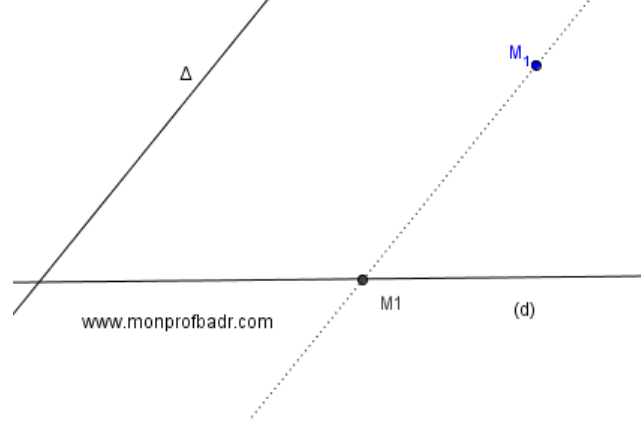


الدرس 3 : الحساب المتجهي في المستوى

عناصر التوجيهات التربوية	مكونات المقرر الرسمي
✓ ينبغي تجنب أي بناء نظري لمفهوم الإسقاط. ✓ يتم التذكير بمبرهنة طاليس المباشرة و مبرهنة طاليس العكسية ثم تقديم خاصية حفاظ الإسقاط على معامل استقامية متجهتين من خلال أنشطة.	✓ مسقط نقطة على مستقيم ✓ الإسقاط العمودي ✓ مسقط شكل ✓ مسقط قطعة، مسقط منتصف. ✓ مبرهنة طاليس المباشرة متجهيا. ✓ الحفاظ على معامل استقامية متجهتين. ✓ الإسقاط و المحور. ✓ مبرهنة طاليس العكسية. ✓ السقاط و تساوي متجهتين. ✓ السقاط و مجموع متجهتين. ✓ أفصول المسقط العمودي لنقطة على محور.

I. مسقط نقطة على مستقيم:

ليكن (D) و (Δ) مستقيمين متقاطعين و M نقطة من المستوى. يوجد مستقيم وحيد مار من M و يوازي (Δ) هذا المستقيم يقطع (D) في نقطة وحيدة M' . النقطة M' تسمى مسقط M على (D) بتواز مع (Δ)



تعريف:

ليكن (Δ) و (D) مستقيمين متقاطعين و M نقطة من المستوى.

مسقط النقطة M على (D) بتواز مع (Δ) هو نقطة تقاطع (D) مع المستقيم الموازي للمستقيم (Δ) و المار من M .

ملاحظة: إذا كانت $M \in (D)$ فإن مسقط M على (D) بتواز مع (Δ) هو نفسها.

II. الاسقاط على مستقيم بتواز مع آخر:

أ- تعريف:

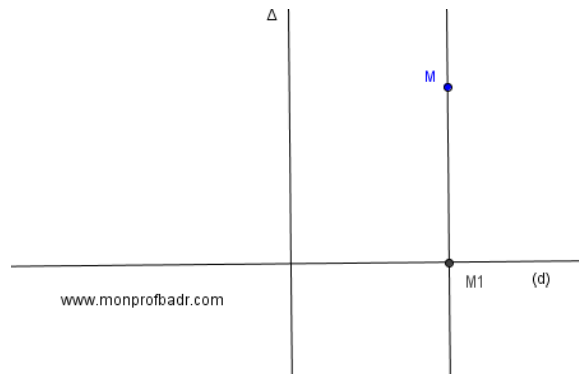
(D) و (D') مستقيمان متقاطعان.

الطريقة التي تربط كل نقطة M من المستوى بمسقطها M' على المستقيم (D) بتواز مع المستقيم (Δ) تسمى الاسقاط على (D) بتواز مع (Δ) .

ب- الاسقاط العمودي على مستقيم:

تعريف 1:

الاسقاط على مستقيم (D) بتواز مع مستقيم عمودي عليه يسمى الاسقاط العمودي على (D) .

