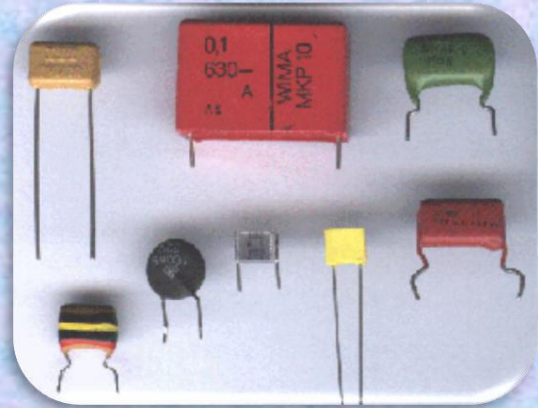
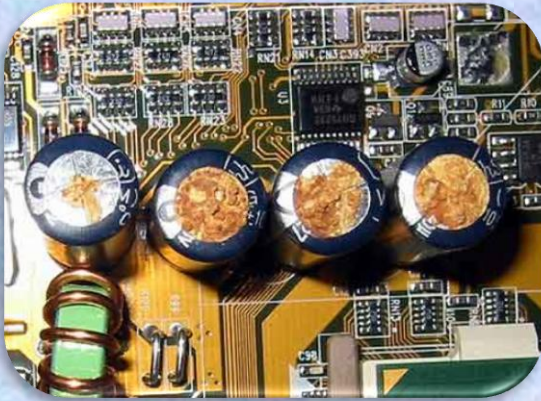


ثنائي القطب RC

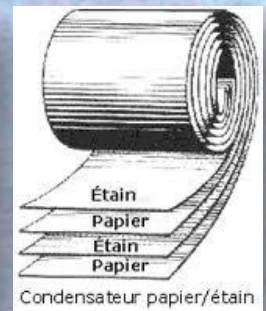
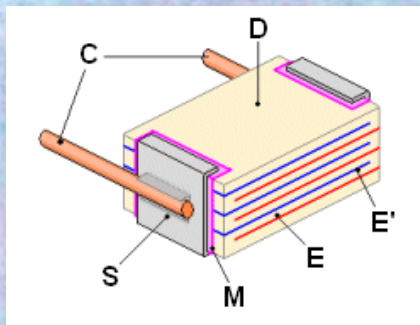


فرق الجهد بين سحابة و سطح الأرض يمكن أن يصل إلى 10^9 V مباشرة قبل حدوث البرق : الطاقة المخزنة في هذه المجموعة الطبيعية تستعاد خلال البرق . مركبة كهربائية ، تسمى المكثف ، تختزن الطاقة بنفس الشكل

(1) المكثفات : (les condensateurs)



عازل استقطابي من السيراميك	:	D
(إلكترودين) لبوسي المكثف	:	E E'
فلز يربط بين الإلكتروودات	:	M
التحام للمرباط	:	S
مرباط	:	C

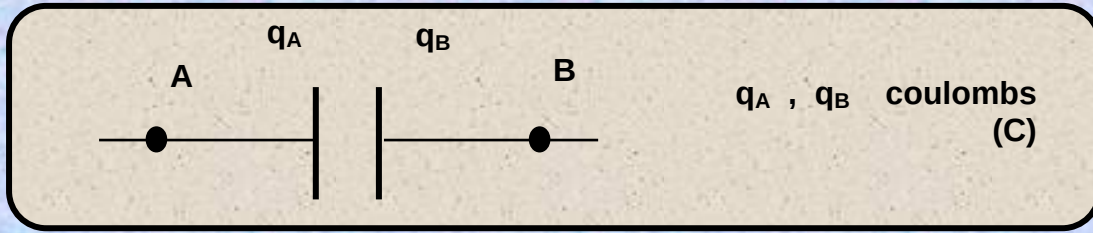


المكثف مركبة كهربائية تستعمل في عدة أجهزة : مولدات التوتر ، منظم ضربات القلب ، و ماض آلة التصوير ، حاسوب ،

1-1 (وصف ، رمز و شحنة اللبوسين .

يتكون المكثف من موصلين في مواجهة بعضهما البعض و يسميان باللبوسين . يوجد بين هذين اللبوسين عازل الاستقطابي . نمثل رمزيا مكثف بلبوسيه .

نربط مكثفا بعمود : عندما يصل إلكترون إلى لبوس ، يكون إلكترون آخر قد غادر اللبوس الثاني ، مما يدل على أن اللبوسين مشحونين و يوجد بينهما فرق في الجهد . يمكن إذن أن يوجد تيار كهربائي في الدارة ، رغم توفرها على عازل . هذه الظاهرة مرحلة انتقالية فقط وليست دائمة : عند توقف انتقال الإلكترونات ، شدة التيار تنعدم ، و اللبوسين يحافظان على شحنة قصوية .



الشحن المحمولة من طرف اللبوسين دائما متساوية و لها إشارتين مختلفتين . إجمالا المكثف محايد كهربائيا رغم وجود توتر بين لبوسيه.



2-1 (العلاقة شحنة - شدة تيار

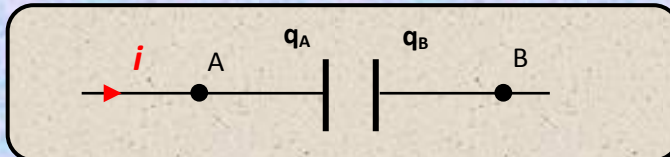
تمثل شدة التيار الكهربائي سبب الشحنات الكهربائية في الدارة . خلال مدة زمنية معينة $\Delta t = t - t_0$ تتراكم على اللبوس A الشحنة

$$I_m = \frac{\Delta q_A}{\Delta t} \quad \Delta q_A = q_A(t) - q_A(t_0) \quad \text{الشدة المتوسطة للتيار الكهربائي هي :}$$

$$i(t_0) = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{q_A(t) - q_A(t_0)}{t - t_0} \quad \text{تعرف شدة التيار اللحظية عند لحظة } t_0 \text{ بالعلاقة :}$$

$$i(t) = \frac{dq_A}{dt} \quad \text{أي عند لحظة } t \text{ معينة (كاللحظة } t_0 \text{) و باعتماد تعريف المشتقة :}$$

