

المجموعات Z و ID و Q و IR

1) مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية Z

$$IN \subset Z$$

$$Z = \{\dots -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$$

أمثلة: $-1275 \in Z$ ؛ $-13,5 \notin Z$ ؛ $\frac{3}{5} \notin Z$ ؛ $\sqrt{2} \notin Z$

2) مجموعة الأعداد العشرية النسبية ID

$$IN \subset Z \subset ID$$

$$ID = \left\{ \frac{p}{10^n} \mid p \in Z \text{ و } n \in IN \right\}$$

أمثلة: $\frac{1}{3} = 0,33333\dots \notin ID$ و $13,205 = \frac{13205}{1000} = \frac{13205}{10^3} \in ID$

3) مجموعة الأعداد الجذرية Q

$$IN \subset Z \subset ID \subset Q$$

$$Q = \left\{ \frac{p}{q} \mid p \in Z \text{ و } q \in Z^* \right\}$$

أمثلة: $\frac{2}{5} \in Q$ و $-\frac{3}{7} \in Q$ و $2,501 = \frac{2501}{1000} \in Q$ و $31 = \frac{31}{1} \in Q$

4) مجموعة الأعداد الحقيقية IR

توجد قياسات لا يمكن التعبير عنها بأعداد جذرية، وقيمها العددية تسمى أعدادا لاجذرية. مثلا العدد اللاجذري $\sqrt{2}$.

تعريف مجموعة الأعداد الحقيقية IR هي المجموعة المكونة من الأعداد الجذرية والأعداد اللاجذرية.

$$IN \subset Z \subset ID \subset Q \subset IR$$

5) العمليات في المجموعة IR

1-5) الجمع والضرب في IR

لكل a و b و c و d من IR لدينا:

- $a + b = b + a$ • (تبادلية الجمع)
- $a + (b + c) = (a + b) + c$ • (تجميعية الجمع)
- $a + 0 = a$ • (0 يسمى العنصر المحايد للجمع)
- $(-a) + a = a + (-a) = 0$ • ($-a$ يسمى مقابل a)
- $ab = ba$ • (تبادلية الضرب)

$$\begin{aligned}
 & (\text{تجميعية الضرب}) & a(bc) &= (ab)c \bullet \\
 & (1 \text{ يسمى العنصر المحايد للضرب}) & 1 \times a &= a \bullet \\
 & (\frac{1}{a} \text{ يسمى مقلوب } a \text{ } (a \neq 0)) & \frac{1}{a} \times a &= a \times \frac{1}{a} = 1 \bullet \\
 & (\text{توزيعية الضرب على الجمع}) & a(b+c) &= ab+ac \bullet \\
 & & (a+b)c &= ac+bc \bullet \\
 & (b \neq 0) & -\frac{a}{b} &= \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} \bullet \\
 & (d \neq 0 \text{ و } b \neq 0) & ad=bc & \text{ يكافئ } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \bullet \\
 & (c \neq 0 \text{ و } b \neq 0) & \frac{a}{b} &= \frac{ca}{cb} \bullet \\
 & (m \neq 0) & \frac{a}{m} + \frac{c}{m} &= \frac{a+c}{m} \bullet \\
 & (d \neq 0 \text{ و } b \neq 0) & \frac{a}{b} + \frac{c}{d} &= \frac{ad+bc}{bd} \bullet \\
 & (d \neq 0 \text{ و } b \neq 0) & \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} &= \frac{ac}{bd} \bullet \\
 & (b \neq 0 \text{ و } a \neq 0) & \frac{1}{\frac{a}{b}} &= \frac{b}{a} \bullet \\
 & (d \neq 0 \text{ و } c \neq 0 \text{ و } b \neq 0) & \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} &= \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc} \bullet
 \end{aligned}$$

2-5) قواعد الحساب في IR

لكل a و b و c من IR لدينا:

$$\begin{aligned}
 & a = c - b & \text{يكافئ} & a + b = c \bullet \\
 & (b \neq 0) & a = \frac{c}{b} & \text{يكافئ} & ab = c \bullet \\
 & & a + c = b + c & \text{يكافئ} & a = b \bullet \\
 & (c \neq 0) & ac = bc & \text{يكافئ} & a = b \bullet \\
 & & b = 0 \text{ أو } a = 0 & \text{يكافئ} & ab = 0 \bullet \\
 & & b \neq 0 \text{ و } a \neq 0 & \text{يكافئ} & ab \neq 0 \bullet
 \end{aligned}$$

التمرين 1. بين أن $\frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-a)(b-c)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)} = 0$

