

I- زوجية دالة عددية:

(1) - أنشطة:

• تمرين 01:

أدرس زوجية الدالة العددية f في كل حالة من الحالات التالية :

$$(1): f(x) = x^3 + \frac{1}{x^2} \quad (2): f(x) = x^3 - \frac{1}{x^3} \quad (3): f(x) = x^3 + \frac{1}{1-|x|^3}$$

$$(4): f(x) = 2x^2 - (|x+3| + |x-3|) \quad (5): f(x) = 3x - |3x-2| + |3x+2|$$

$$(6): f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 2|x| - 3} \quad (7): f(x) = \sqrt{-x^2 + |x| + 6}$$

• تمرين 02:

لتكن f دالة زوجية معرفة على $\mathbb{R}$ بحيث : $f(x) = 3 - 2x$ لكل x من $\mathbb{R}_+$.

1. أنشئ المنحنى (C_f) في معلم متعامد و ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

2. عبر عن $f(x)$ لكل x من $\mathbb{R}_-$.

• تمرين 03:

لتكن g دالة فردية معرفة على $\mathbb{R}$ بحيث :

$$g(x) = \begin{cases} x+3; & x \leq -1 \\ -2x; & -1 \leq x \leq 0 \end{cases}$$

1. أنشئ المنحنى (C_g) في معلم متعامد و ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

2. عبر عن $g(x)$ لكل x من $\mathbb{R}_+$.

(2) - ملخص:

• تعريف:

لتكن f دالة عددية مجموعة تعريفها D_f ، نقول إن f دالة زوجية إذا كان :

$$\begin{cases} -x \in D_f \\ f(-x) = f(x) \end{cases} \quad \text{لكل } x \text{ من } D_f$$

و نقول إن f دالة فردية إذا كان :

$$\begin{cases} -x \in D_f \\ f(-x) = -f(x) \end{cases} \quad \text{لكل } x \text{ من } D_f$$

• ملحوظة:

إذا كانت f دالة فردية و كان $0 \in D_f$ فإن : $f(0) = 0$ ، وهذا يعني أن (C_f) يمر بالضرورة من أصل المعلم .

• خاصية 01:

ليكن (C_f) منحنى دالة عددية f في معلم متعامد $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

تكون f دالة زوجية إذا و فقط إذا كان منحنائها (C_f) متماثلا بالنسبة لمحور الأرتياب (Oy) .

و تكون f دالة فردية إذا و فقط إذا كان منحنائها (C_f) متماثلا بالنسبة لأصل المعلم O .

• تمرين 04:

نعتبر الدوال العددية f و g و h المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$f(x) = -x(2+x) \quad g(x) = |x|(2-|x|) \quad h(x) = x(2-|x|)$$

1. أنشئ المنحنى (C_f) في معلم متعامد و ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

2. بين أن g دالة زوجية و h دالة فردية .

3. بين أن : $g(x) = f(x)$ و $h(x) = -f(x)$ لكل x من $\mathbb{R}_-$.

ثم أنشئ (C_g) و (C_h) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ إنطلاقا من (C_f) .

II- مقارنة دالتين عدديتين:

(1) - الدالة الموجبة و الدالة السالبة:

• تقديم:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بمايلي : $f(x) = -x^3 + 2x + 1$.

1. بين أن الحدودية f تقبل جذرا بديها يتم تحديده ، ثم إستنتج تعميلا لها .

2. أنشئ جدولا تحدد فيه إشارة $f(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ، ثم حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة :

$$(I): f(x) \geq 0$$

• **تعريف:** لتكن f دالة عددية و D جزء من مجموعة تعريفها D_f .

- نقول إن f موجبة على D و نكتب : $f \geq 0$ على D إذا كان :

$$f(x) \geq 0 \quad \text{لكل } x \text{ من } D$$

- و نقول إن f سالبة على D و نكتب : $f \leq 0$ على D إذا كان :

$$f(x) \leq 0 \quad \text{لكل } x \text{ من } D$$

• **خاصية 02:**

ليكن (C_f) منحنى دالة عددية f في معلم متعامد $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
تكون الدالة f موجبة على D_f إذا و فقط إذا كان (C_f) فوق محور الأفاصيل
و تكون f سالبة على D_f إذا و فقط إذا كان (C_f) تحت محور الأفاصيل .

