

التحويلات في المستوى

عناصر التوجيهات التربوية	مكونات المقرر الرسمي
✓ يتم التذكير بالتماثل المحوري و التماثل المركزي و الإزاحة من خلال أنشطة و تمارين متجهيا أو تألفيا. ✓ يقدم التحاكي من خلال أمثلة و بنفس الطريقة التي قدمت به التحويلات السابقة. ✓ تعتبر الصيغ التحليلية لهذه التحويلات خارج المقرر.	✓ تذكير: التماثل المحوري، التماثل المركزي، الإزاحة. ✓ التحاكي ✓ الخاصية المميزة لكل من الإزاحة و التحاكي ، حالة التماثل المركزي. ✓ الحفاظ على معامل استقامية متجهتين ✓ المسافة و التحويلات السابقة ✓ صور بعض الأشكال (قطعة، مستقيم، نصف مستقيم ، دائرة ، زاوية)

التحويلات في المستوى

تقديم : يهدف هذا الفصل إلى :

- ✓ تدعيم وتثبيت و السمو بما تم تقديمه بشأن التحويلات : التماثلان المركزي و المحوري و الإزاحة.
- ✓ تقديم تحويل آخر هو التحاكي و الذي يشترك مع هذه التحويلات في عدة خاصيات و يمكن من تكبير و تصغير الأشكال الهندسية مع " المحافظة على هيئتها "

وتلعب هذا التحويلات دورا مهما حيث تعتبر أداة ناجعة لحل مسائل تتعلق : باستخلاص خاصيات لأشكال هندسية، و بالانشاءات الهندسية وفق شروط ثم بتحديد مجموعة نقط المستوى التي تحقق شروطا معينة .

1. التماثل المركزي- التماثل المحوري – الإزاحة :

(1) نشاط 1 :

ليكن $ABCD$ معين مركزه O ، و I و J منتصف $[AB]$ و $[AD]$.

(1) أنشئ الشكل.

(2) حدد مماثلة كل من O و B و A بالنسبة للنقطة O على التوالي . استنتج مماثل (AB) بالنسبة ل O .

(3) حدد مماثلة كل من B و O و I بالنسبة للمستقيم (AC) على التوالي ثم استنتج مماثل (IO) بالنسبة ل (AC) .

(4) أ- حدد صورة A بالإزاحة ذات المتجهة $\vec{BC}$

ب - حدد صورة B بالإزاحة ذات المتجهة $\vec{IJ}$

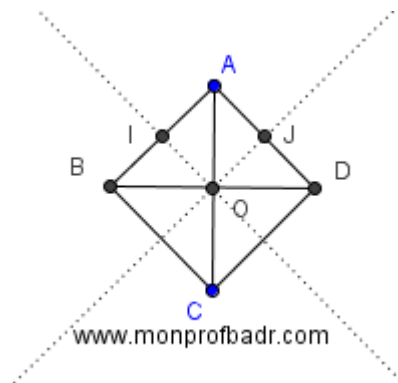
ج - حدد صورة $[BO]$ بالإزاحة ذات المتجهة $\vec{IJ}$

حل النشاط :

تذكير: في الهندسة الرياضية، دالتون أو مُعَيّن **Losange** هو شكل رباعي أضلاع به أضلاعه الأربعة ذات أطوال متساوية.أو هو شكل رباعي مكون من مثلثين متساويي الساقين، لهما قاعدة مشتركة، والقاعدة المشتركة محذوفة.
يطلق على المعين اسم شكل الألماس لأنه يشبه شكل حجرة الألماس.

المعين يتعامد قطراه ويتقاطعان في منتصفيهما و مساحته= نصف حاصل ضرب طول القطرين

(1) الشكل :



www.monprofbadr.com

(2) لنحدد مماثلة كل من O و B و A بالنسبة للنقطة O على التوالي ثم نستنتج مماثل (AB) بالنسبة ل O .

