

lois de compositions internes

قوانين التركيب الداخلي

ammarithms-bm

I. قانون التركيب الداخلي :

قانون التركيب الداخلي:

يمكن تجسيد قانون الجمع في IN ، كالتالي:

$$+ : IN \times IN \longrightarrow IN$$

$$(a, b) \longrightarrow a + b$$

وهكذا يمكن القول أن + هي تطبيق من $IN \times IN$ نحو IN

بصفة عامة:
* هو قانون تركيب داخلي في مجموعة E ، إذا وفقط إذا كان *
تطبيق من $E \times E$ نحو E .

وتتوج هذه النتيجة بخاصية تقول أن " مجموع عددين صحيحين هو عدد صحيح " الشيء الذي يمكن ترجمته بالقول أن " الجمع هو قانون تركيب داخلي في المجموعة IN " في المقابل نجد أن الطرح ليس دائما ممكنا في المجموعة IN ، مثلا 3-5 لا ينتمي إلى IN وهكذا فإن عملية الطرح لا ترقى لمستوى "قانون" في المجموعة IN ونقول أن " الطرح ليس قانون تركيب داخلي في IN "

العمليات والقوانين:

سبق لن تعرفنا ، في معرض برامج السنوات الفارطة ، على العديد من العمليات في مجموعات معينة كعمليات الجمع والطرح والضرب والقسمة في مجموعات الأعداد IN, Z, ID, Q, IR, C . وفي مجموعات التطبيقات والدوال العددية وتعرفنا كذلك على بعض العمليات على المجموعات كالتقاطع والاتحاد... من بين هاته العمليات هناك من يرقى لمستوى قانون كعملية الجمع في المجموعة IN

ammarithms-bm

II. أهم تعاريف قانون التركيب الداخلي :

$(\forall (a, b) \in E^2) ; a * b \in E$	يعني أن	* قانون تركيب داخلي في E
$(\forall (\alpha, b) \in K \times E) ; a * b \in E$	يعني أن	* قانون تركيب خارجي في E عوامله (opérateur) في الجم K .
$(\forall (a, b) \in E^2) ; a * b = b * a$	يعني أن	* قانون تبادلي
$(\forall (a, b, c) \in E^3) ; (a * b) * c = a * (b * c)$	يعني أن	* قانون تجميعي
$(\forall a \in E) ; a * e = e * a = a$	يعني أن	e عنصر محايد
$x * x' = x' * x = e$	يعني أن	x' مماثل للعنصر x
$(\forall a \in E) ; a * \theta = \theta * a = \theta$	يعني أن	θ عنصر ماص
$(\forall (a, b, c) \in E^3) ; a * (b T c) = (a * b) T (a * c)$	يعني أن	T توزيعي بالنسبة ل*
$S \neq \emptyset \text{ et } S \subset E \text{ et } (\forall (a, b) \in E^2) ; a * b \in S$	يعني أن	S جزء مستقر من $(E, *)$ ، بحث * قانون داخلي.
$S \neq \emptyset \text{ et } S \subset E \text{ et } (\forall (\alpha, b) \in K \times E) ; \alpha * b \in S$	يعني أن	S جزء مستقر من $(E, .)$ ، بحث . قانون خارجي.
$(\forall (a, b) \in E^2) ; f(a * b) = f(a) T f(b)$	يعني أن	التطبيق f من $(E, *)$ نحو (F, T) (تتشاكل بحث * و T قوانين داخلية).
$(\forall (\alpha, x) \in K \times E) ; f(\alpha . x) = \alpha . f(x)$	يعني أن	التطبيق f من $(E, .)$ نحو $(F, .)$ (تتشاكل ، بحث . قانون خارجي).
$(\forall (a, b) \in E^2) ; f(a + b) = f(a) T f(b)$ $(\forall (a, b) \in E^2) ; f(a \times b) = f(a) \perp f(b)$	يعني أن	التطبيق f من $(E, +, \times)$ نحو $(F, T, \perp)$ (تتشاكل $F, T, \perp$).
$(\forall (a, b) \in E^2) ; f(a + b) = f(a) T f(b)$ $(\forall (\alpha, x) \in K \times E) ; f(\alpha . x) = \alpha . f(x)$	يعني أن	التطبيق f من $(E, +, .)$ نحو $(F, T, .)$ (تتشاكل $F, T, .$).

ammarithms-bm

III. أهم خاصيات قانون التركيب الداخلي :

خاصية العنصر المحايد:

إذا وجد العنصر المحايد فإنه يكون وحيدا.

خاصية مماثل عنصر:

إذا كان القانون تجميعي ويقبل عنصرا محايدا ، فإن مماثل عنصر إذا وجد يكون وحيدا.

خاصيات الجزء المستقر:

I. ليكن S جزء مستقر لمجموعة $(E, *)$.1. إذا كان القانون تجميعيا في E ، فإنه يكون تجميعيا في S .2. إذا كان القانون تجميعيا في E ، فإنه يكون تجميعيا في S .

II. ليكن S جزء مستقر لمجموعة $(E, +, \times)$. إذا كان القانون $\times$ توزيعي على القانون $+$ في E ، فإن القانون $\times$ يكون توزيعيا على القانون $+$ في S .

خاصيات التشاكل:

ليكن f من $(E, *)$ نحو (F, T) .

1. إذا كان القانون * يقبل عنصرا محايدا e في E ، فإن $f(e)$ يكون عنصرا محايدا في $f(E)$.

2. بالإضافة إلى ما سبق إذا كان x' مماثل x في E بالنسبة للقانون * ، فإن $f(x')$ يكون مماثل $f(x)$ في $f(E)$ بالنسبة للقانون T .