في حالة المكثف ، يعبر عن شدة التيار بالمشتقة بالنسبة للزمن للشحنة اللبوس A ، و باتخاذ الاصطلاح مستقبل التالي :

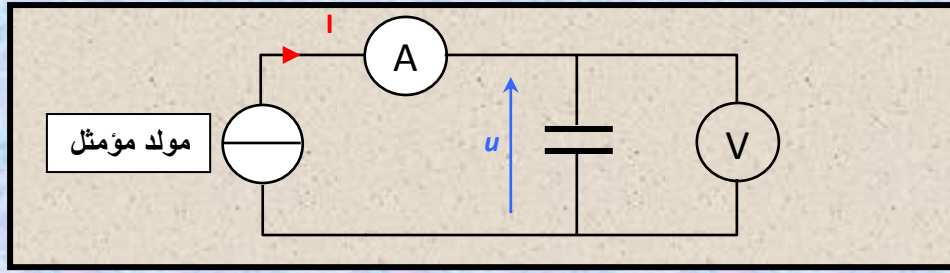


3-1 (العلاقة شحنة - توتر .

يمكن أن نبرهن تجريبيا أنه عند كل لحظة ، النسبة $\frac{q_A(t)}{u_{AB}(t)}$ تبقى ثابتة كيفما كانت شدة التيار المار في الدارة ، و في حدود التوتر

القصوي الذي يتحمله المكثف . مع $q_A(t)$ شحنة اللبوس A و $u_{AB}(t)$ التوتر الموجود بين مربطي المكثف .

لإنجاز التجربة نستعمل مولدا مؤمثلا للتيار كما هو مبين في الشكل التالي :

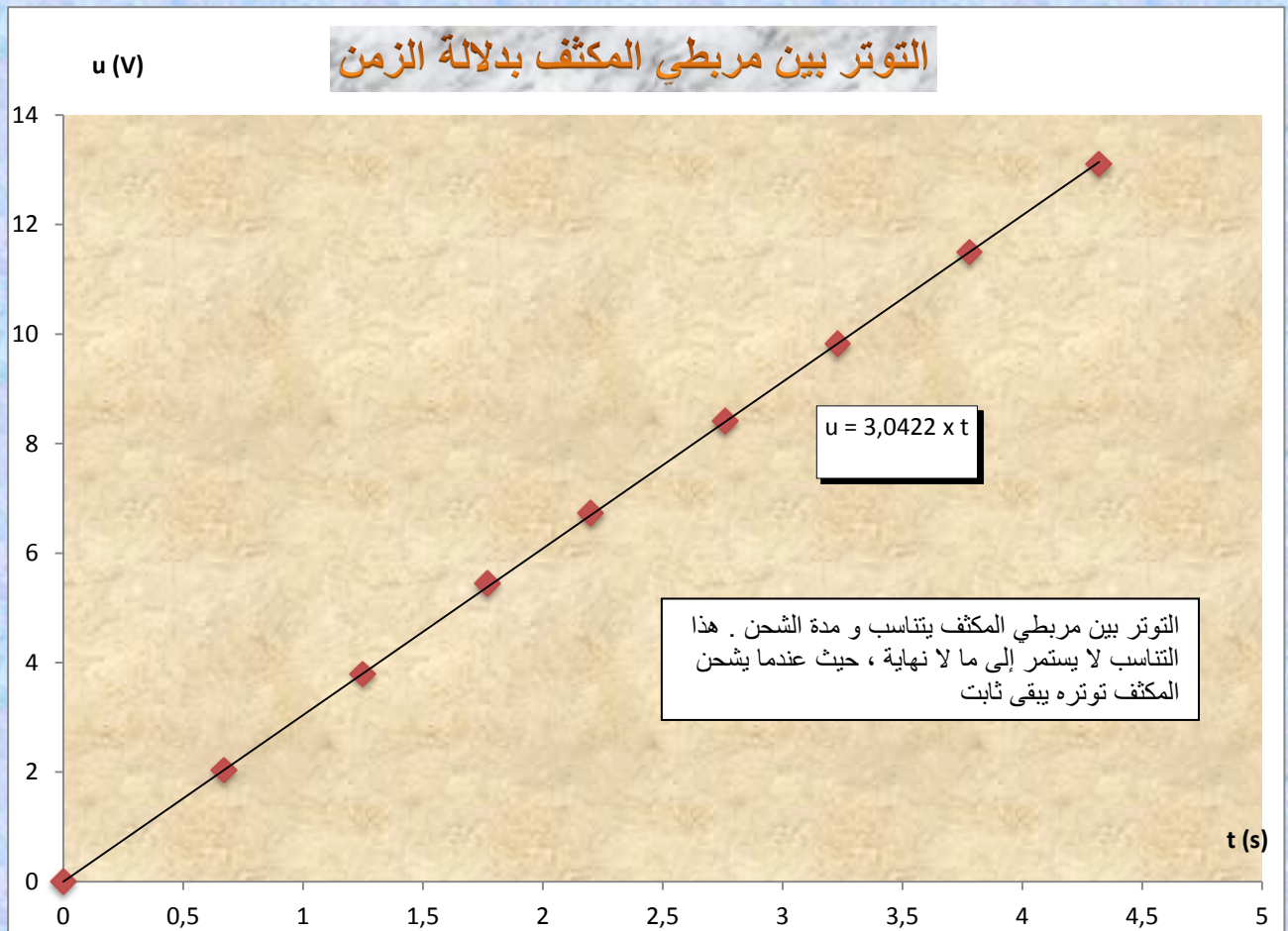


المكثف المستعمل يحمل الإشارة $C = 5,00.10^{-6} \text{ F}$. شدة التيار ثابتة و تساوي $I = 15\mu\text{A}$.
النتائج المحصل عليها مدونة في الجدول التالي :

