

# Les suites numériques

## المتتاليات العددية



تعاريف ومصطلحات :

$I \subset \mathbb{N}$  كل تطبيق  $U: I \rightarrow \mathbb{R}$  يسمى متتالية عددية نرمز لها ب:  $U_n$  ( التمييز بين متتالية ترجعية ومتتالية معرفة بالصيغة الصريحة لحددها العام )  
متتالية  $U_n$  متتالية رتيبة

$$(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_{n+1} - U_n > 0 \Leftrightarrow \text{تزايدية} +$$

$$(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_{n+1} - U_n < 0 \Leftrightarrow \text{تناقصية} +$$

$U_n$  متتالية محدودة:

$$(\exists M \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_n \leq M \Leftrightarrow M \text{ مكبورة بالعدد}$$

$$(\exists m \in \mathbb{R})(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_n \geq m \Leftrightarrow m \text{ مصغورة بالعدد}$$

✓ كل متتالية مكبورة ومصغورة فهي متتالية محدودة .

I. البرهان بالترجع

غالبا ما نستعمل البرهان بالترجع في درس المتتاليات وذلك عند ما نريد أن نبين أن  $U_n$  رتيبة أو محدودة والبرهان بالترجع يعتمد على 3 عناصر أساسية هي :

✓ التحقق : نتحقق أن العبارة صحيحة بالنسبة للحد الأول .

✓ الافتراض : نفترض أن العبارة صحيحة بالنسبة للحد  $n$  .

✓ البرهان : نبرهن أن العبارة تبقى صحيحة بالنسبة للحد  $n+1$  .

متتالية هندسية . متتالية حسابية .

| الأهداف         | متتالية حسابية                                                                                                                                                | متتالية هندسية                                                                                                                                        |
|-----------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| تحديد الأساس    | $U_n$ متتالية حسابية أساسها $r$<br>$U_{n+1} - U_n = r \quad (\forall n \in \mathbb{N})$                                                                       | $U_n$ متتالية هندسية إذا كان<br>$U_{n+1} = q U_n$ يسمى الأساس.                                                                                        |
| صيغة الحد العام | ○ إذا كان $U_0$ هو الحد الأول فإن صيغة<br>الحد العام هي : $U_n = U_0 + nr$<br>○ إذا كان الحد الأول هو $U_p$ فإن<br>صيغة الحد العام:<br>$U_n = U_p + (n - p)r$ | ص.ح.ع هي : $U_n = U_0 q^n$<br>إذا كان الحد الأول هو $U_p$<br>والأساس هو $q$ فإن:<br>$\forall n \in \mathbb{N} \quad n \geq p \quad U_n = U_p q^{n-p}$ |
| حدود متتابعة    | إذا كان $U_{n-1} + U_{n+1} = 2U_n$                                                                                                                            | $U_{n-1} \times U_{n+1} = U_n^2$                                                                                                                      |
| المجموع         | $S = U_0 + U_1 + \dots + U_{n-1} = \frac{n}{2}(U_0 + U_{n-1})$                                                                                                | $S = U_0 + U_1 + \dots + U_{n-1} = U_0 \left( \frac{1-q^n}{1-q} \right)$                                                                              |

# بطاقة تقنية للمتتاليات

## الشكل:

- متتالية صريحة  $\Leftarrow$  متتالية بدلالة الحد العام
- متتالية مرجعية  $\Leftarrow$  متتالية بدلالة الحد الأول والحد العام
- متتالية متعادلة  $\Leftarrow$  متتالية بدلالة متتالية أخرى

## متتالية محدودة:

- متتالية مكبورة  $\Leftarrow U_n \leq b$
- متتالية مصغورة  $\Leftarrow U_n \geq a$
- متتالية محدودة  $\Leftarrow$  مكبورة ومصغورة

## متتالية رتيبة:

- تزايدية  $\Leftarrow U_{n+1} - U_n > 0$  أو استعمال طريقة الخارج
- تناقصية  $\Leftarrow U_{n+1} - U_n < 0$