1 $T_1 = 35ms$ الحالة 2 $T_2 = 40ms$ نلاحظ أن قيمة شبه الدور تتزايد بتزايد قيمة سعة المكثف C و قيمة معامل التحريض L

تجربة 3 تأثير قيمة المقاومة R

- نغير قيمة R_2 في التركيب التجريبي السابق فنحصل على المنحنيات الموجودة في الأسفل 1 و 2 و 3
- ما تأثير المقاومة R على الذبذبات
 - ماذا يحدث عندما تأخذ R القيمة $R = 67\Omega$ ؟



ملاحظات وتفسير

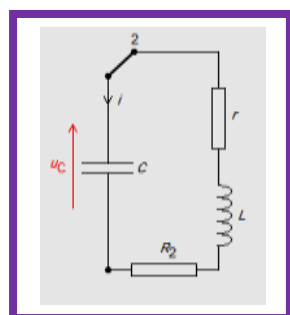
- مع تزايد قيمة المقاومة R تزداد ظاهرة الخمود الشكل 1 و 2 و 3
- عندما تصبح قيمة المقاومة كبير ينعدم التوتر U_C دون أن يتذبذب ويسمى هذا النظام **نظام لا دوري**
- عندما تأخذ المقاومة القيمة $R = 67\Omega$ ينعدم التوتر $U_C(t)$ بسرعة دون أن يتذبذب ونسمي هذه المقاومة بالمقاومة الحرجة ونرمز لها بـ $R_C = R = 67\Omega$ يسمى هذا النظام **النظام الحرج** الشكل 2 و هو نظام يفصل النظام الشبه الدوري و النظام اللا دوري

II دراسة التذبذبات الحرة في الدارة RLC

1. بتطبيق قانون إضافية التوترات أوجد المعادلة التفاضلية لدائرة RLC متوالية التي يحققها التوتر $U_C(t)$ بين مربطي المكثف. ثم أستنتج المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة $q(t)$
2. حدد المقدار المسؤول عن خمود الذبذبات
3. استنتج المعادلة التفاضلية للدائرة في حالة $R = 0$ و $r = 0$

الجواب

1. المعادلة التفاضلية



بتطبيق قانون إضافية التوترات نجد: $U_C + U_L + U_R = 0$

$$U_C + r \cdot i + L \frac{di}{dt} + R \cdot i = 0 \Rightarrow U_C + L \frac{di}{dt} + (R + r) \cdot i = 0$$

نعلم أن $i = \frac{dq}{dt}$ و $q = C \cdot U_C$ و بالتالي $i = C \frac{dU_C}{dt}$ و $L \frac{di}{dt} = LC \frac{d^2 U_C}{dt^2}$ و منه:

$$(R + r) = R_T \quad \text{نضع} \quad \frac{d^2 U_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} U_C + \frac{(R+r)}{L} \cdot \frac{dU_C}{dt} = 0$$

$w = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ أي $w^2 = \frac{1}{LC}$ ويسمى النبض الخاص

المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $U_C(t)$

$$\frac{d^2 U_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} U_C + \frac{(R+r)}{L} \cdot \frac{dU_C}{dt} = 0$$

نعلم أن $q = C \cdot U_C$ أي $U_C = \frac{q}{C}$ نعوض في المعادلة التفاضلية نجد:

المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q + \frac{(R+r)}{L} \cdot \frac{dq}{dt} = 0$$

2. المقدار المسؤول عن الخمود

الجزء $\frac{d^2 U_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} U_C$ له حل جيبي

اذن نستنتج ان الجزء المسؤول على تناقض الوسع خلال الزمن هو المقدار $\frac{(R+r)}{L} \cdot \frac{dU_C}{dt}$

3. المعادلة التفاضلية في حالة $r=0$ و $R=0$

لدينا $\frac{d^2 U_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} U_C + \frac{(R+r)}{L} \cdot \frac{dU_C}{dt} = 0$ في حالة $(R+r)=0$ فان: $\frac{d^2 U_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} U_C = 0$

III دراسة التذبذبات الحرة في دائرة مثالية LC

1. تعريف دائرة مثالية LC

نسمي الدائرة المكون من مكثف و وشيعة مقاومتها الداخلية منعدمة **دائرة مثالية LC**

نجز التركيب التجريبي الخاص بالدار المثالية المكون من:

مكثف سعته C و وشيعة معامل تحريضها L و مقاومتها الداخلية منعدمة تكون التذبذبات الكهربائية الحرة الغير

المخمدة لدائرة المثالية LC جيبية الشكل 2

1. بتطبيق قانون إضافية التوترات أوجد المعادلة

التفاضلية التي يحققها التوتر $U_C(t)$

2. حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل التالي:

