

المرجح في المستوى
Le barycentre dans le plan



1. نقطة متزنة

لتكن $A \in (P)$ و $(\alpha \in \mathbb{R})$. الزوج $(A; \alpha)$ يسمى نقطة متزنة أي النقطة A معينة بالوزن α . والعدد α هو وزن النقطة A

2. مرجح نقطتين متزنتين

نعتبر النظمة المتزنة $\{(B; \beta); (A; \alpha)\}$ بحيث $\alpha + \beta \neq 0$. توجد نقطة وحيدة G تحقق $\alpha \overrightarrow{GA} + \beta \overrightarrow{GB} = \vec{0}$. النقطة G تسمى مرجح النقطتين المتزنتين $\{(B; \beta); (A; \alpha)\}$

3. ملاحظات

- G و A و B نقط مستقيمية. حيث G مرجح النقطتين المتزنتين $\{(B; \beta); (A; \alpha)\}$

$$\overrightarrow{AG} = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \overrightarrow{AB}$$

- النقطة G تنتمي إلى المستقيم (AB)

- اذا كان α و β متقابلان. فليس للنظمة أي مرجح ($\alpha + \beta = 0$)

- اذا كان $\alpha = \beta$ فان G منتصف القطعة $[AB]$

4. خصائص

• خاصية الصمود

لا يتغير مرجح نقطتين متزنتين اذا ضربت معاملتهما في عدد حقيقي غير منعدم.

• الخاصية المميزة للمرجح

G مرجح $\{(B; \beta); (A; \alpha)\}$ ولتكن M نقطة من المستوى P

$$(\alpha + \beta) \overrightarrow{MG} = \alpha \overrightarrow{MA} + \beta \overrightarrow{MB}$$

• خاصية التجميعية

لا يتغير مرجح ثلاث نقط متزنة اذا عوضنا نقطتين منهما بمرجحها معينا بمجموع معامليهما

5. احداثيات مرجح

المستوى منسوب إلى معلم متعامد منظم $(\vec{j}; \vec{i}; o)$. ليكن G مرجح $\{(B; \beta); (A; \alpha)\}$ حيث

$B(x_B; y_B); A(x_A; y_A)$ نعلم أن

$$\overrightarrow{AG} = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \overrightarrow{AB} \Rightarrow \begin{pmatrix} x_G - x_A \\ y_G - y_A \end{pmatrix} = \left(\frac{\beta}{\alpha + \beta} \right) \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

ادن احداثي النقطة G هي :

$$y_G = \frac{\alpha y_A + \beta y_B}{\alpha + \beta} \quad \text{و} \quad x_G = \frac{\alpha x_A + \beta x_B}{\alpha + \beta}$$

6. مرجح ثلاث نقط

$\alpha \overline{GA} + \beta \overline{GB} + \gamma \overline{GC} = \vec{0}$ بحيث G وحيدة $\alpha + \beta + \gamma \neq 0$ و $\{(A; \alpha); (B; \beta); (C; \gamma)\}$

$$\overline{AG} = \frac{\beta}{\alpha + \beta + \gamma} \overline{AB} + \frac{\gamma}{\alpha + \beta + \gamma} \overline{AC}$$

7. مركز ثقل

- اذا كانت المعاملات متساوية فان المرجح يسمى مركز ثقل
- مركز ثقل ثلاث نقط أو مركز ثقل مثلث هو مرجح النقط $(A;1); (B;1); (C;1)$ أي النقط التي تحقق $\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} = \vec{0}$
- مركز ثقل مثلث هو نقطة تلاقي متوسطات
- اذا كان G مركز ثقل مثلث ABC و A' و B' و C' منتصفات القطع $[BC]$ و $[AC]$ و $[AB]$ على التوالي فان $\overline{AG} = \frac{2}{3} \overline{AA'}$ و $\overline{BG} = \frac{2}{3} \overline{BB'}$ و $\overline{CG} = \frac{2}{3} \overline{CC'}$

8. مرجح أربع نقط

$\alpha \overline{GA} + \beta \overline{GB} + \gamma \overline{GC} + \lambda \overline{GD} = \vec{0}$ اذا تحقق $\{(A; \alpha); (B; \beta); (C; \gamma); (D; \lambda)\}$ مرجح G جميع الخصائص السابقة تبقى صالحة بالنسبة لمرجح أربع نقط .