- ✓ مماثل O بالنسبة ل O هي نفسها.
- ✓ بما أن O منتصف القطعتان $[AC]$ و $[BD]$ فإن C و D مماثلان A و B على التوالي بالنسبة ل O ومنه مماثل (AB) بالنسبة ل O هو المستقيم (DC)

(3) لنحدد مماثلة كل من B و O و I بالنسبة للمستقيم (AC) على التوالي ثم استنتج مماثل (IO) بالنسبة ل (AC) .

- ✓ بما أن $ABCD$ معين مركزه F فإن (AC) واسط القطعة $[BD]$ ومنه مماثل B بالنسبة للمستقيم (AC) هو D .
- ✓ لدينا $O \in (AC)$ ومنه مماثل O بالنسبة للمستقيم (AC) هي نفسها.
- ✓ ليكن $S_{(AC)}$ التماثل المحوري الذي محوره (AC)
- تذكير : $S_{(AC)}(M) = M'$ تقرأ M' ممثل M بالنسبة للمستقيم (AC)
- بما أن $S_{(AC)}(A) = A$ و $S_{(AC)}(B) = D$ فإن مماثل $[AB]$ هو $[AD]$ بالنسبة للمستقيم (AC)
- ونعلم أن مماثل منتصف قطعة هو منتصف مماثل قطعة و حيث أن I و J منتصفا $[AB]$ و $[AD]$ على التوالي فإن :
- $S_{(AC)}(I) = J$
- ✓ لنستنتج مماثل (IO) بالنسبة ل (AC)
- لدينا $S_{(AC)}(I) = J$ و $S_{(AC)}(O) = O$ ومنه مماثل (IO) بالنسبة ل (AC) هو المستقيم (JO)

(4)

- ✓ لنحدد صورة A بالازاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{BC}$

بما أن $ABCD$ معين فإن : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ ومنه صورة A هي النقطة D ذات المتجهة $\overrightarrow{BC}$ نكتب : $t_{\overrightarrow{BC}}(A) = D$

- ✓ لنحدد صورة B بالازاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{IJ}$

في المثلث ABD لدينا I و J منتصفا $[AB]$ و $[AD]$ ومنه $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$ ، وحيث أن O منتصف $[BD]$ فإن :

$$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{IJ} \text{ و بالتالي } \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{IJ} \text{ اذن } t_{\overrightarrow{IJ}}(B) = O$$

- ✓ لنحدد صورة $[BO]$ بالازاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{IJ}$

مما سبق نستنتج أن $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{IJ}$ اذن $t_{\overrightarrow{IJ}}(O) = D$ وحيث أن $t_{\overrightarrow{IJ}}(B) = O$ فإن صورة $[BO]$ هي $[OD]$ بالازاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{IJ}$

(2) تعاريف :

أ- تعريف التماثل المركزي :

لتكن O نقطة من المستوى .

التماثل المركزي الذي مركزه O هو تحويل في المستوى P الذي نرمزه بالرمز S_O حيث :

$$S_O: P \rightarrow P$$

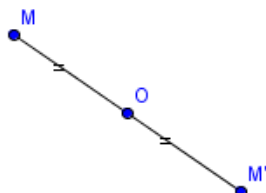
$$M \rightarrow S_O(M) = M'$$

حيث :

✚ إذا كانت $O = M$ فإن $M' = O$
 ✚ وإذا كانت $O \neq M$ فإن M' هي نقطة بحيث O منتصف القطعة $[MM']$

الحالة 2 :

الحالة 1 :



ملاحظات :

✚ $S_O(M) = M'$ تكافئ $\overrightarrow{OM'} = -\overrightarrow{OM}$
 ✚ $S_O(O) = O$ نقول إن O نقطة صامدة بالتماثل المركزي S_O .

