

ثنائي القطب RC

2012/ 2011

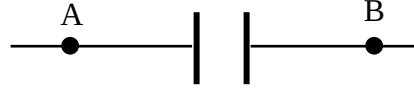
ذ: بنساعد صلاح الدين

ثانوية جعفر الفاسي الفهري

I ثنائي القطب RC :

1. تعريف المكثف :

يتألف المكثف من صفيحتين معدنيتين (لبوسين) ، يفصل بينهما عازل كهربائي .



ملحوظة

تختلف المكثفات بالإختلاف العازل الإستقطابي (ورق، ميكا، زجاج، خزف ، هواء)

2. شحن وتفريغ المكثف

أ. نشاط تجريبي

نعتبر التركيب التجريبي المكون من :

- موصل أومي مقاومته R وقاطع للتيار K
- مولد مؤتمل للتيار غالغانومتر G

نؤرجح قاطع التيار إلى الموضع 1

ملاحظات و تفسير

نلاحظ ظهور تيار كهربائي في الدارة خلال وقت وجيز ليصل إلى قيمة قصوى ثم ينعدم . نسمي هذا التيار

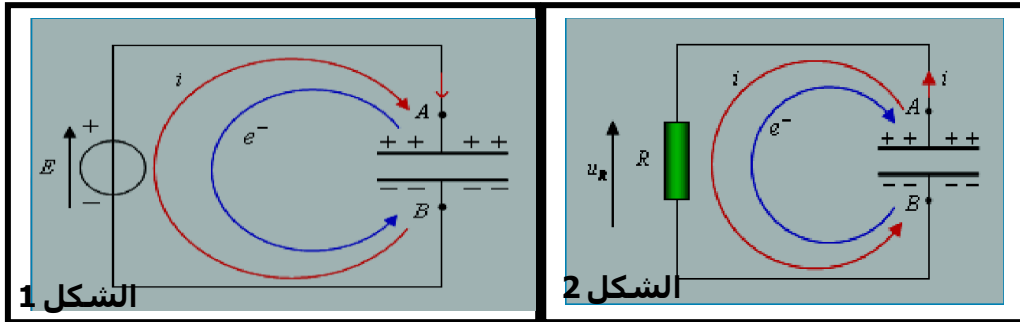
تيار الشحن i_c

تتحرك الإلكترونات الحرة من اللبوس A إلى اللبوس B ، ويظهر ذلك على شكل تيار كهربائي . ولأن الإلكترونات لا تستطيع إجتياز العازل ، تتراكم الشحن على اللبوسين حيث تظهر q_A شحن موجبة على اللبوس A و q_B شحن سالبة على اللبوس B شكل 1 حيث $q_A = -q_B$ بالتالي انعدام التيار الكهربائي عند شحن المكثف

نؤرجح قاطع التيار على الموضع 2

ملاحظات و تفسير

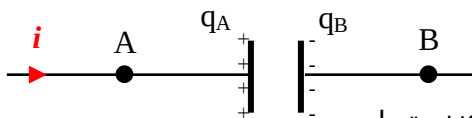
• نلاحظ مرور تيار كهربائي في المنحنى المعاكس لتيار الشحن يسمى تيار التفريغ i_d الشكل 2
تتحرك الإلكترونات من اللبوس B إلى اللبوس A إلى أن تنعدم شحنة المكثف وبالتالي التيار الكهربائي .



ب. جبرية شدة التيار

وجود تيارين كهربائيين لهما منحنين متعاكسين يستلزم :

- إختيار منحى إصطلاحي موجب للتيار
- تجبير شدة التيار الكهربائي

خلال الشحن تكون شدة تيار الشحن موجبة $i > 0$. لأن شحنة المكثف تتزايدخلال عملية التفريغ تكون شدة تيار التفريغ سالبة $i < 0$ لأن شحنة المكثف تتناقص .

3. علاقة شحنة المكثف بالتيار الكهربائي :

كمية الكهرباء تتغير في اللبوسين بنفس المقدار و بإشارتين مختلفتين .
شدة التيار الكهربائي هي صبيب الشحن الكهربائية ، وهي كمية الكهرباء التي تصل إلى لبوس المكثف في

