

<http://www.meljohra.ift.cx>

Fonctions primitives

meljohra@gmail.com

EL JOHRA MOHAMED

الدوال الأصلية.....	3
الحصة الأولى.....	3
I. الدوال الأصلية لدالة متصلة على مجال.....	3
1. نشاط.....	3
تعريف.....	3
خاصية 1.....	3
خاصية 2.....	3
خاصية 3 مقبولة.....	3
تمرين 1 ص 51.....	3
الحصة الثانية.....	4
II. الدوال الأصلية لمجموع دالتين - الدوال	4
الأصلية لجداء دالة و عدد حقيقي	4
1. خاصية 4.....	4
2. جدول دوال أصلية لدوال اعتيادية.....	4
الدوال الأصلية و العمليات.....	4
3. تمرين 1.....	4
4. الحل.....	5
5. تمرين 2.....	5

الدوال الأصلية

الحصة الأولى

I. الدوال الأصلية لدالة متصلة على مجال

1. نشاط

لتكن F الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $F(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + 1$ و f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$

بما يلي: $f(x) = x^2 - 2x$.

1. تحقق من أن: لكل x من $\mathbb{R}$ لدينا $F'(x) = f(x)$.

نقول في هذه الحالة أن F دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

لتكن G الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $G(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + 5$

2. بين أن G هي كذلك دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

لتكن H دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

3. أحسب $H' - F'$ ثم استنتج أن $H - F$ دالة ثابتة

4. استنتج أن: $(\exists c \in \mathbb{R}); (\forall x \in \mathbb{R}); H(x) = F(x) + c$

5. حدد الدالة الأصلية K للدالة f على $\mathbb{R}$ والتي تحقق $K(1) = -\frac{2}{3}$.

تعريف

لتكن f دالة عددية معرفة على مجال I .

نسمي دالة أصلية للدالة f على I ، كل دالة F قابلة للاشتقاق على I ، ومشتقتها هي f . أي $(\forall x \in I), F'(x) = f(x)$.

خاصية 1

لتكن f دالة عددية معرفة على مجال I ، و F دالة أصلية للدالة f على I .

الدوال الأصلية للدالة f على I هي المعرفة على I بما يلي: $x \rightarrow F(x) + k$ حيث k عدد حقيقي ثابت

خاصية 2

لتكن f دالة عددية معرفة على مجال I و y_0 عنصرا حقيقيا معلوما. إذا كانت f تقبل دالة أصلية على I فإنه توجد دالة

أصلية وحيدة G للدالة f على I بحيث $G(x_0) = y_0$

خاصية 3 مقبولة

كل دالة متصلة على مجال I تقبل دالة أصلية على I .

تمرين 1 ص 51.

الحصة الثانية

II. الدوال الأصلية لمجموع دالتين - الدوال الأصلية لجداء دالة و عدد حقيقي

1. خاصية 4

لتكن f و g دالتين عديتين معرفتين على مجال I ، و k عددا حقيقيا.
إذا كانت F و G دالتين أصليتين على التوالي للدالتين f و g على I فإن:
الدالة $F+G$ دالة أصلية للدالة $f+g$ على I .
الدالة kF دالة أصلية للدالة kf على I .

2. جدول دوال أصلية لدوال اعتيادية

انطلاقا من القراءة العكسية لجدول مشتقات الدوال الاعتيادية نحصل على الجدول التالي:

I معرفة على مجال f الدالة	I على المجال f الدوال الأصلية للدالة	I المجال
$x \rightarrow k ; k \in IR$	$x \rightarrow kx + c ; c \in IR$	IR
$x \rightarrow x^n ; n \in IN^*$	$x \rightarrow \frac{1}{n+1} x^{n+1} + c ; c \in IR$	IR
$x \rightarrow \frac{1}{x^n} = x^{-n} ; n \in IN^* - \{1\}$	$x \rightarrow \frac{1}{-n+1} x^{-n+1} + c ; c \in IR$	$]0, +\infty[$ أو $]-\infty, 0[$
$x \rightarrow x^r ; r \in Q^* - \{1\}$	$x \rightarrow \frac{1}{r+1} x^{r+1} + c ; c \in IR$	$]0, +\infty[$
$x \rightarrow \cos(x)$	$x \rightarrow \sin(x) + c ; c \in IR$	IR
$x \rightarrow \sin(x)$	$x \rightarrow -\cos(x) + c ; c \in IR$	IR
$x \rightarrow 1 + \tan(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$	$x \rightarrow \tan(x) + c ; c \in IR$	$\left] -\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi \right[; k \in Z$

الدوال الأصلية و العمليات

الدالة f معرفة على مجال I	الدوال الأصلية للدالة f على المجال I	ملاحظات
$u' u^n ; n \in IN^*$	$\frac{1}{n+1} u^{n+1}$	
$u' u^r ; r \in Q^* - \{-1\}$	$\frac{1}{r+1} u^{r+1}$	U موجبة قطعاً على I
$u' + v'$	$u + v$	
$u' v + uv'$	uv	
$\frac{u' v - uv'}{v^2}$	$\frac{u}{v}$	V لا تنعدم على I

3. تمرين 1

حدد الدوال الأصلية للدالة f المعرفة على المجال I في الحالات التالية:

1. $I=\mathbb{R} \quad f(x) = 5x^4 + 3x^2 + x$

2. $I=\mathbb{R} \quad f(x) = (2x-1)(x^2-x+1)^2$

3. $I=[2, +\infty[\quad f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$

4. $I]=-\infty, -1[\quad f(x) = \frac{x}{(x^2-1)^2}$

4. الحل

5. تمرين 2

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $[0, +\infty[$ بما يلي: $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}$

1. حدد العددين a و b بحيث: $(\forall x \in [0, +\infty[); f(x) = a + \frac{b}{(x+1)^2}$

2. استنتج الدالة الأصلية F للدالة f على $[0, +\infty[$ و التي تحقق $F(1) = \frac{5}{2}$