• **تمرين 05:**

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{x^2 - 6x + 5}{-x^2 + x + 6}$

1. حدد D_f ، ثم أنشئ جدولا تحدد فيه إشارة الدالة f .
2. إستنتج الوضع النسبي لمنحنى الدالة f بالنسبة لمحور الأفاصيل .

(2) - **مقارنة دالتين عدديتين:**

• **تعريف:**

لتكن f و g دالتين عدديتين و D جزء من $D_f \cap D_g$.
نقول إن f أصغر من أو تساوي g على D ونكتب : $f \leq g$ على D إذا كان :
 $g - f \geq 0$ على D .
نقول إن f أصغر قطعاً من g على D ونكتب : $f < g$ على D إذا كان :
 $g - f > 0$ على D .

• **مثال:** قارن الدالتين العدديتين f و g في كل حالة من الحالتين :

$$(1): \begin{cases} f(x) = -x^2 + x - 1 \\ g(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 1 \end{cases} \text{ و } (2): \begin{cases} f(x) = \frac{x^3 + x^2 - 1}{x^2 - 1} \\ g(x) = x + 1 \end{cases}$$

• **تمرين 06:**

1. قارن الدالتين العدديتين f و g المعرفتين بما يلي :

$$f(x) = \frac{1+4x}{(1+6x)^2} \text{ و } g(x) = \frac{(1-5x)^2}{1-2x}$$

2. قارن العددين A و B حيث :

$$A = \frac{1,0000004}{(1,0000006)^2} \text{ و } B = \frac{(0,9999995)^2}{0,9999998}$$

• **خاصية 03:**

نعتبر دالتين عدديتين f و g معرفتين على مجموعة D .
تكون f أصغر من أو تساوي g على D إذا و فقط إذا كان (C_f) تحت (C_g) على D .

• **تمرين 07:**

حدد وضع منحنى الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{x}$ بالنسبة

للمستقيم (D) الذي معادلته : $y = \frac{x}{2}$.

(3) - **الدالة المكبورة و الدالة المصغورة:**

• **تعريف:**

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{x^2 - \sqrt{3}x}{x^2 + 1}$

بين أن : $-\frac{1}{2} \leq f(x) \leq \frac{3}{2}$ لكل x من $\mathbb{R}$ ، ثم اعط تأويلاً هندسياً لهذه النتيجة .

• **تعريف:**

ليكن M و m عددين حقيقيين

نقول إن f مكبورة بالعدد M إذا كان : $f(x) \leq M$ لكل x من D_f .

نقول إن f مصغورة بالعدد m إذا كان : $f(x) \geq m$ لكل x من D_f .

إذا كانت f مكبورة و مصغورة نقول إنها دالة محدودة .

• **أمثلة:**

- الدالة : $f: x \mapsto \frac{x^2 - \sqrt{3}x}{x^2 + 1}$ مكبورة بالعدد $\frac{3}{2}$ و مصغورة بالعدد $-\frac{1}{2}$

إذن فهي دالة محدودة .

- الدوال السالبة مكبورة بالعدد 0 ، والدوال الموجبة مصغورة بالعدد 0 .

• **خاصية 04:**

تكون الدالة العددية f مكبورة بالعدد M إذا و فقط إذا كان منحناها (C_f) تحت المستقيم

الذي معادلته : $y = M$.

و تكون f مصغورة بالعدد m إذا و فقط إذا كان (C_f) فوق المستقيم الذي معادلته : $y = m$.

بصفة خاصة : منحني دالة سالبة يكون تحت محور الأفاصيل و منحني دالة موجبة يكون فوق محور الأفاصيل .

• خاصية 05:

تكون f دالة محدودة إذا وفقط إذا وجد عدد حقيقي موجب قطعاً α يحقق :

$$|f(x)| \leq \alpha \text{ لكل } x \text{ من } D_f .$$

• تمرين 08: نعتبر الدالتين العدديتين f و g المعرفتين على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$f(x) = \frac{2x}{x^2 + 4} \text{ و } g(x) = \frac{x^2 - 4x}{x^2 + 4} .$$

1. بين أن : $|f(x)| \leq \frac{1}{2}$ لكل x من $\mathbb{R}$ ، ثم اعط تأويلاً هندسياً لهذه النتيجة .

2. إستنتج أن g دالة محدودة ، و أن (C_g) محصور بين مستقيمين يوازيان (Oy) يتم تحديد معادليهما .