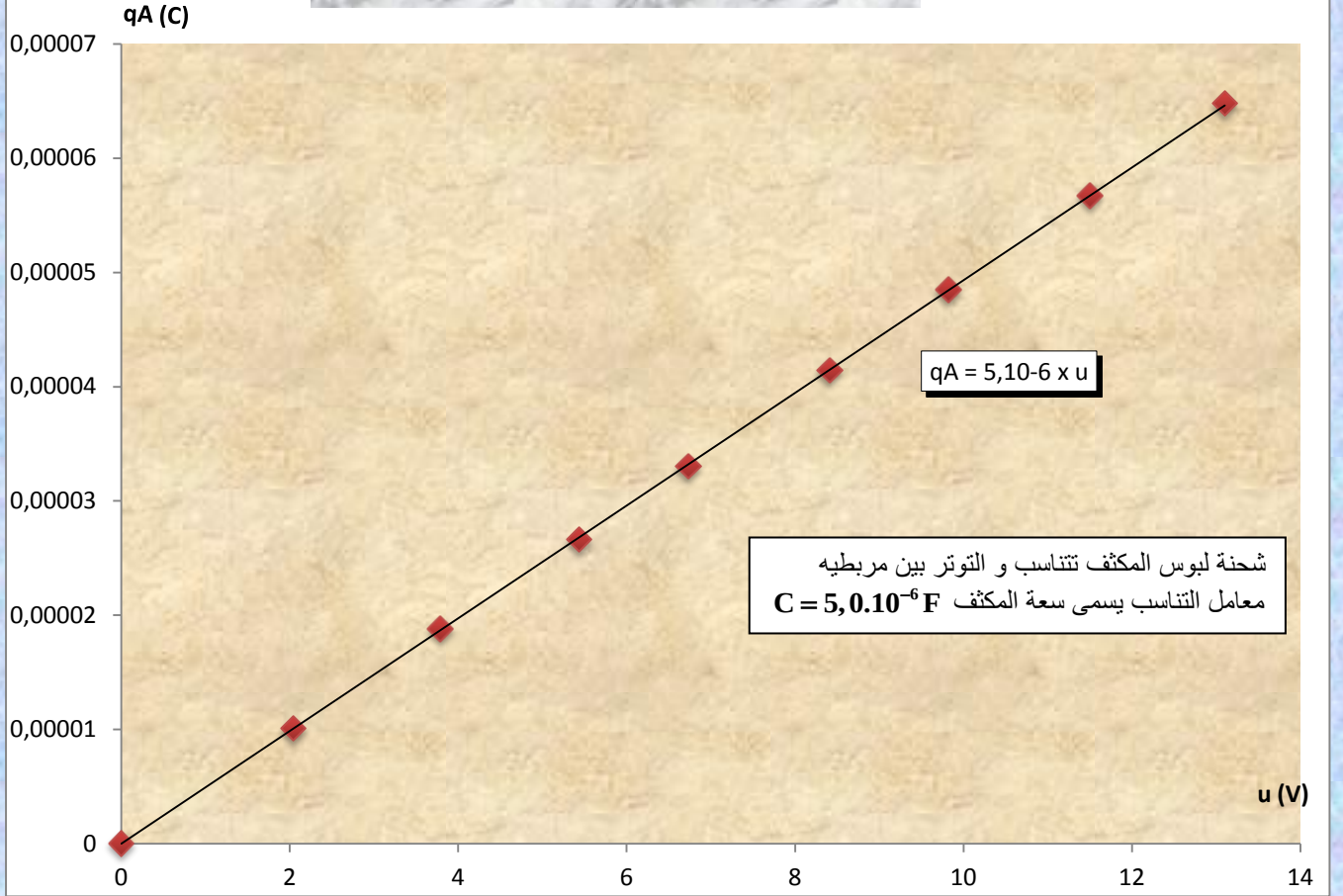
t (s)	0	0,67	1,25	1,77	2,20	2,76	3,23	3,78	4,32
u (V)	0	2,04	3,79	5,44	6,73	8,41	9,82	11,5	13,1
q _A (10 ⁻⁶ C)	0	10,1	18,8	26,6	33,0	41,4	48,5	56,7	64,8

بما أن شدة التيار ثابتة ، شحنة اللبوس A تحقق في كل لحظة العلاقة : $q_A = I.t$

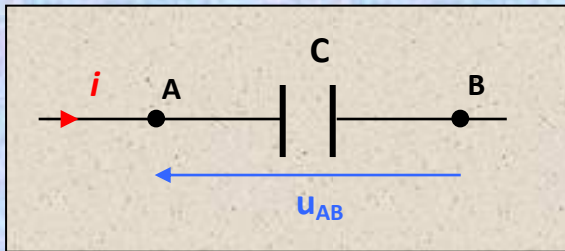
$$i(t) = \frac{dq_A}{dt} = I \Rightarrow q_A(t) = I \times t \quad \text{حيث :}$$



شحنة المكثف بدلالة التوتر بين مربطيه



الشحنة $q_A(t)$ لمكثف تتناسب و التوتر بين مربطيه $u_{AB}(t)$. معامل التناسب، يرمز له بـ C ، و يسمى سعة المكثف و يعبر عنه بوحدة الفراد (F) farads. و هو مقدار دائما موجب. الفراد وحدة كبيرة لدى تستعمل عادة أجزاء الفراد مثل: الميلي فراد $1mF = 10^{-3} F$ أو الميكرو فراد $1\mu F = 10^{-6} F$.



$$q_A(t) = C \times u_{AB}(t)$$

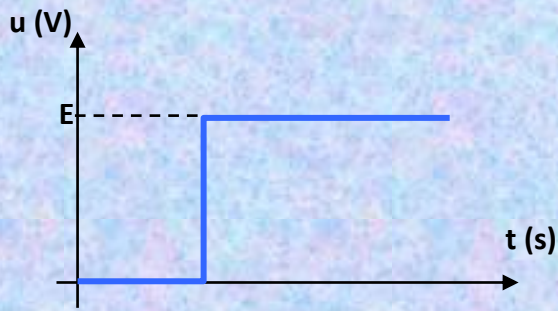
q_A (C) بوحدة الكلومب
 C (F) بوحدة الفراد
 u_{AB} (V) بوحدة الفولط

* ملحوظة : العلاقة أعلاه صحيحة فقط باعتماد الاصطلاح مستقبلي بالنسبة للمكثف.