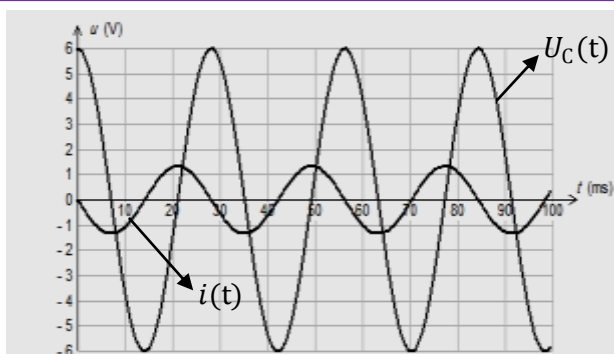
$$U_C(t) = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

• U_m وسع التذبذبات

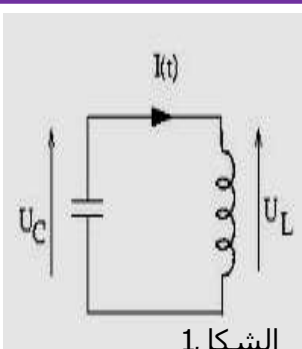
• $\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$ الطور في اللحظة t

• T_0 الدور الخاص للتذبذبات

• φ الطور عند أصل التواريخ



الشكل 2



الشكل 1

أ. بين أن تعبير الدور الخاص هو $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ ثم بين أن L بعد الزمن

ب. حدد U_m و φ الطور عند $t=0$

1. بتطبيق قانون إضافية التوترات نجد: $U_C + U_L = 0$

$$U_C + L \frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow U_C + L \frac{dq}{dt} = 0$$

نعلم أن $i = \frac{dq}{dt}$ و $q = C \cdot U_C$ و بالتالي $i = C \frac{dU_C}{dt}$ و $L \frac{di}{dt} = LC \frac{d^2 U_C}{dt^2}$ و منه:

$$\frac{d^2 U_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} U_C = 0 \quad \text{نضع} \quad w = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad \text{أي} \quad w^2 = \frac{1}{LC} \quad \text{ويسمى النبض الخاص}$$

$$U_C(t) \quad \text{المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر} \quad \frac{d^2 U_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} U_C = 0$$

نعلم أن $q = C \cdot U_C$ أي $q = \frac{q}{C}$ نعوض في المعادلة التفاضلية نجد:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0 \quad \text{المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة}$$

2. حل المعادلة التفاضلية

أ. تعبير الدور الخاص

$$U_C(t) = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) \quad \text{لدينا}$$

نشتق $U_C(t)$ مرتين بدلالة الزمن $\frac{dU_C}{dt} = \frac{d}{dt} U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) = -U_m \frac{2\pi}{T} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$ و منه

$$\frac{d^2 U_C}{dt^2} = -U_m \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

$$\frac{dU_C}{dt} = -U_m \frac{2\pi}{T} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) \quad \text{أي}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية نجد:

$$\frac{d^2 U_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} U_C = 0 \Rightarrow -U_m \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) + \frac{1}{LC} U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) = 0$$

نعلم أن $U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) \neq 0$ و بالتالي $\frac{1}{LC} - \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = 0$ ومنه $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$
معادلة الأبعاد $[T] = \sqrt{[L][C]}$ نعلم أن $[L] = \frac{[U].[t]}{[i]}$ و $[C] = \frac{[i].[t]}{[U]}$ نعوض في $[T]$ نجد $[T] = [t]$ لها بعد الزمن

ب. تحديد U_m و φ الطور عند $t=0$

المرحلة 1 نعبر عن المقدارين $U_C(t)$ و $i(t)$ في اللحظة $t=0$ نعلم أن $i(t) = C \frac{dU_C}{dt}$
التوتر U_C دالة متصلة ومنه $i(t)$ دالة متصلة كذلك
الشروط البدئية عند اللحظة $t = 0$ $U_C(0) = E$ و $i(0) = 0$
لدينا $i(t) = -C.U_m \frac{2\pi}{T_0} \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ الشروط البدئية $i(0) = -C.U_m \frac{2\pi}{T_0} \sin(\varphi) = 0$ ومنه

$$\sin(\varphi) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \varphi = 0 \\ \varphi = \pi \end{cases}$$

نعلم أن $U_C(t) = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ و $U_C(0) = E > 0$ وبالتالي $U_C(0) = U_m \cos(\varphi) = E$ ومنه
 $\cos(\varphi) > 0$ و بالتالي فان $\varphi = 0$ وبالتالي فان: $U_C(t) = E \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$