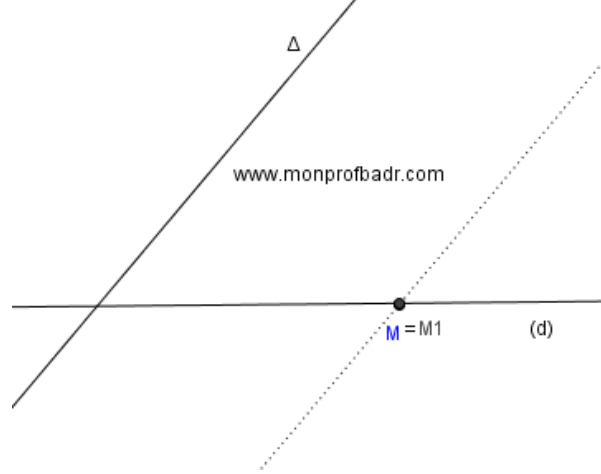


تعريف 2: مسقط النقطة M على المستقيم (D) بتواز مع مستقيم عمودي عليه يسمى المسقط العمودي للنقطة M على (D)

III. خاصيات أولية:

(1) خاصية 1:

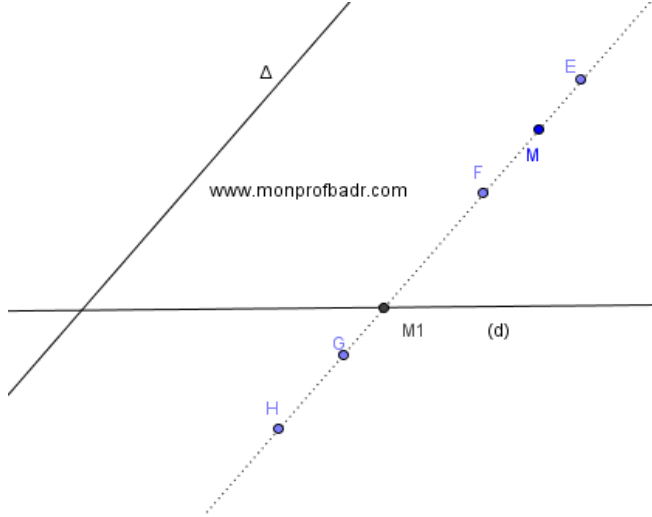
- كل نقطة من (D) منطبقة مع مسقطها على (D) بتواز مع المستقيم (Δ) .
- كل نقطة منطبقة مع مسقطها على (D) بتواز مع المستقيم (Δ) تنتمي إلى (D) .



مفردات:

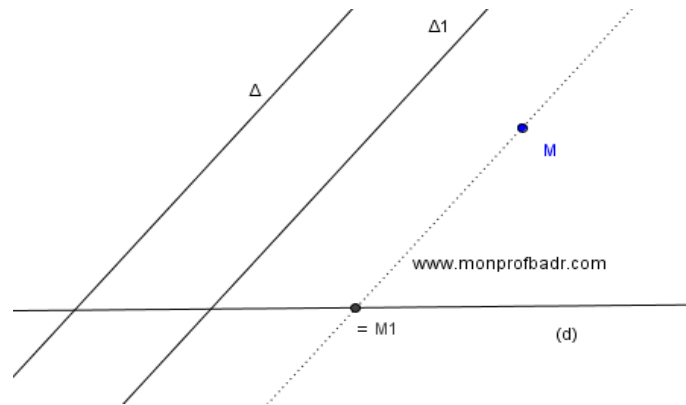
- إذا كان مسقط النقطة M هي نفسها على (D) بتواز مع المستقيم (Δ) نقول إن M صامدة بالاسقاط على (D) بتواز مع المستقيم (Δ) .
- المستقيم (D) صامدة بالاسقاط على (D) بتواز مع المستقيم (Δ) .

(2) خاصية 2:



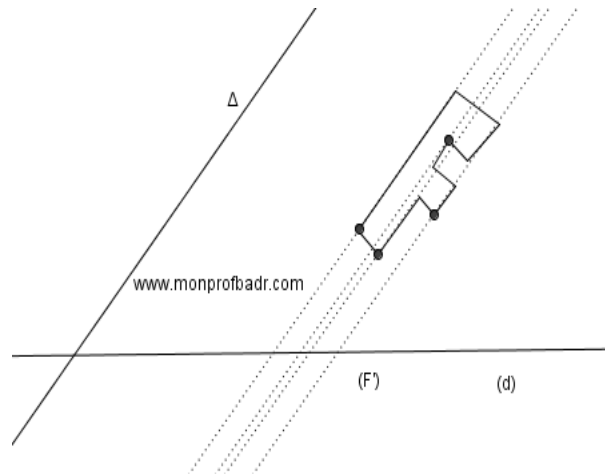
لتكن A نقطة من مستقيم (D) . مجموعة النقط التي لها نفس المسقط على (D) بتواز مع (Δ) هي المستقيم المار من A و الموازي للمستقيم (Δ) .

