

الاشتقاق

I. قابلية الاشتقاق :

1. قابلية الاشتقاق في نقطة .

f دالة معرفة على مجال مركزه x_0 . f قابلة للاشتقاق في x_0 اذا وجد عدد حقيقي A بحيث : $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = A$ ونكتب $f'(x_0) = A$ ويسمى العدد المشتق للدالة f في x_0 .

2 قابلية الاشتقاق على اليمين

f دالة معرفة على مجال $[x; x_0 + \alpha[$. f قابلة للاشتقاق على يمين x_0 اذا كانت للدالة $\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ نهاية منتهية على يمين x_0 ويرمز لها بالرمز $f'_d(x_0)$.

3. قابلية الاشتقاق على اليسار .

f دالة معرفة على مجال $]x_0 - \alpha; x_0]$. f قابلة للاشتقاق على يسار x_0 اذا كانت الدالة $\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ تقبل نهاية على يسار x_0 ويرمز لها بالرمز $f'_g(x_0)$.

4. قابلية الاشتقاق على مجال .

f دالة معرفة على مجال I .

f قابلة للاشتقاق على المجال I اذا وفقط اذا كان f كانت قابلة للاشتقاق على جميع نقط I .
 f قابلة للاشتقاق على $[a; b]$ اذا كانت قابلة للاشتقاق على $]a; b[$ وعلى يمين a وعلى يسار b .

II. ملاحظة : تكون f قابلة للاشتقاق في نقطة x_0 اذا كانت قابلة للاشتقاق على يمين x_0 وعلى يسار x_0 وكان لدينا : $f'_d(x_0) = f'_g(x_0)$

III. التأويل الهندسي للعدد المشتق :

الدالة المعرفة بما يلي : $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ تسمى الدالة التاليفية المماسية لـ C_f بجوار x_0 .

المستقيم ذو المعادلة : $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ يسمى مستقيم مماس للمنحنى C_f عند النقطة $A(x; f(x_0))$. العدد $f'(x_0)$ يسمى المعامل الموجه او العدد المشتق :

جدول مشتقات بعض الدوال الاعتيادية

الدالة المشتقة f'	الدالة f
$f' + g'$	$f + g$
kf'	kf
$f'g + fg'$	$f \times g$
$\frac{f'g - fg'}{g^2}$	$\frac{f}{g}$
$-\frac{g'}{g^2}$	$\frac{1}{g}$
$\frac{f'}{2\sqrt{f}}$	$\sqrt{f}; f > 0$
$nf'f^{n-1}$	$f^n; (n \in \mathbb{Z}^*)$
0	a
1	x
$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{x}$
$\frac{f'}{n\sqrt[n]{f^{n-1}}}$	$\sqrt[n]{f}$
$-\sin(x)$	$\cos(x)$
$\cos(x)$	$\sin(x)$
$\frac{1}{\cos^2(x)} = 1 + \tan^2(x)$	$\tan(x)$
$af'(ax + b)$	$f(ax + b)$
$\frac{ad - bc}{(cx + d)^2}$	$\frac{ax + b}{cx + d}$
$a\cos(ax + b)$	$\sin(ax + b)$

دراسة الدوال

I. المشتقة ومنحى التغيرات

f قابلة للاشتقاق على مجال I ومشتقتها هي $f'(x)$:

1. إذا كان $f'(x) > 0$ ($\forall x \in I$) فإن f دالة تزايدية .
2. إذا كان $f'(x) < 0$ ($\forall x \in I$) فإن f دالة تناقصية .
3. إذا كان $f'(x) = 0$ ($\forall x \in I$) فإن f دالة ثابتة .

II. تحدب .تقعر .نقطة انعطاف :

f قابلة للاشتقاق مرتين على مجال I ($f''(x)$)

1. إذا كان $f''(x) > 0$ على المجال I فإن (C_f) منحنى محدب .
 2. إذا كان $f''(x) < 0$ على المجال I فإن (C_f) منحنى مقعر .
 3. إذا كان $f''(x) = 0$ على المجال I فإن (C_f) يقبل نقطة انعطاف .
- + إذا انعدمت f' في x_0 وغيرت إشارتها بجوار x_0 نتكلم عن مطراف دالة (قيمة قصوى أو قيمة دنيا) .
- + إذا انعدمت f'' في x_0 وغيرت إشارتها بجوار x_0 نتكلم عن نقطة انعطاف .

III. محور تماثل . مركز تماثل

f . دالة معرفة على D_f و (C) م.م.م .

1. المستقيم $x=a$ محور تماثل المنحنى إذا تحقق : $f(2a-x) = f(x)$.
2. النقطة $\Omega(a;b)$ مركز تماثل المنحنى إذا تحقق : $f(2a-x) + f(x) = 2b$.

IV. دالة دورية

f . دالة عددية و D_f حيز تعريفها . f دالة دورية إذا وجد عدد حقيقي T بحيث

$$f(x+T) = f(x); (x-T) \in D_f; (x+T) \in D_f; \forall x \in D_f :$$

العدد T يسمى دور الدالة f واصغر دور موجب يسمى دور الدالة f .

