

الحساب المتجهي

إنشاء متجهة من شكل $a\vec{U} + b\vec{V}$. التعبير عن مفاهيم وخصائص

القدرات المنتظرة

الهندسة التاليفية باستعمال الأداة المتجهية والعكس . حل مسائل هندسية باستعمال الأداة الهندسية

أ- متجهات المستوى

كل متجهة $\vec{U}$ تمثل بزواج $(A; B)$ من نقطتين A و B من المستوى .

ومتجهات المستوى تكون مجموعة يرمز لها بالرمز V

إذا رمزنا لمتجهة $\vec{AB}$ بالرمز $\vec{U}$ فإن : - منحنى $\vec{U}$ هو المنحنى من A إلى B

- اتجاه $\vec{U}$ هو المستقيم (AB)

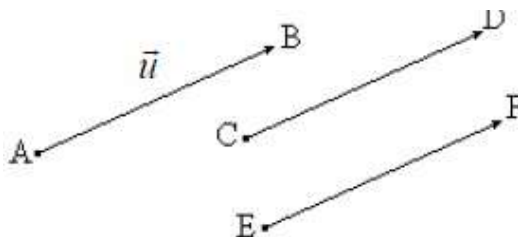
- منظم المتجهة $\vec{U}$ هو المسافة AB

ونكتب $\|\vec{U}\| = AB$

II - تساوي متجهتين

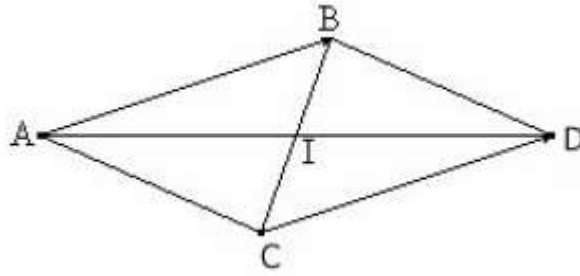
تعريف :

لتكن A و B و C و D أربع نقط من المستوى. نقول إن المتجهتين $\vec{AB}$ و $\vec{DC}$ متساويتان ونكتب $\vec{AB} = \vec{DC}$ إذا كان لهما نفس الاتجاه والمنحنى ونفس المنظم (لهما نفس الاتجاه أي حاملهما متوازيان نفس المنظم أطوالهما مقايستة نفس المنحنى يعني الانتقال من B إلى A يتم نفس المنحنى من D إلى C)

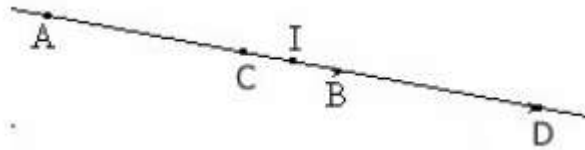


2. خصائص:

- إذا $\overline{AB} = \overline{DC}$ وكان الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع



- إذا $\overline{AB} = \overline{DC}$ وإذا فقط أدا كان $[BC]$ و $[AD]$ لهما نفس المنتصف



- الزوج $(A; A)$ يمثل المتجهة المنعدمة ($\overline{AA} = \vec{0}$) أي ليس لها اتجاه ومنظمها منعدم

- $\overline{AB} = \overline{AC}$ تكافئ $B = C$

III- جمع متجهتين

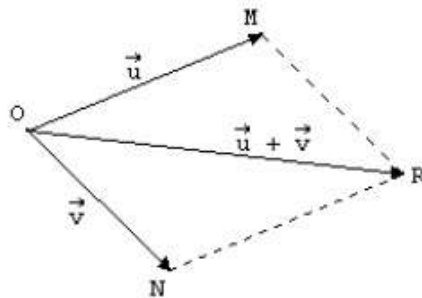
خصائص:

لكل متجهتين $\overline{AB}$ و $\overline{BC}$ المتجهة $\overline{AC}$ هي مجموع $\overline{AB}$ و $\overline{BC}$

