

المرجح في المستوى
Le barycentre dans le plan

القدرات المنتظرة

استعمال المرجح في تبسيط تعبير متجهي . إنشاء مرجح نقطة . استعمال المرجح لاثبات
ثلاث نقط من المستوى . استعمال المرجح في إثبات تقاطع المستقيمات . استعمال المرجح
في حل مسائل هندسية وفيزيائية

A — مرجح نقطتين مترنتين

1. نقطة مترنة

لتكن $A \in (P)$ و $(\alpha \in \mathbb{R})$. الزوج $(A; \alpha)$ يسمى نقطة مترنة أي النقطة A معينة
بالوزن α . والعدد α هو وزن النقطة A

2. مرجح نقطتين مترنتين

نعتبر النظام المترنة $\{(B; \beta); (A; \alpha)\}$ بحيث $\alpha + \beta \neq 0$. توجد نقطة وحيدة G
تحقق $\alpha \overrightarrow{GA} + \beta \overrightarrow{GB} = \vec{0}$. النقطة G تسمى مرجح النقطتين المترنتين
 $\{(B; \beta); (A; \alpha)\}$

3. ملاحظات

G و A و B نقط مستقيمية . حيث G مرجح النقطتين المترنتين

$$\{(B; \beta); (A; \alpha)\}$$

$$\overrightarrow{AG} = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \overrightarrow{AB}$$

- النقطة G تنتمي إلى المستقيم (AB)

- إذا كان α و β متقابلان . فليس للنظمة أي مرجح ($\alpha + \beta = 0$)

- إذا كان $\alpha = \beta$ فإن G منتصف القطعة [AB]



تطبيق: حدد في كل حالة من الحالات التالية العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون النقطة G مرجحاً للنقطتين المتزنيتين $(A; a)$ و $(B; b)$

1. $2\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} = \vec{0}$

2. $3\overrightarrow{GA} + 4\overrightarrow{BG} = \vec{0}$

3. $5\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{AB}$

4. خصائص

• خاصية الصمود

لا يتغير مرجح نقطتين متزنيتين إذا ضربت معاملاتها في عدد حقيقي غير منعدم.

• الخاصية المميزة للمرجح

G مرجح $\{(B; \beta); (A; \alpha)\}$ ولتكن M نقطة من المستوى P

$$(\alpha + \beta)\overrightarrow{MG} = \alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB}$$

• خاصية التجميعية

لا يتغير مرجح ثلاث نقط متزنة إذا عوضنا نقطتين منهما بمرجحهما معينا بمجموع معامليهما

تطبيق 1

1. لتكن G مرجح $(B; -\sqrt{2}); (A; \sqrt{8})$. بين أن G مرجح $(B; 1); (A; -2)$

2. لتكن E مرجح $(F; 1); (H; \sqrt{2} - 1)$. بين أن E مرجح $(F; \sqrt{2} + 1); (H; 1)$

تطبيق 2

لتكن G مرجح النقطتين المتزنيتين $(A; 1); (B; \frac{-1}{2})$.

بسط كل تعبير من التعابير الآتية:

$$\overrightarrow{KA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{KB} \quad \text{و} \quad -2\overrightarrow{LA} + \overrightarrow{LB} \quad \text{و} \quad -3\overrightarrow{MB} + 6\overrightarrow{MA}$$



5. احداثيات مرجح

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(o; \vec{i}; \vec{j})$. ليكن G مرجح $\{(B; \beta); (A; \alpha)\}$ حيث

نعلم أن $B(x_B; y_B); A(x_A; y_A)$

$$\overrightarrow{AG} = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \overrightarrow{AB} \Rightarrow \begin{pmatrix} x_G - x_A \\ y_G - y_A \end{pmatrix} = \left(\frac{\beta}{\alpha + \beta} \right) \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

$$y_G = \frac{\alpha y_A + \beta y_B}{\alpha + \beta} \quad \text{و} \quad x_G = \frac{\alpha x_A + \beta x_B}{\alpha + \beta}$$

ادن احداثيتي النقطة G هي :

تطبيق لتكن G مرجح النقطتين المترتبتين $\{(B; \beta); (A; \alpha)\}$. حدد احداثيتي النقطة G في كل حالة من الحالات التالية

1. $B(5; 4); A(-2; 1); \beta = -2; \alpha = 3$

2. $B(1; 0); A(3; 2); \beta = -1; \alpha = -1$

B. مرجح ثلاث نقط

$\{(A; \alpha); (B; \beta); (C; \gamma)\}$ و $\alpha + \beta + \gamma \neq 0$. توجد نقطة وحيدة G بحيث

$$\overrightarrow{AG} = \frac{\beta}{\alpha + \beta + \gamma} \overrightarrow{AB} + \frac{\gamma}{\alpha + \beta + \gamma} \overrightarrow{AC} \quad \alpha \overrightarrow{GA} + \beta \overrightarrow{GB} + \gamma \overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

. مركز ثقل - إذا كانت المعاملات متساوية فإن المرجح يسمى مركز ثقل

- مركز ثقل ثلاث نقط أو مركز ثقل مثلث هو مرجح النقط $(A; 1); (B; 1); (C; 1)$ أي النقط

التي تحقق $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ - مركز ثقل مثلث هو نقطة تلاقي متوسطات

- إذا كان G مركز ثقل مثلث ABC و A' و B' و C' منتصفات القطع $[BC]$ و $[AC]$ و

$$[AB] \text{ على التوالي فإن } \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AA'}, \text{ و } \overrightarrow{BG} = \frac{2}{3} \overrightarrow{BB'}, \text{ و } \overrightarrow{CG} = \frac{2}{3} \overrightarrow{CC'}$$

C. مرجح أربع نقط

G مرجح $\{(A; \alpha); (B; \beta); (C; \gamma); (D; \lambda)\}$ إذا تحقق $\alpha \overrightarrow{GA} + \beta \overrightarrow{GB} + \gamma \overrightarrow{GC} + \lambda \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

جميع الخصائص السابقة تبقى صالحة بالنسبة لمرجح أربع نقط .