III- الدوال الدورية:

(1) - تعريف:

لتكن f دالة عددية مجموعة تعريفها D_f و T عدد حقيقي موجب قطعاً .

نقول إن f دورية دورها T إذا كان T هو أصغر عدد حقيقي موجب قطعاً يحقق :

$$\begin{cases} x+T \in D_f ; x-T \in D_f \\ f(x+T) = f(x) = f(x-T) \end{cases} \text{ لكل } x \text{ من } D_f .$$

• أمثلة:

$$\text{- لدينا : } \begin{cases} \cos(x+2k\pi) = \cos x \\ \sin(x+2k\pi) = \sin x \end{cases} \text{ لكل } x \text{ من } \mathbb{R} \text{ و لكل } k \text{ من } \mathbb{Z} .$$

إذن الدالتين $\sin : x \mapsto \sin x$ و $\cos : x \mapsto \cos x$ دوريتان دورهما $T = 2\pi$.

$$\text{- لدينا : } \tan(x+k\pi) = \tan x \text{ لكل } x \text{ من } \mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + n\pi ; n \in \mathbb{Z} \right\} \text{ و لكل } k \text{ من } \mathbb{Z} .$$

إذن الدالة $\tan : x \mapsto \tan x$ دورية دورها $T = \pi$.

- وبصفة عامة لكل a من $\mathbb{R}^*$ ،

$$\text{الدالتين } u : x \mapsto \cos ax \text{ و } v : x \mapsto \sin ax \text{ دوريتان دورهما } T = \frac{2\pi}{|a|} .$$

و الدالة $f : x \mapsto \tan ax$ دورية دورها $T = \frac{\pi}{|a|}$.

(2) - خاصيات:

• خاصية 07:

إذا كانت f دالة دورية دورها T فإن :

$$\begin{cases} x+kT \in D_f \\ f(x+kT) = f(x) \end{cases} \text{ لكل } x \text{ من } D_f \text{ و لكل } k \text{ من } \mathbb{Z} .$$

• ملحوظة:

الأعداد $T_k = kT$ حيث $k \in \mathbb{Z}^*$ تسمى أدواراً للدالة f ، و يمكن دراسة رتابتها

و تمثيل منحناها على جزء D_E من D_f سعته T ، (دور الدالة f) .

• مثال:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = \sin(3x)\cos x$.

بين أن الدالة f دورية دورها π ، ثم إستنتج أنه يمكن دراستها فقط على المجال $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

IV- مطارف دالة عددية:

(1) - أنشطة:

• تمرين 09:

نعتبر الدالتين العدديتين f و g المعرفتين على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$f(x) = 4x^2 - 12x + 5 \text{ و } g(x) = -x^2 + x + 6$$

بين أن الدالة f تقبل قيمة دنيا مطلقة يتم تحديدها و أن الدالة g تقبل قيمة قصوى مطلقة يتم تحديدها .

• تمرين 10:

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$f(x) = \begin{cases} 1-x ; x \leq -1 \\ x+3 ; -1 \leq x \leq 2 \\ -2x+9 ; x \geq 2 \end{cases}$$

أنشئ (C_f) في معلم متعامد و ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ، ثم إستنتج مطارف f و طبيعتها .

(2) - ملخص:

• تعريف:

لتكن f دالة عددية مجموعة تعريفها D_f و x_0 عنصر من D_f .
 نقول إن f تقبل عند x_0 أدنى نسبي إذا وجد مجال مفتوح I بحيث $x_0 \in I$
 و $f(x) \geq f(x_0)$ لكل x من I .
 و نقول إن f تقبل عند x_0 أقصى نسبي إذا وجد مجال مفتوح I بحيث $x_0 \in I$
 و $f(x) \leq f(x_0)$ لكل x من I .
 و نقول إن f تقبل عند x_0 أدنى (على التوالي : أقصى) مطلق إذا كان :
 $f(x) \geq f(x_0)$ لكل x من D_f .
 (على التوالي : $f(x) \leq f(x_0)$ لكل x من D_f) .

V- رتبة دالة عددية:

(1) - أنشطة:

• تمرين 11:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = x^2 - 3|x|$.
 1. حدد زوجية الدالة f ، ثم أحسب معدل تغيرها على $\mathbb{R}_+$.
 2. أدرس رتبة f على $\mathbb{R}_+$ ، ثم إستنتج رتبتها على $\mathbb{R}$ و أنشئ جدول تغيراتها .
 3. حدد مطارف الدالة f و طبيعتها .