2 (ثنائي القطب RC على التوالي .

1-2 (النتائج التجريبية .

ندرس استجابة ثنائي القطب RC على التوالي لرتبة توتر صاعدة أو نازلة .

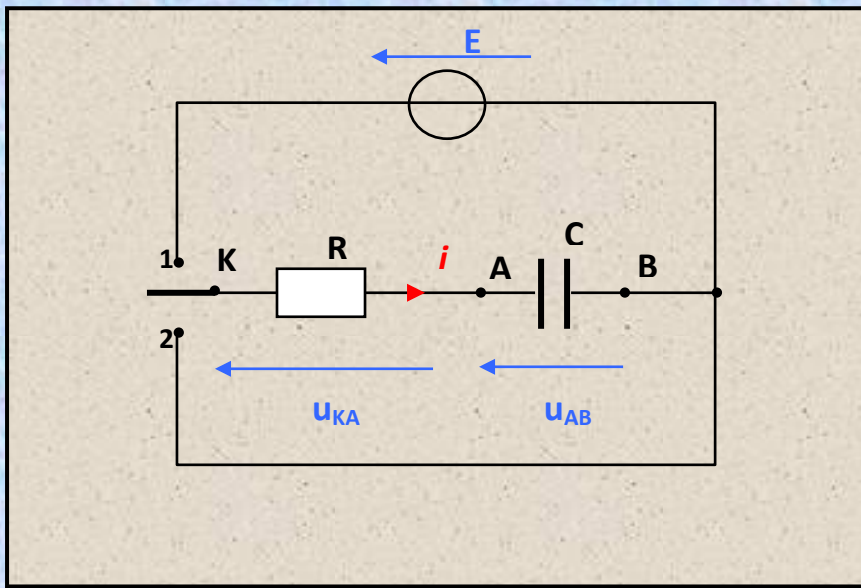


رتبة توتر صاعدة



رتبة توتر نازلة

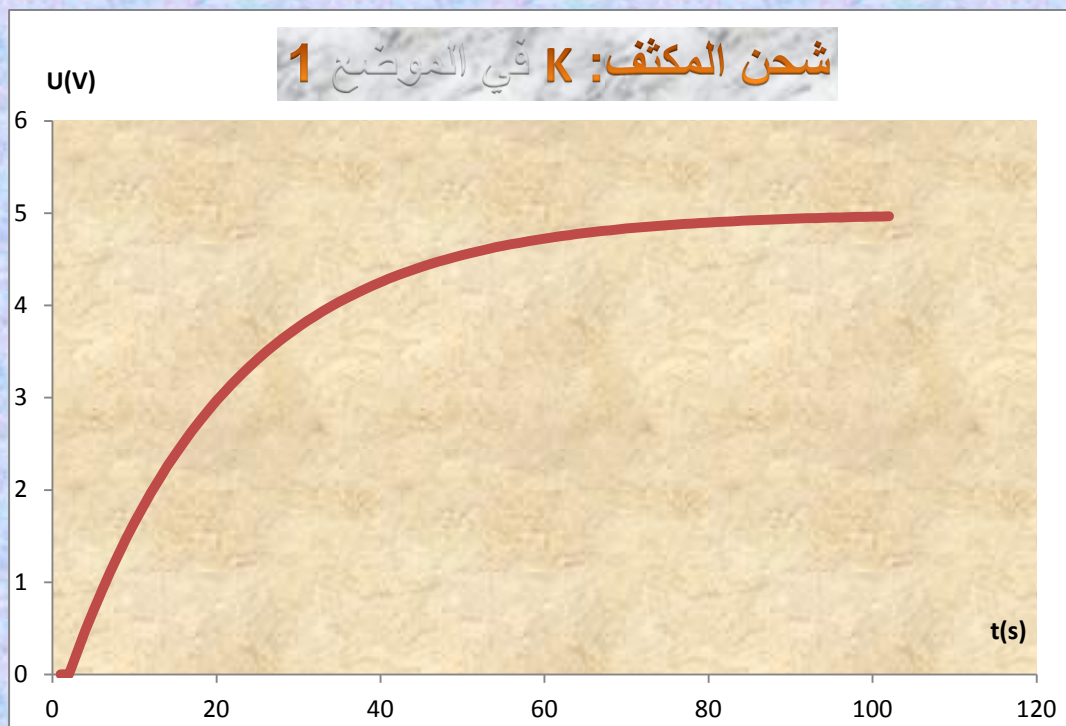
التركيب التجريبي المستعمل هو التالي :