ونكتب $\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC}$ علاقة شال

ملاحظة

إذا كانت $\vec{u} = \overline{OM}$ و $\vec{v} = \overline{ON}$ فإن $\vec{u} + \vec{v} = \overline{OR}$ حيث $OMRN$ متوازي الأضلاع



$$\vec{U} + \vec{V} = \vec{V} + \vec{U}$$

$$\vec{0} + \vec{U} = \vec{U} + \vec{0}$$

$$\vec{U} + (-\vec{U}) = (-\vec{U}) + \vec{U} = \vec{0}$$

$$\vec{U} + (\vec{V} + \vec{W}) = (\vec{U} + \vec{V}) + \vec{W}$$

$$\vec{U} = \vec{V} - \vec{W} \text{ تكافئ } \vec{U} + \vec{V} = \vec{W}$$

$$\vec{V} = \vec{W} \text{ تكافئ } \vec{U} + \vec{V} = \vec{U} + \vec{W}$$

IV ضرب متجهة في عدد حقيقي

- لكل متجهة $\vec{U}$ ولكل عدد حقيقي α فان: $\alpha \vec{0} = \vec{0}$ و $\vec{0} \vec{U} = \vec{0}$
- إذا كان $\vec{U} \neq \vec{0}$ فان $\vec{U} = \overline{AB}$ حيث $A \neq B$. المتجهة $\alpha \vec{U}$ هي المتجهة $\overline{AC}$ بحيث $(A; \overline{AB})$ α أفصول C في المعلم

$$\alpha(\vec{U} + \vec{V}) = \alpha \vec{U} + \alpha \vec{V}$$

$$(\alpha + \beta) \vec{U} = \alpha \vec{U} + \beta \vec{U}$$

$$\alpha(\beta \vec{U}) = (\alpha\beta) \vec{U}$$

$$1 \vec{U} = \vec{U}$$

$$\alpha \vec{U} = \vec{0} \text{ تكافئ } \alpha = 0 \text{ أو } \vec{U} = \vec{0}$$

u متجهة غير منعدمة و k عدد حقيقي غير منعدم
جداء المتجهة $\vec{u}$ في العدد الحقيقي k هي المتجهة $k\vec{u}$ حيث:

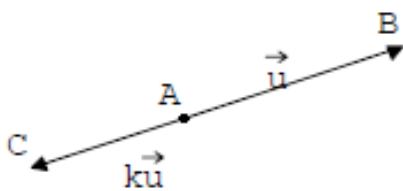
* $\vec{u}$ و $k\vec{u}$ لهما نفس الاتجاه

$$* \|k\vec{u}\| = |k| \times \|\vec{u}\|$$

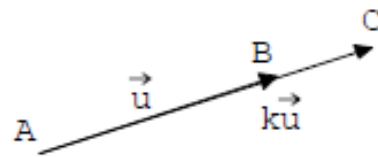
منحى $\vec{u}$ إذا كان $k > 0$

عكس منحى $\vec{u}$ إذا كان $k < 0$

* منحى $k\vec{u}$ هو



$$k < 0$$



$$k > 0$$

٧- استقامية متجهتين

1. تعريف: نقول A و B و C نقط مستقيمة إذا وفقط إذا كانت تنتمي إلى نفس المستقيم

2. استقامية متجهتين

نقول إن $\vec{U}$ و $\vec{V}$ مستقيمتان إذا وفقط إذا وجد عدد حقيقي α بحيث $(\vec{U} = \alpha \vec{V})$ أي جداؤهما يساوي جذاء الأخرى في عدد حقيقي

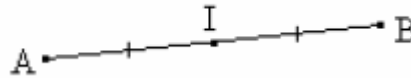
ملاحظة: المتجهات المنعدمة مستقيمة مع جميع المتجهات .

٧١- توازي مستقيمين

لتكن A و B و C و D نقاطا من المستوى حيث $A \neq B$ و $C \neq D$
 $(AB) \parallel (CD)$ إذا وفقط إذا كان $\vec{AB}$ و $\vec{CD}$ مستقيمتين

٧١١- خاصية منتصف قطعة

A و B نقطتين مختلفتين من المستوى (P)



$$\vec{AI} = \vec{IB}$$

I منتصف القطعة $[AB]$ إذا تحقق : $\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$

$$\vec{AI} = \frac{1}{2} \vec{AB}$$

• ليكن I منتصف القطعة $[AB]$. مهما تكن M من المستوى فإن $\vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MI}$

• خاصية منتصف ضلعي مثلث

ABC مثلث ولتكن I و J منصفَي القطعتين $[AB]$ و $[AC]$ على التوالي

$$\vec{BC} = \vec{BA} + \vec{AC}$$

$$\vec{BC} = 2\vec{IA} + 2\vec{AJ}$$

$$\vec{BC} = 2(\vec{IA} + \vec{AJ})$$

$$\vec{BC} = 2\vec{IJ}$$

خاصية : ABC مثلث معلوم إذا كانت I و J منتصفَي $[AB]$ و $[AC]$ على التوالي فإن

$$\vec{BC} = 2\vec{IJ}$$