• تمرين 12:

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $g(x) = x(4 - |x|)$.
 1. حدد زوجية الدالة g ، ثم أدرس رتبتها على $\mathbb{R}$ و أنشئ جدول تغيراتها .
 2. إستنتج مطارف الدالة العددية g و طبيعتها .

• تمرين 13:

نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $h(x) = x^3 - 6x$.
 1. بين أن لكل x و y من $\mathbb{R}$ بحيث $x \neq y$ لدينا :

$$\frac{f(x) - f(y)}{x - y} = x^2 + xy + y^2 - 6$$

2. أدرس رتبة الدالة h ثم إنشئ جدول تغيراتها و إستنتج مطارفها و طبيعة كل مطراف .

(2) - ملخص:

• الرتبة و معدل التغير:

لتكن f دالة عددية مجموعة تعريفها D_f و I مجال ضمن D_f .
 تكون f تزايدية قطعا على I إذا و فقط إذا كان :

$$\frac{f(x) - f(y)}{x - y} > 0 : x \neq y \text{ بحيث } I \text{ من } y \text{ و } x$$

و تكون f تناقصية قطعا على I إذا و فقط إذا كان :

$$\frac{f(x) - f(y)}{x - y} < 0 : x \neq y \text{ بحيث } I \text{ من } y \text{ و } x$$

• رتبة $ax^2 + bx + c$ حيث $a \in \mathbb{R}^*$:

لكل x من $\mathbb{R}$ نضع : $f(x) = ax^2 + bx + c$.

$$\frac{f(x) - f(y)}{x - y} = a(x + y) + b : x \neq y \text{ بحيث } \mathbb{R} \text{ من } y \text{ و } x$$

هناك حالتين :

- إذا كان $a > 0$ فإن معدل تغير f موجب قطعا على المجال $\left[-\frac{b}{2a}, +\infty\right[$ و سالب قطعا

على المجال $\left]-\infty, -\frac{b}{2a}\right]$ ، و جدول تغيرات f يكون على الشكل التالي :

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
f		$f\left(-\frac{b}{2a}\right)$	

و إذا كان $a < 0$ فإن معدل تغير f موجب قطعا على المجال $\left]-\infty, -\frac{b}{2a}\right]$ و سالب قطعا

على المجال $\left[-\frac{b}{2a}, +\infty\right[$ ، و جدول تغيرات f يكون على الشكل التالي :

VI- مركب دالتين عدديتين:

(1) - صورة مجال بدالة عددية:

• تعريف:

- لتكن f دالة عددية مجموعة تعريفها D_f و I مجال ضمن D_f .
- المجموعة $\{f(x)/x \in I\}$ تسمى صورة المجال I بالدالة f ويرمز له بـ $f(I)$.
- إذن: $f(I) = \{f(x)/x \in I\}$

• مثال:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بـ $f(x) = x^2$ ، لدينا :

$$f([-3, 2]) = [0, 9] \text{ و } f([-4, -1]) = [1, 16] \text{ و } f([\sqrt{2}, \sqrt{13}]) = [2, 13]$$

• تمرين 14:

- نعتبر الدالتين العدديتين f و g بحيث : $f(x) = x^2 - 2x$ و $g(x) = \frac{x}{x+2}$
- 1. حدد جبريا صور المجالات التالية : $I = [1, 3]$ و $J = [-1, 1]$ و $K = [0, 2]$ بالدالة f .
- 2. حدد جبريا صور المجالات التالية : $I = [-4, -3]$ و $J =]0, 4]$ و $K =]-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}[$ بالدالة g .
- 3. أنشئ في معلم متعامد و ممنظم المنحنى (C_f) ، ثم حدد هندسيا صور المجالات $I = [1, 3]$ و $J = [-1, 1]$ و $K = [0, 2]$ بالدالة f .
- 4. أنشئ (C_g) في معلم متعامد و ممنظم ، ثم حدد هندسيا صور المجالات $I = [-4, -3]$ و $J =]0, 4]$ و $K =]-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}[$ بالدالة g .