ج. تعبير الشحنة q وشدة التيار الكهربائي

لدينا $q(t) = CU_C(t)$ و بالتالي: $q(t) = CU_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) = q_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ مع $CU_m = q_m$

د. شدة التيار الكهربائي

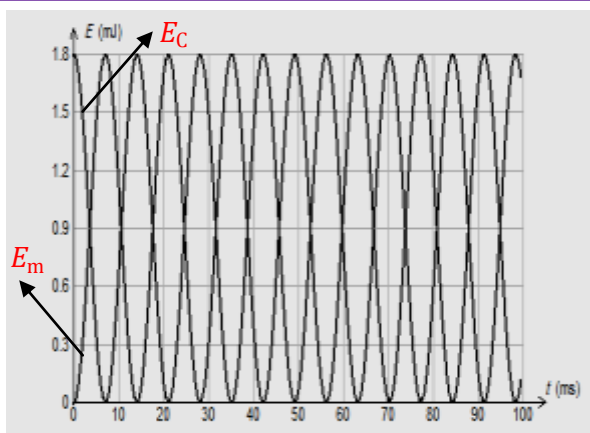
نعلم أن $i(t) = \frac{dq}{dt}$ وبالتالي $i(t) = -C.U_m \frac{2\pi}{T_0} \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) = C.U_m \frac{2\pi}{T_0} \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$ مع
 $I_{\max} = C.U_m \frac{2\pi}{T_0}$

عندما يكون التوتر منعدما يكون التيار قصويا و العكس

IV انتقالات الطاقة بين المكثف و الو شيعية

1. الطاقة في الدارة LC المثالية

- تكون الطاقة الكلية لدارة مثالية LC ثابتة و تساوي الطاقة البدئية المخزونة في المكثف.
- خلال الذبذبات غير المخمدة تتحول الطاقة الكهربائية في المكثف إلى طاقة مغناطيسية في الو شيعية و العكس.
- يمثل المنحنى تغيرات الطاقة المخزونة في المكثف و الطاقة المخزونة في الو شيعية



تتناقص الطاقة المخزونة في المكثف بنفس المقدار التي تتزايد به الطاقة المخزونة في الو شيعية والعكس

$$E_T = \frac{1}{2} Li^2 + \frac{1}{2} CU_C^2(t) = cte$$

البرهة رياضيا على هذه النتيجة

الطريقة 1 لدينا $E_T = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}CU_C^2(t)$

$\frac{dE_T}{dt} = iL \frac{d}{dt}i + CU_C \frac{d}{dt}U_C$ و بالتالي: $\frac{dE_T}{dt} = \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}CU_C^2(t))$
 نعلم أن $i = \frac{dq}{dt}$ و $q = CU_C$ بالتالي: $\frac{dE_T}{dt} = \frac{dq}{dt}L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} \frac{d}{dt}q$

$\frac{dE_T}{dt} = L \frac{dq}{dt}(\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q)$

بالنسبة للدائرة LC المعادلة التفاضلية $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$ ومنه: $\frac{dE_T}{dt} = 0$ اذن الطاقة الكلية تنحفظ خلال الزمن

الطريقة 2

لدينا $E_T = \frac{1}{2}Li^2(t) + \frac{1}{2}CU_C^2(t)$

نعلم أن: $U_C(t) = U_m \cos(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$ و $i(t) = -C \cdot U_m \frac{2\pi}{T_0} \sin(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$ ومنه:

$E_T = \frac{1}{2}L \left[-C \cdot U_m \frac{2\pi}{T_0} \sin(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi) \right]^2 + \frac{1}{2}C \left[U_m \cos(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi) \right]^2$

$E_T = \frac{1}{2}L \left(C \cdot U_m \frac{2\pi}{T_0} \right)^2 \sin^2(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi) + \frac{1}{2}CU_m^2 \cos^2(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$ لدينا $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ ومنه:

$E_T = \frac{1}{2}LC^2 \cdot U_m^2 \left(\frac{1}{\sqrt{LC}} \right)^2 \sin^2(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi) + \frac{1}{2}CU_m^2 \cos^2(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$

اذن $E_T = \frac{1}{2}CU_m^2 \sin^2(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi) + \frac{1}{2}CU_m^2 \cos^2(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$

$E_T = \frac{1}{2}CU_m^2 \left[\sin^2(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi) + \cos^2(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi) \right]$

نعلم $\left[\sin^2(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi) + \cos^2(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi) \right] = 1$ كيفما كان الزمن اذن