(3) خاصية 3:



إذا كان مستقيم (Δ') يوازي (Δ) فإن الإسقاط على (D) بتواز مع (Δ) هو الإسقاط على (D) بتواز مع (Δ') .
نقول إن الإسقاط على (D) بتواز مع (Δ) لا يتغير بتعويض (Δ) بمستقيم له نفس الاتجاه.

(4) مسقط شكل:

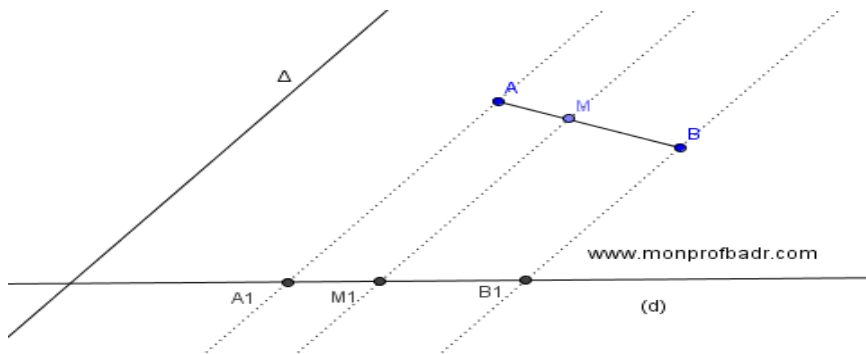


أ - تعريف:

ليكن (D) و (Δ) مستقيمين متقاطعين و (F) شكلا من المستوى و (F') جزء من المستقيم (D) .
نقول إن (F') مسقط الشكل (F) إذا وفقط إذا تحقق:

- مسقط كل نقطة من (F) على (D) بتواز مع (Δ) ينتمي إلى (F') .
- كل نقطة من (F') هي مسقط نقطة على الأقل من (F) على (D) بتواز مع (Δ) .

ب- مسقط قطعة:



خاصية مقبولة:

لتكن A و B نقطتين مختلفتين و A' و B' مسقطيهما على (D) بتواز مع (Δ) بالتوالي. مسقط [AB] هو $[A'B']$.

ملاحظة: اذا كان $(AB) \parallel (\Delta)$ فان $A' = B'$ و منه مسقط [AB] هي القطعة المنعدمة $[A'A']$.

ج- مسقط منتصف قطعة:

اذا كان A' و B' مسطقي النقطتين A و B على مستقيم (D) بتواز مع مستقيم (Δ) بالتوالي فان: مسقط منتصف القطعة [AB] هو منتصف القطعة $[A'B']$. نعبّر عن هذا بقولنا: الاسقاط على (D) بتواز مع (Δ) يحافظ على المنتصف.

IV. مبرهنة طاليس المباشرة و العكسية متجهيا-الاسقاط و معامل الاستقامية لمتجهتين:

أ- نشاط 1:

ليكن (D) و (Δ) مستقيمين متقاطعين. A و B و C و D نقط من المستوى حيث $A \neq B$ ، A' و B' و C' و D' مساقتها على (D) بتواز مع (Δ).

1- لنفترض أن A و B و C نقط مستقيمة حيث: $\vec{AC} = k\vec{AB}$. بين أن $\vec{A'C'} = k\vec{A'B'}$.

2- لنفترض أن $\vec{AB} = \vec{CD}$ بين أن $\vec{A'B'} = \vec{C'D'}$.

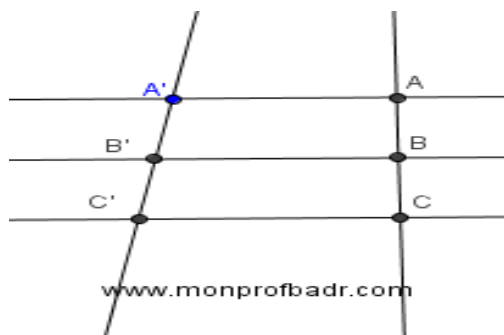
3- لنفترض أن $\vec{CD} = k\vec{AB}$ بين أن $\vec{C'D'} = k\vec{A'B'}$.

تذكير لمبرهنة طاليس المباشرة و العكسية:

المبرهنة المباشرة:

ليكن (D) و (D') مستقيمين و A و B و C نقط من (D) حيث $A \neq B$ و A' و B' و C' نقط من (D').