(2) - مركب دالتين عدديتين:

• تعريف:

- لتكن f و g دالتين عدديتين معرفتين على مجالين I و J على التوالي بحيث $f(I) \subseteq J$
- نسمي مركب f و g في هذا الترتيب الدالة h المعرفة على المجال I بما يلي :
- لكل x من I : $h(x) = g[f(x)]$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
f		$f\left(-\frac{b}{2a}\right)$	

- **رتابة** : $\frac{ax+b}{cx+d}$ حيث $c \in \mathbb{R}^*$ و $(a, b) \neq (0, 0)$:

$$\text{لكل } x \text{ من } \mathbb{R} - \left\{-\frac{d}{c}\right\} : g(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$$

لكل x و y من $\mathbb{R} - \left\{-\frac{d}{c}\right\}$ بحيث $x \neq y$ لدينا :

$$\frac{g(x) - g(y)}{x - y} = \frac{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}}{c^2 \left(x + \frac{d}{c}\right) \left(y + \frac{d}{c}\right)}$$

إذن على كل مجال من المجالين $\left]-\frac{d}{c}, +\infty\right[$ و $\left]-\infty, -\frac{d}{c}\right[$ إشارة معدل تغير الدالة g

هي إشارة المحددة $\delta = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ ، و هناك ثلاث حالات ممكنة :

إذا كان $\delta = 0$ فإن الدالة g تكون ثابتة على المجالين $\left]-\frac{d}{c}, +\infty\right[$ و $\left]-\infty, -\frac{d}{c}\right[$.

و إذا كان $\delta < 0$ فإن g تكون تناقصية قطعا على المجالين $\left]-\frac{d}{c}, +\infty\right[$ و $\left]-\infty, -\frac{d}{c}\right[$.

و إذا كان $\delta > 0$ ، فإن g تكون تزايدية قطعا على المجالين $\left]-\frac{d}{c}, +\infty\right[$ و $\left]-\infty, -\frac{d}{c}\right[$.

• **ملحوظة:**

إذا كانت g تزايدية على المجال J فإن ل f و $g \circ f$ نفس الرتبة على المجال I و إذا كانت g تناقصية على المجال J فإن ل f و $g \circ f$ رتبة مختلفة على المجال I .

• **مثال:**

لننشئ جدول تغيرات الدالة العددية h المعرفة بما يلي : $h(x) = \frac{1}{x^2 + 2x}$

لدينا : $h = g \circ f$ حيث : $f(x) = x^2 + 2x$ و $g(x) = \frac{1}{x}$.

و بما أن g تناقصية قطعاً على المجالين $]-\infty, 0[$ و $]0, +\infty[$ فإن ل $h = g \circ f$ و f

رتبة مختلفة على أي مجال I ضمن $\{-2, 0\}$ $D_h = \mathbb{R}$.

نستنتج إذن جدول تغيرات الدالة h إنطلاقاً من جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$
h			-1		

• **تمرين 15:**

نعتبر الدالتين العدديتين f و h بحيث : $f(x) = \frac{1}{x}$ و $h(x) = \frac{4x-1}{x^2}$.

1. أوجد حدودية g من الدرجة الثانية تحقق : $h = g \circ f$.

2. أنشئ جدولتي تغيرات الدالتين العدديتين f و g ، ثم إستنتج رتبة الدالة h على كل

مجال من المجالات التالية : $]-\infty, 0[$ و $]0, \frac{1}{2}[$ و $[\frac{1}{2}, +\infty[$ و أنشئ جدول تغيراتها .

• **تمرين 16:**

1. أنشئ جدول تغيرات الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = -x^2 + x + 6$.

2. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $f(x) \geq \frac{1}{2}$ ، ثم إستنتج رتبة $f \circ f$ و أنشئ جدول تغيراتها .

يرمز للدالة h بالرمز $g \circ f$ ، إذن :

$$g \circ f : \begin{cases} I \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto g \circ f(x) = g[f(x)] \end{cases}$$

• **مثال:**

نعتبر الدالتين العدديتين f و g بحيث : $f(x) = x^2 - 2x$ و $g(x) = x^2 + 2x$

1. أحسب $g \circ f(x)$ و $f \circ g(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ، ثم قارن $g \circ f$ و $f \circ g$.

2. أحسب $f \circ f(x)$ و $g \circ g(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$.

• **ملحوظة:**

بصفة عامة : $g \circ f \neq f \circ g$ ، هذا يعني أن تركيب الدوال عملية غير تبادلية .

