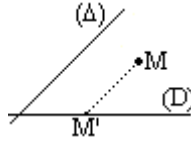


الإسقاط

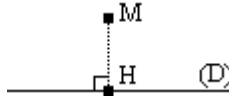
1. مسقط نقطة على مستقيم - الإسقاط على مستقيم بتواز مع آخر



تعريف

- ✓ ليكن (D) و (Δ) مستقيمين متقاطعين و M نقطة من المستوى.
- مسقط النقطة M على (D) بتواز مع (Δ) هو نقطة تقاطع (D) مع المستقيم الموازي للمستقيم (Δ) والمار من M .
- ✓ العلاقة التي تربط كل نقطة M من المستوى بمسقطها M' على المستقيم (D) بتواز مع المستقيم (Δ) تسمى الإسقاط على (D) بتواز مع (Δ) .

2. الإسقاط العمودي على مستقيم



تعريف

- (D) مستقيم و M نقطة من المستوى.
- ✓ **المسقط العمودي** للنقطة M على المستقيم (D) هي نقطة تقاطع (D) مع المستقيم المار من M والعمودي على (D) ، ويرمز لها عادة بـ H .
- ✓ **الإسقاط العمودي** هي العلاقة التي تربط كل نقطة من المستوى بمسقطها العمودي على (D) .

3. خاصيات أولية

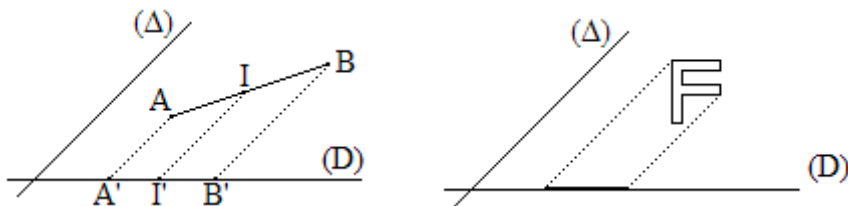
تعريف

وخاصية

خاصية

- ✓ نقول أن نقطة M **صامدة** بالإسقاط على مستقيم (D) بتواز مع مستقيم (Δ) إذا كان مسقطها هو النقطة M نفسها.
- ✓ مجموعة النقط الصامدة بالإسقاط على (D) بتواز مع (Δ) هي المستقيم (D) .

- لتكن A نقطة من مستقيم (D) .
- مجموعة النقط التي لها نفس المسقط A على (D) بتواز مع (Δ) هي المستقيم المار من A والموازي للمستقيم (Δ) .



تعريف

نعتبر الإسقاط على مستقيم (D) بتواز مع مستقيم (Δ) و (F) شكلا في المستوى. مسقط الشكل (F) هو مجموعة مسافات نقط (F) على (D) بتواز مع (Δ) .

خاصية

نعتبر الإسقاط على مستقيم (D) بتواز مع مستقيم (Δ) و (F) شكلا في المستوى و (F') جزء من المستقيم (D) .
يكون (F') مسقط الشكل (F) إذا وفقط إذا كان:
- مسقط كل نقطة من (F) ينتمي إلى (F') .
- كل نقطة من (F') هي مسقط نقطة على الأقل من (F) .

أ) مسقط قطعة

خاصية

لتكن A و B نقطتين مختلفتين في المستوى و A' و B' مسقطيهما على التوالي على مستقيم (D) بتواز مع مستقيم (Δ) ، مسقط القطعة $[AB]$ هو القطعة $[A'B']$.

ب) الإسقاط يحافظ على منتصف قطعة

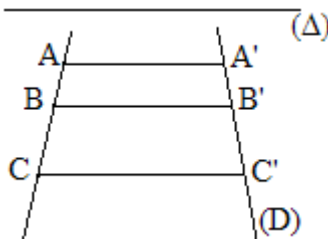
خاصية

ليكن A' و B' مسقطي نقطتين A و B من المستوى على التوالي على مستقيم (D) بتواز مع مستقيم (Δ) . مسقط منتصف القطعة $[AB]$ هو منتصف القطعة $[A'B']$.

5. مبرهنة طاليس المباشرة متجهيا

خاصية

ليكن (D) و (Δ) مستقيمين متقاطعين و A و B و C ثلاث نقط مستقيمية و A' و B' و C' مساقطها على التوالي على (D) بتواز مع (Δ) .
إذا كان $\overrightarrow{AC} = \alpha \overrightarrow{AB}$ حيث $(\alpha \in \mathbb{R})$ فإن $\overrightarrow{A'C'} = \alpha \overrightarrow{A'B'}$.



