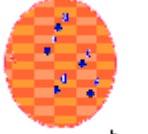
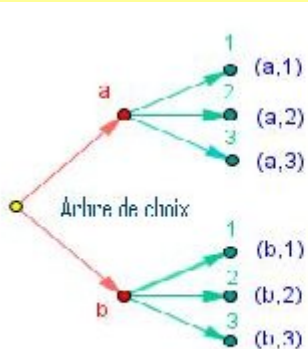
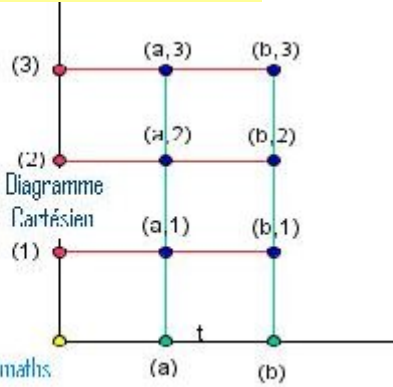


Ensembles et Applications

المجموعات و التطبيقات

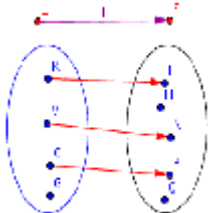
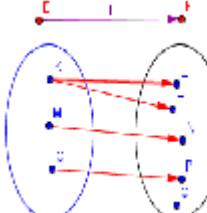
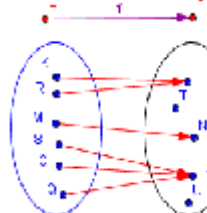
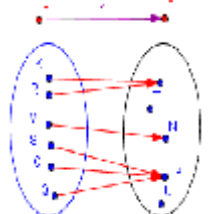
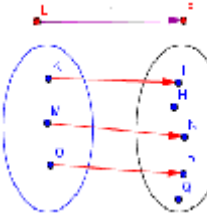
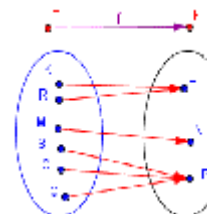
I. Opérations sur les ensembles :		عمليات حول المجموعات : I.			
Le tableau suivant donne les définitions et les représentations les différentes opérations sur les parties A et B d'un ensemble de référence E :					
					
Card(E) = 5	$\bar{A}$	$A \cap B$	$A \cup B$	$A - B$	$A \Delta B$
Card(E) = nombre d'éléments de E		$A \cap B = \{x \in E / x \in A \text{ et } x \in B\}$		$A - B = \{x \in E / x \in A \text{ et } x \notin B\}$ $A - B = A \cap \bar{B}$	
$\bar{A} = \{x \in E / x \notin A\}$		$A \cup B = \{x \in E / x \in A \text{ ou } x \in B\}$		$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$ $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$	

II. Propriétés :		خاصيات :		II.	
Le tableau suivant resume les propriétés des opérations sur les parties d'un ensemble de référence E :					
$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$		$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$		$(A \Delta B) \Delta C = A \Delta (B \Delta C)$	
$(A \cap B) = (B \cap A)$		$(A \cup B) = (B \cup A)$		$(A \Delta B) = (B \Delta A)$	
$(A \cap \phi) = \phi$	$(A \cap E) = A$	$(A \cup \phi) = A$	$(A \cup E) = E$	$(A \Delta \phi) = A$	$(A \Delta E) = \bar{A}$
$(A \cap A) = A$	$(A \cap \bar{A}) = \phi$	$(A \cup A) = A$	$(A \cup \bar{A}) = E$	$(A \Delta A) = \phi$	$(A \Delta \bar{A}) = E$
$Card(\bar{A}) = Card(E) - Card(A)$		$Card(A \cup B) = Card(A) + Card(B) - Card(A \cap B)$			

III.	Le produit cartésien :	الجداء الديكارتي :	.III
Le produit cartésien de deux ensembles A et B est l'ensemble noté AxB les couples (x,y) tel que x est élément de A et y est élément de B :			
Exemple: $E = \{a,b\}$; $F = \{1,2,3\}$; $E \times F = \{(a,1);(a,2);(a,3);(b,1);(b,2);(b,3)\}$			
			
On peut aussi définir le produit cartésien de plusieurs ensemble de la même façon...			
$Card(A \times B) = Card(A) \cdot Card(A)$			
$Card(A \times B \times C) = Card(A) \cdot Card(B) \cdot Card(C)$			
Exemple: $E = \{a,b\}$; $F = \{1,2,3\}$; $E \times F = \{(a,1);(a,2);(a,3);(b,1);(b,2);(b,3)\}$			

Ensembles et Applications

المجموعات والتطبيقات

IV. Parties d'un ensemble :	أجزاء مجموعة :	IV.
L'ensemble de toutes les parties d'un ensemble est noté $P(E)$. Exemple: Soit $E = \{1,2,3\}$, on a : $P(E) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}\}$ On montre que : $\text{Card}(P(E)) = 2^{\text{Card}(A)}$		
V. Fonctions et Applications :	الدوال والتطبيقات :	V.
On dit que f est une fonction de E vers F si et seulement si, tout élément de E admet au plus une image dans F. Dans le cas où le domaine de définition de f est égal à E tout entier, on dit que f est une application de E vers F. Ainsi on déduit une définition simple de la notion d'application comme suit : On dit que f est une application de E vers F si et seulement si, tout élément de E admet une image unique dans F. Une application de E vers F est dite surjective ssi, tout élément de F admet au moins un antécédent dans E. Une application de E vers F est dite injective ssi, tout élément de F admet au plus un antécédent dans E. Une application de E vers F est dite bijective ssi, tout élément de F admet un antécédent et un seul dans E. Autrement dit : Une application de E vers F est dite bijective ssi, elle est à la fois injective et surjective. Le tableau suivant contient des situations qui peuvent nous aider à mieux comprendre :		
 Ici f n'est pas une application car il existe un élément de E qui ne possède aucune image dans F (l'élément G) $D_f = \{O, M, K\} \neq E$	 Ici f n'est pas une application car il existe un élément de E qui possède plus qu'une image dans F (l'élément K).	 Ici f est une application car tout élément de E admet une image unique dans F.
 Ici l'application f n'est pas injective car l'élément L par exemple possède deux antécédents. L'application f n'est pas surjective car l'élément T par exemple ne possède aucun antécédent. On en déduit que f n'est pas bijective.	 Ici f est injective car, tout élément de F admet au plus un antécédent dans E. En général f est injective ssi : $(\forall x \in E)(\forall x' \in E) ; f(x) = f(x') \Rightarrow x = x'$	 Ici f est surjective car, tout élément de F admet au moins un antécédent dans E. En général f est surjective ssi : $(\forall y \in F)(\exists x \in E) ; y = f(x)$
VI. Parties d'un ensemble :	أجزاء مجموعة :	VI.
Soit f une application de E vers F et A une partie de E et F une partie de F. L'image directe de la partie A par l'application f est le sous ensemble de F noté $f(A)$ et défini par : $f(A) = \{y \in F / \exists x \in A ; y = f(x)\}$ L'image inverse de la partie B par l'application f est le sous ensemble de E noté $f^{-1}(B)$ et défini par : $f^{-1}(B) = \{x \in E / f(x) \in B\}$ Exemple :		
Prenons $A = \{L, M, O\}$ On a : $f(A) = \{R, T\}$ Prenons $B = \{R, S, V, U\}$ On a : $f^{-1}(B) = \{L, M, P\}$		