ب - تعريف التماثل المحوري :

ليكن (D) مستقيم معلوم .
 التماثل المحوري الذي محوره (D) هو تحويل في المستوى P . نرمز له بالرمز $S_{(D)}$ حيث :

$$S_{(D)}: P \rightarrow P$$

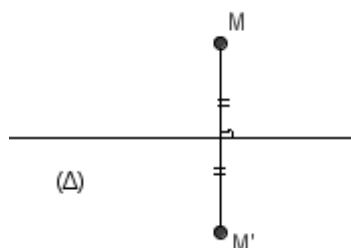
$$M \rightarrow S_{(D)}(M) = M'$$

حيث :

✚ إذا كانت $M \in (D)$ فإن $M = M'$
 ✚ إذا كانت $M \notin (D)$ فإن صورة M هي M' حيث (D) واسط $[MM']$

الحالة 2 :

الحالة 1 :



ملاحظة : لكل نقطة من (Δ) مماثلتها بالنسبة ل $S_{(\Delta)}$ هي نفسها. نقول إن نقط (Δ) نقط صامدة (points invariants)

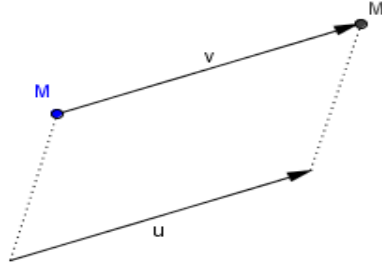
ج - تعريف الازاحة :

لتكن $\vec{u}$ متجهة معلومة .

الازاحة ذات المتجهة $\vec{u}$ هي تحويل في المستوى P نرمز له بالرمز $t_{\vec{u}}$ حيث :

$$t_{\vec{u}}: P \rightarrow P$$

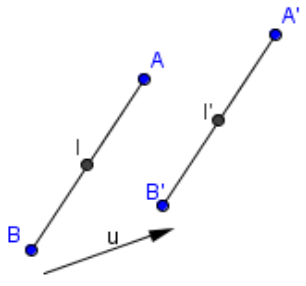
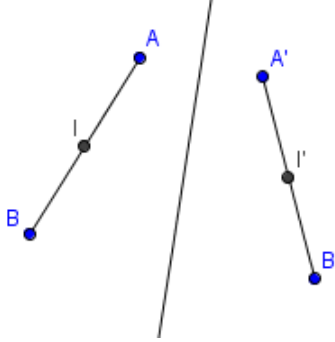
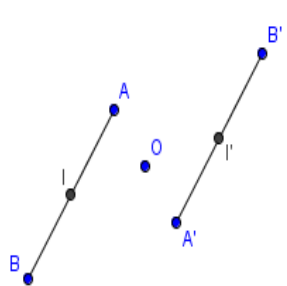
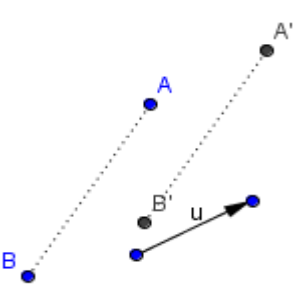
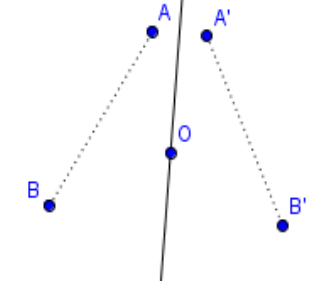
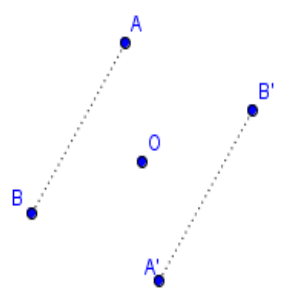
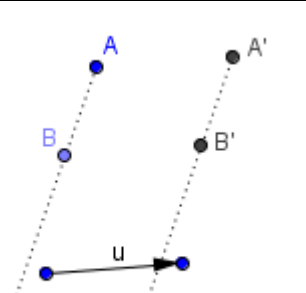
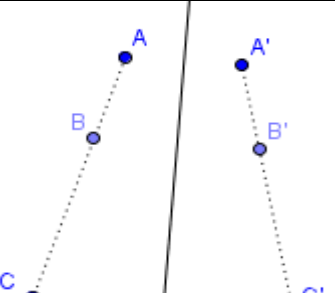
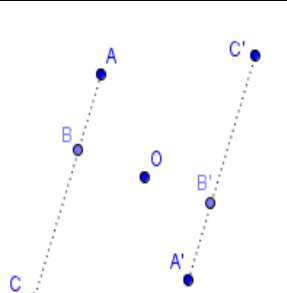
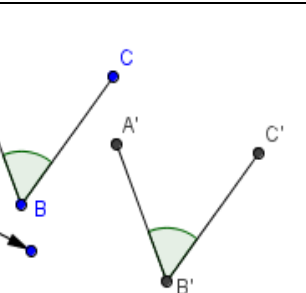
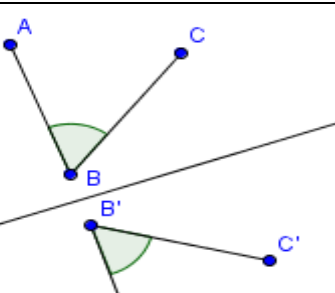
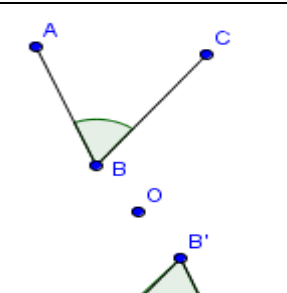
$$M \rightarrow t_{\vec{u}}(M) = M' / \overrightarrow{MM'} = \vec{u}$$