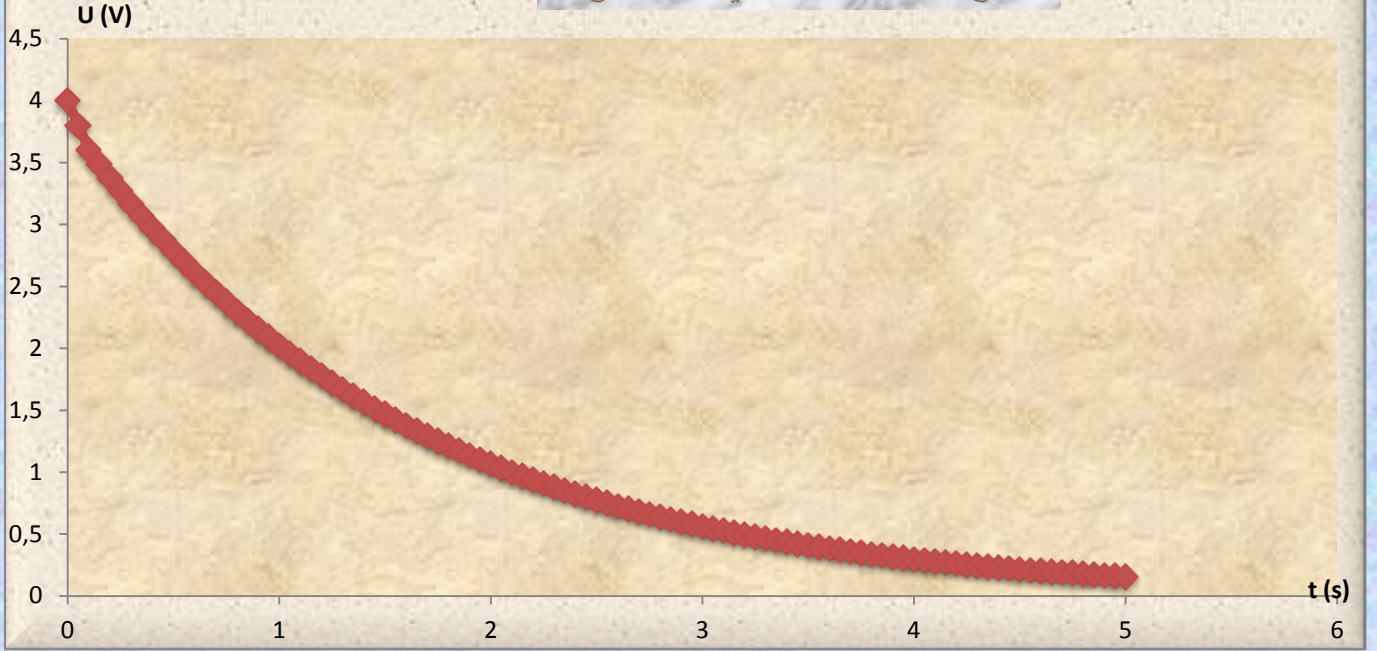
قاطع التيار K الموضع 1 :
ثنائي القطب RC خاضع
لرتبة توتر صاعدة

قاطع التيار K الموضع 2 :
ثنائي القطب RC خاضع
لرتبة توتر نازلة

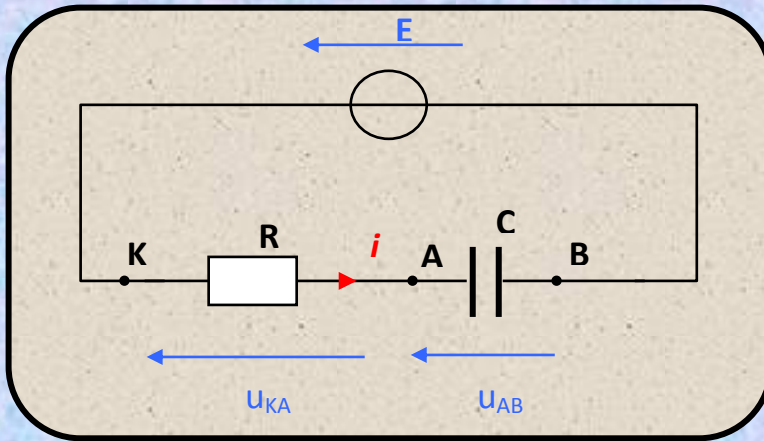
النتائج المحصل عليها كالتالي :
نلاحظ نظام انتقالي متبوع بنظام دائم .



تفريغ المكثف : K في الموضع 2



2-2) الاستجابة لرتبة توتر صاعدة .
نطبق قوانين الكهرباء على الدارة السابقة في حالة قاطع التيار في الموضع 1 :



حسب قانون إضافية التوترات :

$$E = u_{AB}(t) + u_{KA}(t)$$

حسب قانون أوم ، و تعبير شدة التيار المتعلق بالمكثف :

$$u_{KA}(t) = R i(t) = R \frac{dq_A}{dt} = RC \frac{du_{AB}}{dt}$$

$$E = u_{AB}(t) + RC \frac{du_{AB}}{dt} \quad \text{و منه :}$$

$$\frac{du_{AB}}{dt} = -\frac{1}{RC} u_{AB}(t) + \frac{E}{RC}$$

التوتر $u_{AB}(t)$ يحقق اذن المعادلة التفاضلية السابقة التي تقبل كحل لها :

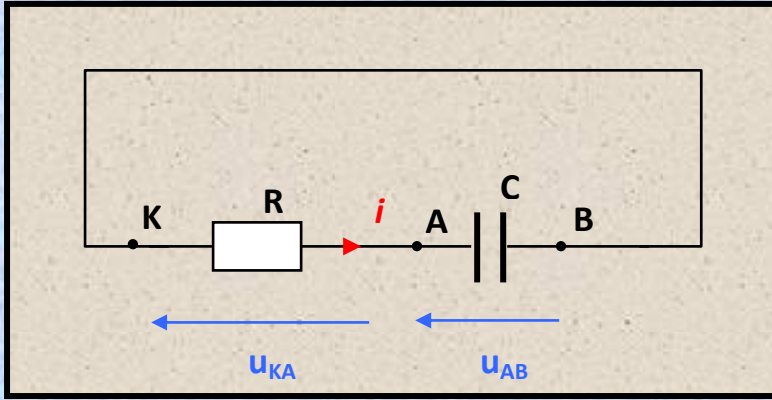
$$u_{AB}(t) = K e^{-\frac{t}{RC}} + E$$

نحدد الثابتة K باعتماد الشروط البدئية : عند $t=0$ ،

لدينا اذن $K = u_{AB}(t=0) - E$ ، عندما يكون $u_{AB}(t=0) = 0$ فإن $K = -E$
حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل :

$$u_{AB}(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

2-3) الاستجابة لرتبة توتر نازلة .
نضع قاطع التيار في الموضع 2 فنحصل على التركيب التالي :



بتطبيق قانون إضافية التوترات نكتب :

$$u_{AB}(t) + u_{KA}(t) = 0$$

فنحصل على المعادلة التفاضلية :

$$\frac{du_{AB}}{dt} = -\frac{1}{RC} u_{AB}(t)$$

و التي حلها يكتب على الشكل : $u_{AB}(t) = K e^{-\frac{t}{RC}}$

كسابقا نحدد الثابتة K باستثمار الشروط البدئية ،
و خاصة في حالة $u_{AB}(t=0) = E$ ، حيث نحصل
على : $K = E$.

حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل :

$$u_{AB}(t) = E e^{-\frac{t}{RC}}$$

2-4) ثابتة الزمن لثنائي القطب RC .

المعادلتين التفاضليتين السابقتين يضمنان نفس الجداء RC . بملاحظة التعبيرين نبحث عن بعد هذا الطرف

$$\frac{du_{AB}}{dt} = -\frac{1}{RC} u_{AB}(t) = -\frac{u_{AB}}{RC}$$

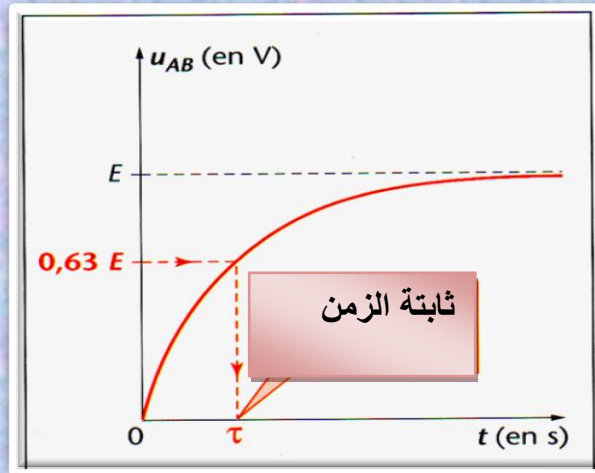
هذا العلاقة تشير إلى أنه متجانس مع الزمن . الجداء $\tau = RC$ يسمى ثابتة الزمن ، حيث نعبر عنه بوحدة الثانية .
بصفة عامة نعتبر أن المكثف مشحون كلياً أو مفرغ كلياً خلال المدة 5τ .

*** كيفية تحديد τ مبيانيا .**

لنأخذ مثال شحن مكثف .

الطريقة الأولى : النسبة 63% .

يمكن أن نحسب $u_{AB}(t=\tau)$ حيث نجد $u_{AB}(t=\tau) = 0,63E$: من اللحظة $t=0$ يشحن المكثف بالنسبة 63% عند اللحظة $t=\tau$.
(أو 37% من E خلال التفريغ) .



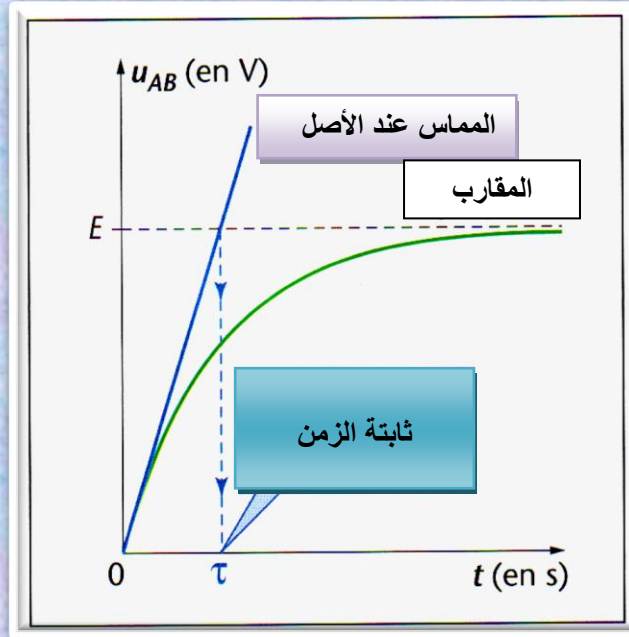
الطريقة الثانية : المماس عند الأصل .

τ هي أفصول نقطة تقاطع بين المماس عند الأصل للمنحنى $u_{AB}(t)$ ومقاربه الأفقي .

$$u(t) = u'(t=0) \times t + 0 = -\frac{E}{RC} t = -1/\tau \times E \times t$$

البرهنة : المماس له المعادلة :

يقطع المقارب $u=E$ بالنسبة ل $-1/\tau \times E \times t = E$ أي أن $t=\tau$



4 (تعبير المقادير الكهربائية الأخرى .

بمعرفة التوتر بين مربطي المكثف $u_{AB}(t) = u_C(t)$ ، نحصل على تعبير كل من شدة التيار $i(t)$ و الشحنة $q(t)$ المتعلقين بالمكثف .

فحسب العلاقة بين الشحنة و التوتر ، نستنتج تعبير الشحنة : $q_A(t) = C.u_{AB}(t)$

و من العلاقة بين الشحنة و شدة التيار ، نستنتج تعبير شدة التيار : $i(t) = \frac{dq_A(t)}{dt} = C \cdot \frac{du_{AB}(t)}{dt}$