• **تعميم:**

إذا كانت f و g دالتين عدديتين معرفتين على D_f و D_g على التوالي ، فإن :

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f / f(x) \in D_g\}$$

$$g \circ f : \begin{cases} D_{g \circ f} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto g \circ f(x) = g[f(x)] \end{cases}$$

• **مثال:**

نعتبر الدالتين العدديتين f و g بحيث : $f(x) = x^2 + x$ و $g(x) = \sqrt{x-6}$.

1. حدد $D_{g \circ f}$ و $D_{f \circ g}$.

ثم أحسب $g \circ f(x)$ لكل x من $D_{g \circ f}$ و $f \circ g(x)$ لكل x من $D_{f \circ g}$.

2. حدد $D_{g \circ g}$ و $D_{(g \circ f) \circ g}$ و $D_{(g \circ f) \circ f}$ و $D_{(g \circ f) \circ (f \circ g)}$.

(3) - **رتبة مركب دالتين:**

• **خاصة 08:**

لتكن f و g دالتين معرفتين على مجالين I و J على التوالي بحيث : $f(I) \subseteq J$.

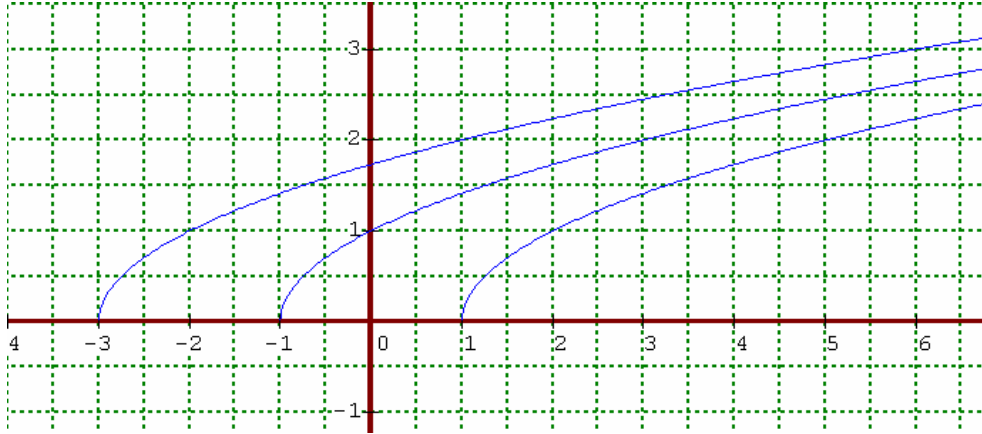
- إذا كانت ل f و g نفس الرتبة على المجالين I و J على التوالي فإن $g \circ f$ تكون

تزايدية على المجال I .

- و إذا كانت ل f و g رتبة مختلفة على المجالين I و J على التوالي فإن $g \circ f$ تكون

تناقصية على المجال I .

لننشئ في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ المنحنيات : (C_3) و (C_1) و (C_{-1}) :



(2) - تمثيل الدوال $x \mapsto ax^3$ حيث $a \in \mathbb{R}^*$:

لكل a من $\mathbb{R}$ نعتبر الدالة f_a المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f_a(x) = ax^3$

و ليكن (C_a) منحناها في معلم متعامد و ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

المنحنى (C_a) متماثل بالنسبة للنقطة O ، لأن f_a دالة فردية .

و لكل x و y من $\mathbb{R}$ بحيث $x \neq y$ لدينا :

$$\frac{f_a(x) - f_a(y)}{x - y} = a(x^2 + xy + y^2)$$

إذن على $\mathbb{R}_+$ إشارة معدل تغير f_a هي إشارة العدد a ، و هناك حالتين :

- في حالة $a > 0$:
الدالة f_a تزايدية قطعا على $\mathbb{R}_+$ ، و بما أنها فردية فإنها أيضا تزايدية قطعا على $\mathbb{R}_-$ و بالتالي فالدالة f_a تزايدية قطعا على $\mathbb{R}$.
- في حالة $a < 0$:
الدالة f_a تناقصية قطعا على $\mathbb{R}_+$ ، و بما أنها فردية فإنها أيضا تناقصية قطعا على $\mathbb{R}_-$ و بالتالي فالدالة f_a تناقصية قطعا على $\mathbb{R}$.