أ) مبرهنة طاليس والمسافة

مبرهنة

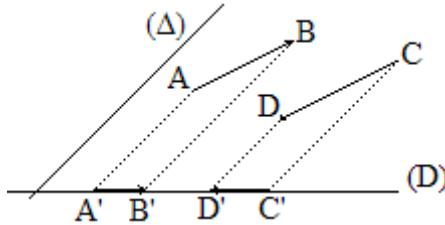
ليكن (D) و (Δ) مستقيمين متقاطعين و A و B و C ثلاث نقط مستقيمة من المستوى حيث $AB \neq B$ لا يوازي (Δ) و $A \neq B$.

إذا كانت A' و B' و C' مساقط A و B و C على التوالي على (D) بتواز مع (Δ)

$$\frac{AC}{AB} = \frac{A'C'}{A'B'} \quad \text{فإن}$$

ملاحظة : الإسقاط لا يحافظ على المسافة.

ب) الإسقاط ومعامل استقامية متجهتين



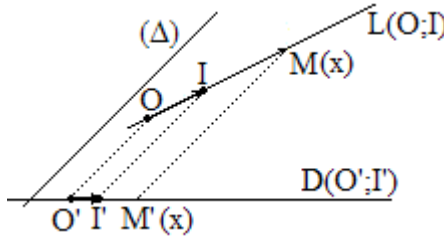
مبرهنة

ليكن (D) و (Δ) مستقيمين متقاطعين و A و B و C و D أربع نقط و A' و B' و C' و D' مساقطها على التوالي على (D) بتواز مع (Δ) .

إذا كان $\overrightarrow{CD} = k \overrightarrow{AB}$ حيث $k \in \mathbb{R}$ فإن $\overrightarrow{C'D'} = k \overrightarrow{A'B'}$.

نبر عن هذا بقولنا الإسقاط يحافظ على معامل استقامية متجهتين.

ج) الإسقاط والمحور



خاصية

ليكن (D) و (Δ) مستقيمين متقاطعين و $L(O;I)$ محور حيث L لا يوازي (Δ) و O' و I' هما على التوالي مسقطي O و I على (D) بتواز مع (Δ) (أنظر الشكل أعلاه).

لنكن نقطة M من (L) و M' مسقطها على (D) بتواز مع (Δ) .

إذا كان x أفصول M في المحور $L(O;I)$ فإن x هو أفصول M' في المحور $D(O';I')$.

6. مبرهنة طاليس العكسية متجهيا

مبرهنة

ليكن (D) و (Δ) مستقيمين متقاطعين و A و B و C ثلاث نقط مستقيمة و A' و B' و C' ثلاث نقط من (D) حيث A' و B' هما على التوالي مسطوي A و B على (D) بتواز مع (Δ) .
إذا كان $\overrightarrow{AC} = \alpha \overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{A'C'} = \alpha \overrightarrow{A'B'}$ حيث $(\alpha \in \mathbb{R})$ فإن C' هي مسقط C على (D) بتواز مع (Δ) .

7. الإسقاط وتساوي متجهتين

مبرهنة

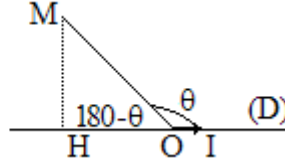
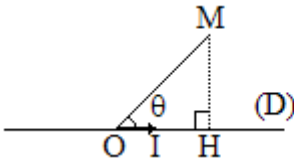
ليكن (D) و (Δ) مستقيمين متقاطعين و A و B و C و D أربع نقط و A' و B' و C' و D' مساقطها على التوالي على (D) بتواز مع (Δ) .
إذا كان $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$ فإن $\overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{A'B'}$.

8. الإسقاط ومجموع متجهتين

خاصية

ليكن (D) و (Δ) مستقيمين متقاطعين و A و B و C و D و E و F نقطة من المستوى
و A' و B' و C' و D' و E' و F' مساقطها على التوالي على (D) بتواز مع (Δ) .
إذا كان $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{EF}$ فإن $\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{E'F'}$.

9. أفصول المسقط العمودي لنقطة على محور



خاصية

إذا كان H هو المسقط العمودي لنقطة M على محور $D(O;I)$ حيث $(OI = 1)$ و θ قياس الزاوية $(\widehat{IOM})$ فإن أفصول H هو:

$$OM \times \cos \theta \quad \checkmark \quad \text{إذا كان } 0 \leq \theta \leq 90^\circ$$

$$-OM \times \cos(180^\circ - \theta) \quad \checkmark \quad \text{إذا كان } 90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$$