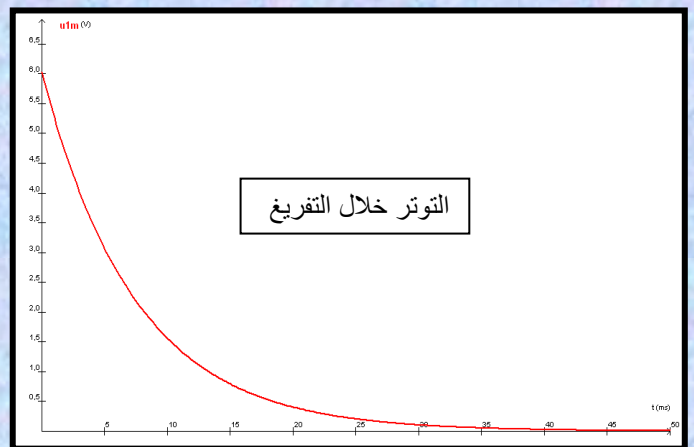
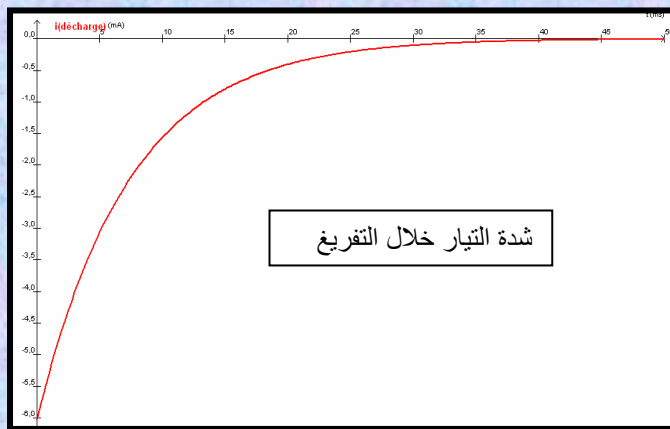
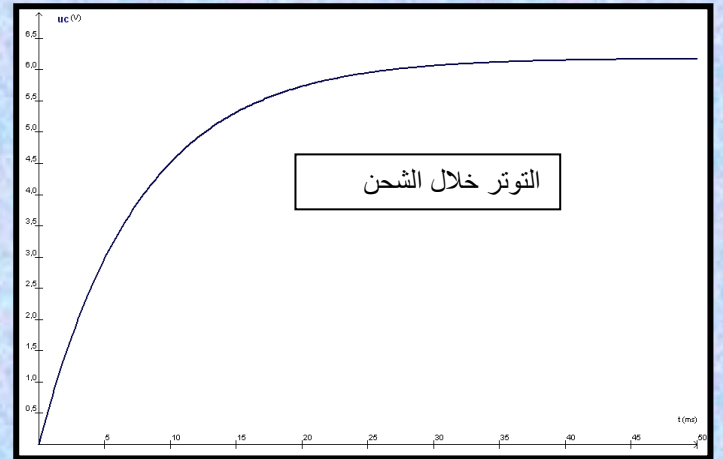
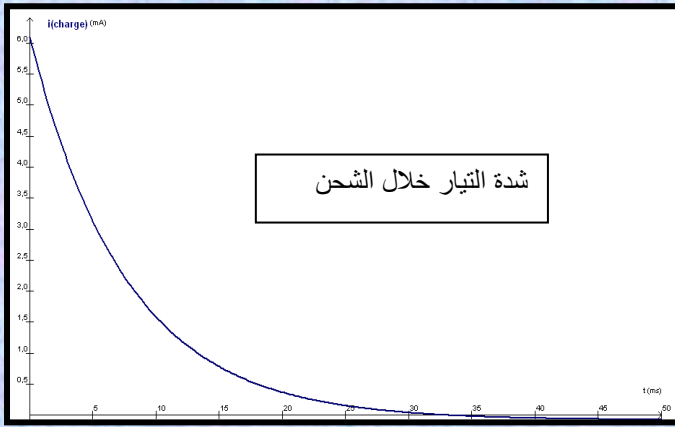
	التوتر $u_{AB}(t)$	الشحنة $q_A(t)$	شدة التيار $i(t)$
الاستجابة لرتبة توتر صاعدة الشحن	عندما يكون $u_{AB}(t_0) = 0$ V, $u_{AB}(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$	عندما تكون $q_A(t_0) = 0$ C, $q_A(t) = CE \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$	$i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$
الاستجابة لرتبة توتر نازلة التفريغ	عندما يكون $u_{AB}(t_0) = E$, $u_{AB}(t) = E e^{-\frac{t}{\tau}}$	عندما تكون $q_B(t_0) = CE$, $q_A(t) = CE e^{-\frac{t}{\tau}}$	$i(t) = -\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$

الاستجابة لرتبة توتر صاعدة :

بدئياً شدة التيار تكون قصوى و موجبة $(i = \frac{E}{R})$. منحى التيار هو المنحى المشار إليه ، و شدته تتناقص أسياً لكي تؤول إلى الصفر 0 .
التوتر بين مربطي المكثف ، كالشحنة ، بدئياً منعدم ثم يتزايد أسياً ليؤول إلى القيمة E (أو CE بالنسبة للشحنة)

الاستجابة لرتبة توتر نازلة :

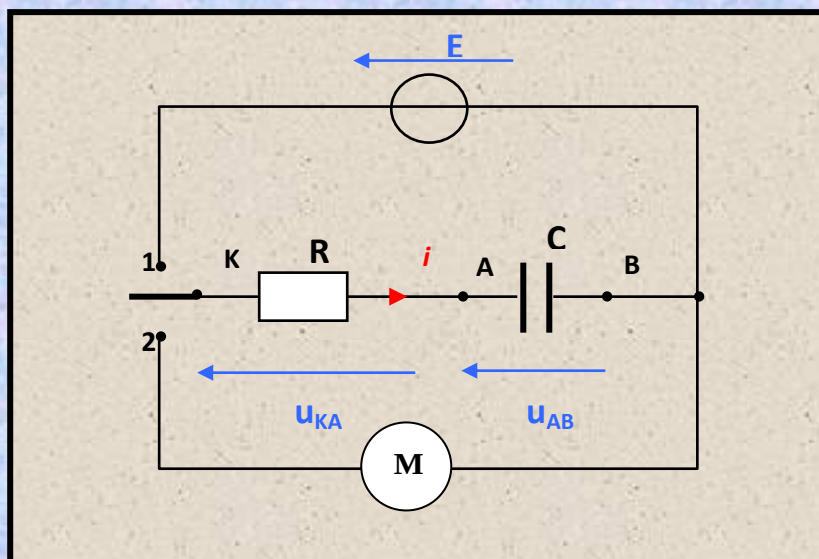
بدئياً شدة التيار دئوية و سالبة $(i = -\frac{E}{R})$. منحى التيار هو عكس المنحى المشار إليه ، و القيمة المطلقة لشدته تتزايد أسياً لكي تؤول إلى 0 .
التوتر بين مربطي المكثف ، كالشحنة ، بدئياً قصوى ثم تتناقص أسياً ليؤول إلى 0 .