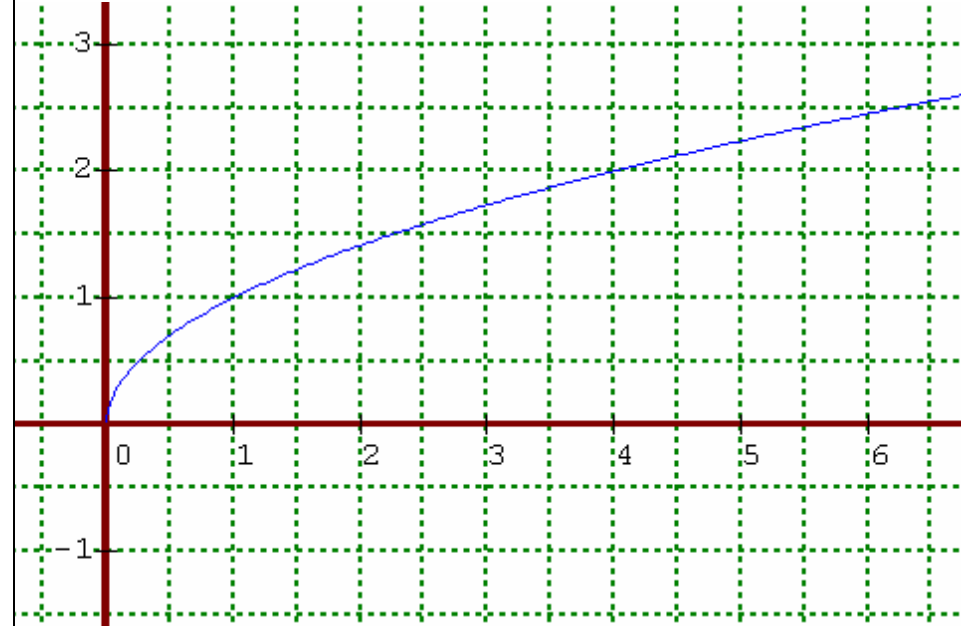
VII - التمثيل المبياني للدوال $x \mapsto \sqrt{x+a}$ و $x \mapsto ax^3$ و $x \mapsto E(x)$:

(1) - تمثيل الدوال $x \mapsto \sqrt{x+a}$ حيث $a \in \mathbb{R}$:

لندرس رتبة الدالة $f : x \mapsto \sqrt{x}$ و ننشئ منحناها (C_0) .

$$\frac{f(x) - f(y)}{x - y} = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} > 0 \quad \text{بحيث } x \neq y \text{ لدينا :}$$

إذن f تزايدية قطعا على المجال $[0, +\infty[$ ، و منحناها يكون على الشكل التالي :



لكل a من $\mathbb{R}^*$ نعتبر الدالة العددية $f_a : x \mapsto \sqrt{x+a}$ و ليكن (C_a) منحناها

في معلم متعامد و ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

لدينا : من جهة $D_{f_a} = [-a, +\infty[$

ومن جهة أخرى : $(C_0) = (C_a)$ حيث t_a هي الإزاحة ذات المتجهة $\vec{u} = -a\vec{i}$.

إذن فالدالة f_a تزايدية قطعا على المجال $[-a, +\infty[$.

(3) - تمثيل الدالة $f : x \mapsto E(x)$:

• تعريف:

الجزء الصحيح $E(x)$ لعدد حقيقي x هو أكبر عدد نسبي أصغر من أو يساوي x هذا يعني أن : $E(x) = k$ يكافئ ($k \in \mathbb{Z}$ و $k \leq x < k+1$) .

• أمثلة:

لكل x من المجال $[2, 3[$ لدينا : $E(x) = 2$.

وبصفة عامة ، لكل x من المجال $[k, k+1[$ حيث $k \in \mathbb{Z}$ لدينا : $E(x) = k$.

• خلاصة ونتائج:

دالة الجزء الصحيح f معرفة من $\mathbb{R}$ نحو $\mathbb{Z}$ كالتالي :

$$f : \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z} \\ x \mapsto k / k \leq x < k+1 \end{cases}$$

إذن الدالة f ثابتة على المجالات من الشكل $I_k = [k, k+1[$ حيث $k \in \mathbb{Z}$

و هي دالة تزايدية على $\mathbb{R}$.

• خاصيات:

- لكل x من $\mathbb{R}$ لدينا : $x = E(x) + r$ حيث $0 \leq r < 1$.