2. أحسب: $\frac{5 - \frac{1}{2}}{3 + \frac{1}{2}} \times \frac{1 + \frac{2}{5}}{3 - \frac{1}{4}} \times \frac{\frac{4}{3} - \frac{1}{6}}{8 - \frac{1}{9}}$

3-5 الجذور المربعة

تعريف a عدد حقيقي موجب. الجذر المربع للعدد a هو العدد الحقيقي الموجب b الذي مربعه

يساوي a ، ويرمز له بالرمز $\sqrt{a}$ ونكتب: $\sqrt{a} = b$ يعني $b^2 = a$

أمثلة: $\sqrt{9} = 3$ لأن $3^2 = 9$ ؛ $\sqrt{2} = 1,4142135...$

خصائص • لكل x و y من IR^+ :

- $\sqrt{x \cdot y} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$ ؛ $\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$ ($y \neq 0$) ؛ $(\sqrt{x})^2 = x$

- $\sqrt{x} = \sqrt{y}$ يكافئ $x = y$

• لكل x من IR^+ : $\sqrt{x^2} = x$

• لكل x من IR^- : $\sqrt{x^2} = -x$

التمرين 2. 1. أحسب الجذر المربع لكل من الأعداد التالية:

625 ؛ 1024 ؛ 10^8 ؛ $\frac{81}{64}$ ؛ 0,16

2. بسط الأعداد التالية: $\sqrt{3\sqrt{121} + 3}$ ؛ $\sqrt{75} \times \sqrt{27}$ ؛ $\sqrt{6^2 + 8^2}$

4-5 قوى عدد حقيقي.

تعريف $a \in IR$ و $n \in IN^*$

$a^n = a \times a \times \dots \times a$ و $a^0 = 1$ و $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ($a \neq 0$)

العدد a^n يسمى قوة العدد a ذات الأس n .

قوى العدد 10

$10^4 = 10000$ (4 أصفار) و $10^{-5} = 0.00001$ (5 أصفار)

$$\begin{aligned}
 m \in \mathbb{Z} \quad , \quad n \in \mathbb{Z} \quad ; \quad b \in \mathbb{R} \quad ; \quad a \in \mathbb{R} \\
 (a \neq 0) \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad ; \quad a^n \times a^m = a^{n+m} \\
 (b \neq 0) \quad \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \quad ; \quad a^n \times b^n = (ab)^n \\
 (a \geq 0) \quad \sqrt[n]{a^n} = (\sqrt[n]{a})^n \quad ; \quad (a^n)^m = a^{n \times m}
 \end{aligned}$$

نتائج

الكتابة العلمية لعدد عشري

$$0,0000351 = 3,51 \times 10^{-5} \quad ; \quad 34210000 = 3,421 \times 10^7 \quad : \text{أمثلة}$$

التمرين 3 بسط التعابير التالية:

$$\frac{7^2 \times 55 \times 2^{-4}}{(49 \times 121)^{-2}} \quad ; \quad 3^2 \times (9^2)^{-4} \times 27 \times 81 \quad ; \quad 7^3 \times 21^{-5} \times 35^2 \times (5^{-1})^4$$

5-5 المتطابقات الهامة

$ \begin{aligned} (a+b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ (a-b)^3 &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \\ a^3 - b^3 &= (a-b)(a^2 + ab + b^2) \\ a^3 + b^3 &= (a+b)(a^2 - ab + b^2) \end{aligned} $	ليكن $a \in \mathbb{R}$ و $b \in \mathbb{R}$: $ \begin{aligned} (a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ (a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \\ a^2 - b^2 &= (a-b)(a+b) \end{aligned} $
---	---

خصائص

6-5 النشر والتعميل

نشر جداء هو تحويله إلى جمع وتعميل مجموع هو تحويله إلى جداء.

التمرين 4

$$\begin{aligned}
 1. \text{ أنشر التعبيرين التاليين: } (x+2)(x^2-2x+3) \quad ; \quad (x-\frac{1}{3})(5x-\frac{1}{4}) \\
 2. \text{ عمل التعبيرين التاليين: } (7x-1)+(49x^2-1) \quad ; \quad x^3+2x^2-x-2
 \end{aligned}$$

التمرين 5

عمل التعابير التالية:

$$(a+b)^3 - (a-b)^3 \quad ; \quad a^3 + b^3 + a^2 - b^2 \quad ; \quad a^3 - b^3 + a^2 - b^2$$

التمرين 6

انشر التعابير التالية:

$$\begin{aligned}
 (\sqrt{a}-1)(a+\sqrt{a}+1) \\
 (2\sqrt{a}-3\sqrt{b})(4a+6\sqrt{ab}+9b) \\
 (3\sqrt{a}+5\sqrt{b})(9a-15\sqrt{ab}+25b)
 \end{aligned}$$