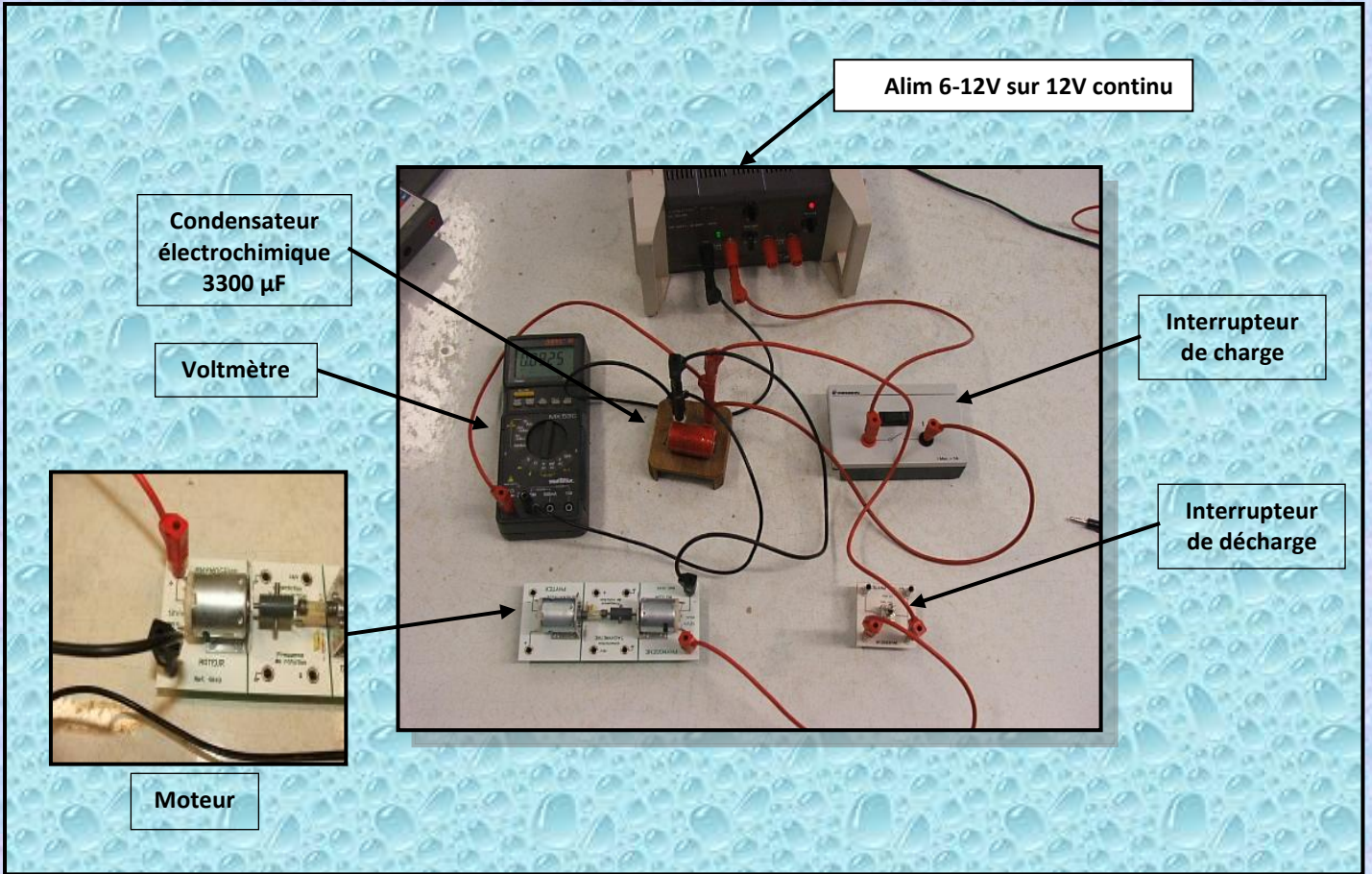
5 (الطاقة المخزنة في المكثف .

لنجز التجربة التالية :

المكثف بدنيا مشحون (بقي قاطع التيار مدة طويلة في الموضع 1) . عندما نؤرجح قاطع التيار إلى الموضع 2 ، نلاحظ اشتغال المحرك M .



الطاقة المكتسبة من طرف المحرك ، تأتي من الطاقة المخزنة في المكثف . نستنتج أن المكثف قادر على تخزين الطاقة مؤقتا لكي يعيدها خلال تفريغه .



1 - 5 (تعبير الطاقة المخزنة في المكثف .
 خلال شحن مكثف ذي سعة C بالتوتر $u_{AB}(t)$ و تحت شدة التيار $i(t)$ فإنه يكتسب قدرة كهربائية :

$$P(t) = u_{AB}(t) \times i(t)$$

و منه نكتب :

$$P(t) = u_{AB}(t) \times \frac{dq_A}{dt}(t) = u_{AB}(t) \times C \frac{du_{AB}}{dt}(t)$$

$$\Rightarrow P(t) dt = u_{AB}(t) du_{AB}(t)$$

و بإنجاز التكامل خلال مدة الشحن ، نحصل على الطاقة المخزنة في المكثف :

$$E(t) = \int P(t) dt = \int C u_{AB}(t) du_{AB}(t) = \frac{1}{2} C u_{AB}^2(t)$$

2 - 5 (استمرارية التوتر بين مربطي المكثف : $u_{AB}(t)$ دالة متصلة) .
 تنتقل الطاقة بسرعة محدودة ، اذن تتغير بشكل متصل خلال الزمن . اعتمادا على العلاقة السابقة ، نلاحظ أن :

$$u_{AB}(t) = \sqrt{\frac{2E(t)}{C}}$$

و هذا يفرض تغير متصل للتوتر بين مربطي المكثف .