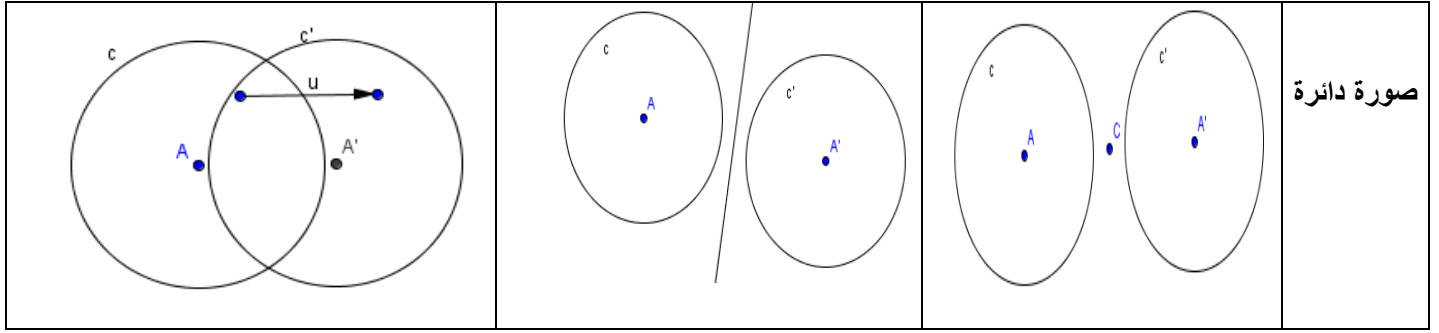


ملحوظة : لا توجد نقط صامدة بالازاحة $t_{\vec{u}}$ حيث $\vec{u} \neq \vec{0}$ ، في حين كل نقط المستوى صامدة بالازاحة $t_{\vec{0}}$

(3) خاصيات:

التحويل	التماثل المركزي	التماثل المحوري	الازاحة
<u>صورة</u> <u>مستقيم</u>			
<u>صورة</u> <u>قطعة</u>			

			<u>صورة</u> <u>منتصف</u> <u>قطعة</u>
			<u>الحفاظ على</u> <u>المسافة</u>
			<u>الحفاظ على</u> <u>معامل الاستقامة</u> إذا كان $\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB}$ فإن $\overrightarrow{A'C'} = k\overrightarrow{A'B'}$
			<u>الحفاظ على</u> <u>قياس</u> <u>الزاوية</u> <u>الهندسية</u>

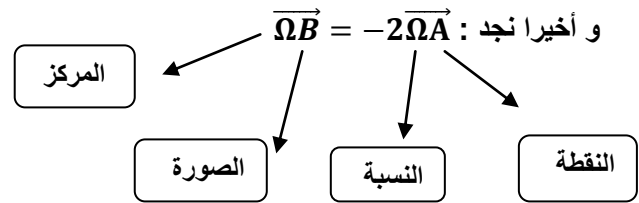


II. التحاكى Homothéties

(1) نشاط 2 : ليكن O و A و B نقط من المستوى. أنشئ A' و B' حيث : $\overrightarrow{OA'} = -2\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{OB'} = -2\overrightarrow{OB}$