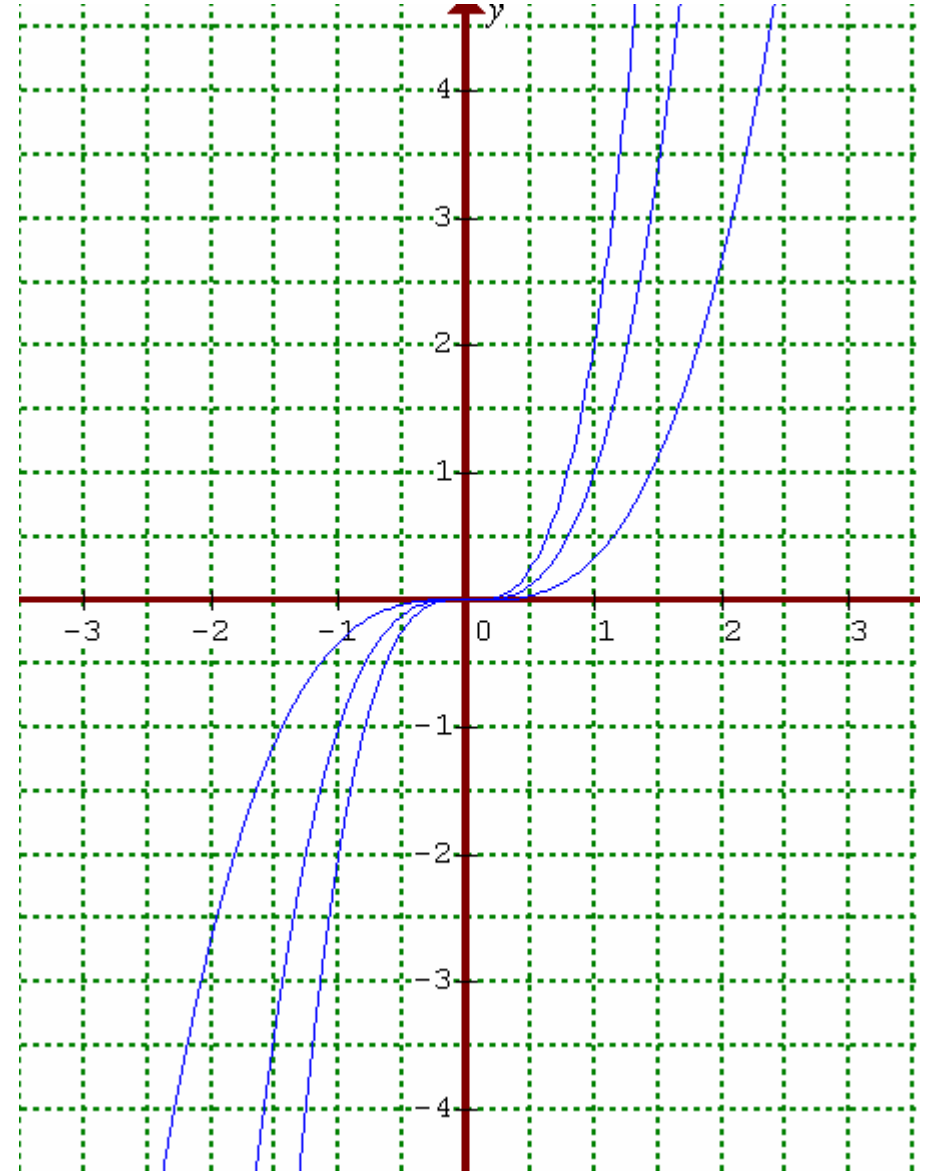
- لكل x من $\mathbb{R}$ و لكل p من $\mathbb{Z}$ لدينا : $E(x+p) = E(x) + p$.

- وبصفة عامة ، لكل (x, y) من $\mathbb{R}^2$ لدينا :

$$E(x+y) = E(x) + E(y) + \varepsilon \text{ حيث } \varepsilon = 0 \text{ أو } \varepsilon = 1$$

$$\text{و } E(x-y) = E(x) - E(y) + \varepsilon \text{ حيث } \varepsilon = 0 \text{ أو } \varepsilon = -1$$

لننشئ في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ المنحنيات (C_1) و (C_2) و $(C_{1/3})$.



ثانوية الفتح - الخميسات
abouzakariya@yahoo.fr