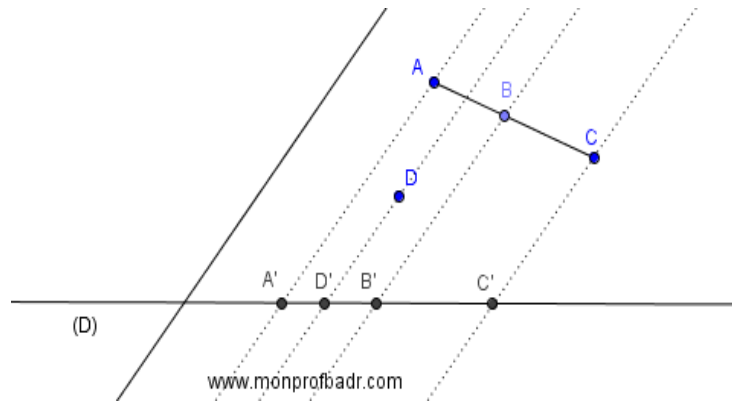
اذا كان $(AA') \parallel (BB') \parallel (CC')$ فان $\frac{AC}{AB} = \frac{A'C'}{A'B'}$



المبرهنة العكسية:

ليكن (D) و (D') مستقيمين و A و B و C نقط من (D) حيث $A \neq B$ و A' و B' و C' نقط من (D').

اذا كان $(AA') \parallel (BB')$ و $\frac{AC}{AB} = \frac{A'C'}{A'B'}$ فان (CC') يوازي (AA') و (BB')



1- لنبين أن : $\overrightarrow{A'C'} = k\overrightarrow{AB'}$

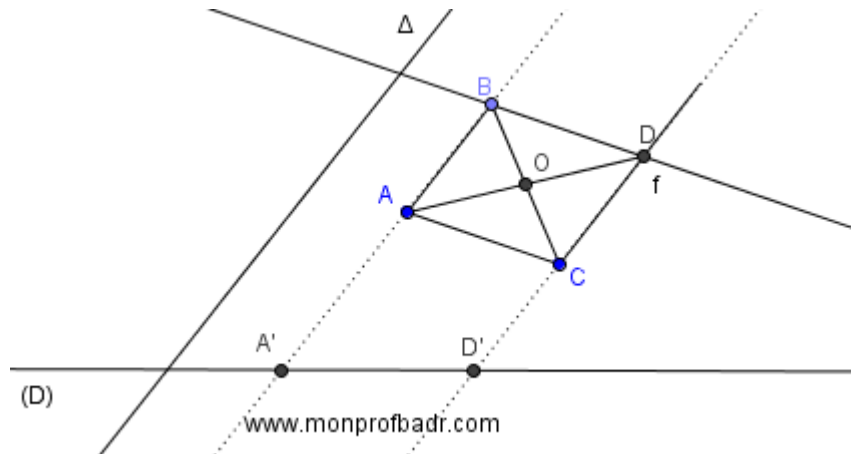
لدينا A' مسقط A على (D) بتواز مع (Δ) إذن $(AA') \parallel (\Delta)$ و بنفس الطريقة لدينا: $(BB') \parallel (\Delta)$ و $(CC') \parallel (\Delta)$

ومنه فإن $(AA') \parallel (BB') \parallel (CC')$ ، إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة $\frac{AC}{AB} = \frac{A'C'}{A'B'}$

وحيث أن $\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB}$ فإن $\frac{AC}{AB} = |k|$ أي $\frac{A'C'}{A'B'} = |k|$ $\overrightarrow{A'C'} = |k|\overrightarrow{A'B'}$

وحيث أن النقط A و B و C والنقط A' و B' و C' في نفس الترتيب و $\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB}$ فإن $\overrightarrow{A'C'} = k\overrightarrow{A'B'}$

2- لنبين أن $\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{C'D'}$



$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ تكافئ $ABCD$ متوازي الأضلاع. ليكن O مركز $ABCD$ و O' مسقطها على (D) بتواز مع (Δ)

لدينا $\overrightarrow{OA} = -\overrightarrow{OD}$ و $\overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{OC}$ ومنه حسب السؤال الأول $\overrightarrow{O'A} = -\overrightarrow{O'D'}$ و $\overrightarrow{O'B} = -\overrightarrow{O'C'}$

اذن: $\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{C'D'}$ (علاقة شال ب O')

3- لنبين أن $\overrightarrow{C'D'} = k\overrightarrow{A'B'}$

لدينا $\overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{AB}$ نعتبر E حيث: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$ ومنه $\overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{CE}$ وبالتالي حسب 1 و 2 نستنتج $\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{C'E'}$

اذن: $\overrightarrow{C'D'} = k\overrightarrow{C'E'}$