لتكن Ω نقطة من القطعة [AB] بحيث : $\overrightarrow{A\Omega} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

استعمال علاقة شال نجد : $\overrightarrow{A\Omega} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{A\Omega} + \overrightarrow{\Omega B}) = \frac{1}{3}\overrightarrow{A\Omega} + \frac{1}{3}\overrightarrow{\Omega B}$



ونعبر عن ذلك ب : $h_{(\Omega, -2)}(A) = B$

تعريف :

لتكن Ω نقطة من المستوى P و k عددا حقيقيا غير منعدم .

التحويل الذي يربط كل نقطة M من المستوى P بالنقطة M' بحيث : $\overrightarrow{\Omega M'} = k\overrightarrow{\Omega M}$

يسمى التحاكى الذي مركزه Ω و نسبته k و نرمز له بالرمز $h_{(\Omega, k)}$

أذن النقط Ω و M و M' مستقيمية : $\overrightarrow{\Omega M'} = k \overrightarrow{\Omega M}$ يكافئ $h_{(\Omega,k)}(M) = M'$

$k < 0$		

مثال :

✓ h التحاكي الذي مركزه Ω و نسبته $\frac{-1}{2}$. أنشئ M' صورة M بالتحاكي h

ملاحظات : ليكن $h(I, k)$ تحاك حيث $k \neq 0$

- ✓ إذا كان $k = 1$ فإن $h(I, 1)$ يحول كل نقطة إلى نفسها.
- ✓ إذا كان $|k| > 1$ نقول إن $h(I, k)$ " تكبير "
- ✓ إذا كان $|k| < 1$ نقول إن $h(I, k)$ " تصغير "
- ✓ إذا كان $h(I, k)$ يحول M إلى M' فإن I و M و M' نقط مستقيمية .
- ✓ إذا كان $k = -1$ فإن $h(I, -1)$ هو التماثل المركزي الذي مركزه I أي $h(I, -1) = S_I$
- ✓ I هي النقطة الصامدة الوحيدة بالتحاكي h .

تطبيق 1 :

ليكن ABC مثلثا و G مركز ثقله .

$\overrightarrow{M'A} + \overrightarrow{M'B} + \overrightarrow{M'C} = \overrightarrow{M'M}$ بحيث M' بالنقطة M من المستوى بالتحاكي h

بين أن h تحاك، محدد مركزه و نسبته .

(2) خاصيات :

- ✓ التحاكي يحافظ على معامل استقامية متجهتين (التحاكي يحافظ على استقامية النقط)
- ✓ التحاكي يحافظ على منتصف القطعة.
- ✓ التحاكي يحافظ على قياس الزاوية الهندسية .
- ✓ التحاكي يحافظ على التعامد و التوازي .

III. الخاصية المميزة لكل من الازاحة و التحاكي و التماثل المركزي :

(1) الخاصية المميزة للازاحة :

ليكن T تحويلا اعتياديا في المستوى . يكون T ازاحة اذا وفقط اذا كان لكل M و N من المستوى $\overrightarrow{M'N'} = \overrightarrow{MN}$ بحيث :
 $T(N) = N'$ و $T(M) = M'$

(2) الخاصية المميزة لتحاك :

ليكن T تحويلا اعتياديا في المستوى و $k \in \mathbb{R}^* - \{-1\}$. يكون T تحاكيا اذا وفقط اذا كان لكل M و N من المستوى $\overrightarrow{M'N'} = k\overrightarrow{MN}$ بحيث : $T(N) = N'$ و $T(M) = M'$

(3) الخاصية المميزة للتماثل المركزي :

ليكن T تحويلا اعتياديا في المستوى . يكون T تماثلا مركزيا اذا وفقط اذا كان لكل M و N من المستوى $\overrightarrow{M'N'} = -\overrightarrow{MN}$ بحيث : $T(N) = N'$ و $T(M) = M'$