اذن الطاقة الكلية تنحفظ $E_T = \frac{1}{2}CU_m^2 = cte$

تعريف

الطاقة الكلية E_T المخزونة في الدائرة LC هي في كل لحظة مجموع الطاقة الكهربائية E_C والطاقة الكهربائية E_m في الوشعة حيث:

$E_T = E_m + E_C = \frac{1}{2}Li^2(t) + \frac{1}{2}CU_C^2(t)$

2. الطاقة في الدائرة RLC

- تتناقص الطاقة الكلية لدائرة RLC تدريجيا بسبب مفعول جول

البرهنة على النتيجة المحصل عليه تجريبية

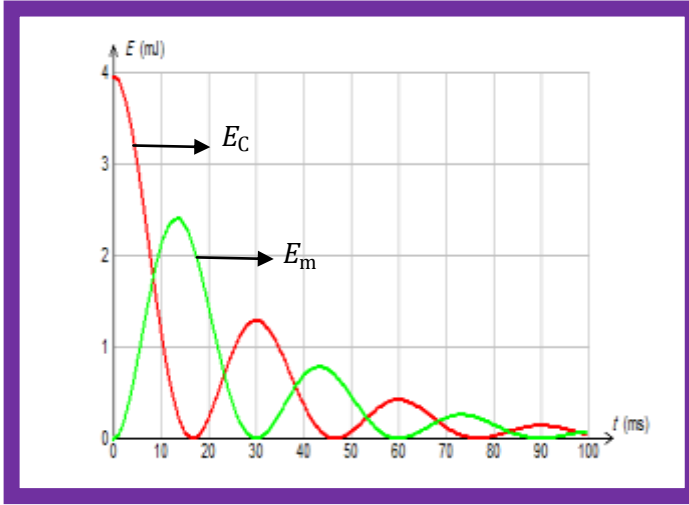
لدينا $E_T = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}CU_C^2(t)$

نشتق الطاقة الكلية النسبة للزمن $\frac{dE_T}{dt} = \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}CU_C^2(t))$

$\frac{dE_T}{dt} = iL \frac{d}{dt}i + CU_C \frac{d}{dt}U_C$

نعلم أن $i = \frac{dq}{dt}$ و $q = CU_C$ بالتالي: $\frac{dE_T}{dt} = \frac{dq}{dt}L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} \frac{d}{dt}q$

$\frac{dE_T}{dt} = L \frac{dq}{dt}(\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q)$



بالنسبة للدائرة RLC المعادلة التفاضلية

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q + \frac{(R+r)}{L} \cdot \frac{dq}{dt} = 0 \quad \text{ومنه:}$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = -\frac{(R+r)}{L} \cdot \frac{dq}{dt} \quad \text{و بالتالي:}$$

$$\frac{dE_T}{dt} = -(R+r) \cdot \left(\frac{dq}{dt}\right)^2 = -(R+r)i^2 < 0$$

التناقص يعزى إلى وجود المقاومة

٧ صيانة الذبذبات

يمكن صيانة ذبذبات دائرة RLC متوالية و الحصول على توتر متذبذب ذي وسع ثابت، باستعمال جهاز يزود الدارة بطاقة تعوض الطاقة المبددة في الدارة بمفعول جول

جهاز الصيانة عبارة عن مولد يزود الدارة بتوتر u_s يتناسب اطرادا مع شدة التيار $i(t)$

$(u_s(t) = R_0 \cdot i)$ و هو يتصرف كمقاومة سالبة. تكتب المعادلة التفاضلية للدائرة الممثلة جانبه على الشكل التالي: بتطبيق قانون إضافية التوترات نجد:

$$U_C + U_L + U_R = U_S$$

$$U_C + r \cdot i + L \frac{di}{dt} + R \cdot i = R_0 i \Rightarrow U_C + L \frac{di}{dt} + (R+r) \cdot i = R_0 i$$

$$\text{نعلم أن } i = \frac{dq}{dt} \text{ و } q = C \cdot U_C \text{ و بالتالي } i = C \frac{dU_C}{dt} \text{ و } L \frac{di}{dt} = LC \frac{d^2U_C}{dt^2} \text{ و منه:}$$

$$\frac{d^2U_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}U_C + \frac{1}{L}(R_T - R_0) \frac{dU_C}{dt} = 0 \quad \text{ومنه } (R+r) = R_T \quad \text{نضع } \frac{d^2U_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}U_C + \frac{(R+r)}{L} \cdot \frac{dU_C}{dt} = \frac{R_0}{L} \cdot \frac{dU_C}{dt}$$

عند ضبط المقاومة R_0 على القيمة R_T نجد:

$$\frac{d^2U_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}U_C = 0 \quad \text{و هي تمثل المعادلة التفاضلية الخاصة بالدائرة المثالية LC}$$