$$i(t) = \frac{dq_A(t)}{dt}$$

وحدة الزمن ونعبر عن ذلك رياضيا بالعلاقة التالية

شحنة اللبوس و حدها الكولوم رمزها C

الزمن وحدته الثانية رمزها s و $i(t)$ التيار الكهربائي وحدته الأمبير رمزها A

ملحوظة

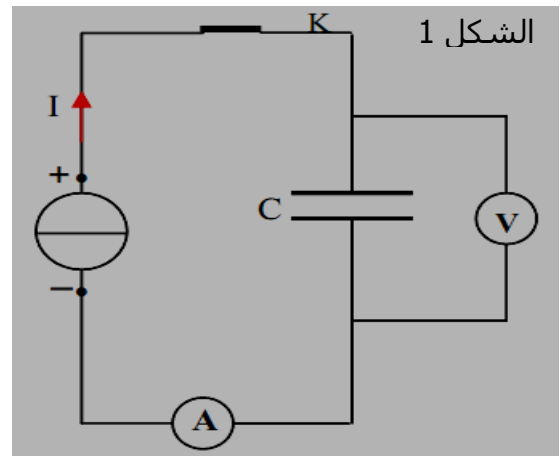
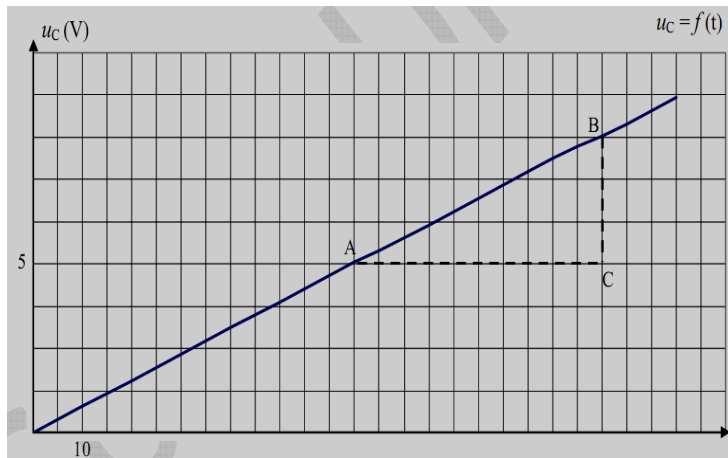
بالنسبة للتيار المستمر $I = \frac{Q}{\Delta t}$ حيث Q هي كمية الكهرباء و Δt المدة الزمنية

علاقة شحنة المكثف بالتوتر بين مربطي المكثف :

نجز التركيب التجريبي الشكل 1 المكون من:

مولد مؤمثل للتيار حيث يعطي قيمة ثابتة للتيار I ضبط شدة التيار على القيمة $I=0,3mA$
نقيس التوتر بين مربطي المكثف في لحظات مختلفة وندون النتائج المسجلة في الجدول

t (s)	0	10	20	30	40	50	60	70
u_C (V)	0	0,62	1,24	1,85	2,49	3,09	3,71	4,33
t (s)	80	90	100	110	120	130	140	
u_C (V)	4,93	5,57	6,18	6,78	7,33	7,93	8,92	



- تغيرات التوتر بدلالة الزمن عيارة عن دالة خطية تمر من أصل المعلم تعبيرها $U_C = at$ 1 حيث $a = 7,7 \cdot 10^{-2} V/S$ المعامل الموجه للمنحنى
- نظريا عند اللحظة t يكتسب المكثف شحنة $Q = \frac{1}{t}$ 2
- من العلاقتين 1 و 2 نستنتج $\frac{Q}{U_C} = \frac{1}{a}$ و بالتالي: $Q = \frac{1}{a} U_C$
- نسمي المقدار $\frac{1}{a}$ سعة المكثف و نرمز لها بالرمز C إذن: $C = \frac{1}{a}$
- باستغلال المنحنى وقيمة المعامل الموجه نجد: $C \approx 4 \cdot 10^{-3} F$

إستنتاج:

تناسب الشحنة Q للمكثف مع التوتر U_C بين مربطيه $Q = C * U_C$

C سعة المكثف وحدتها الفاراد رمزها F و

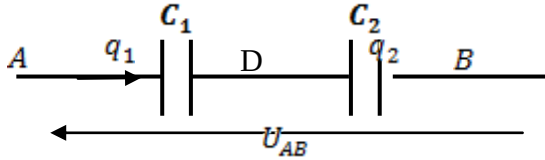
U_C التوتر بين مربطي المكثف وحدته الفولط (V) و Q شحنة المكثف وحدتها الكولوم رمزها C

ملحوظة

الفاراد وحدة كبيرة ولهذا نستعمل $\mu F = 10^{-6} F$ و $nF = 10^{-9} F$ و $mF = 10^{-3} F$

II تجميع المكثفات

1. التجميع على التوالي



نركب على التوالي مكثفين أنظر التركيب جانبه

$$U_{AB} = U_{AD} + U_{DB} \quad \text{بتطبيق قانون إضافية التوترات نجد}$$

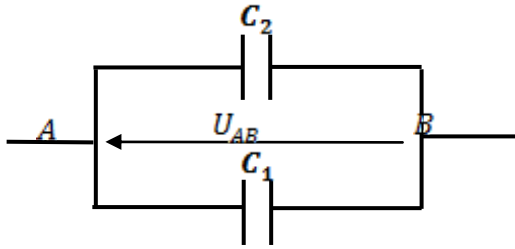
يمر في المكثفين نفس التيار الكهربائي أي يشحن نفس الشحنة الكهربائي $i_1 = i_2 \Leftrightarrow q_1 = q_2$
 باستغلال العلاقة $U_{AD} = \frac{q_1}{C_1}$ و $U_{BD} = \frac{q_2}{C_2}$ يكتب تعبير السعة المكافئة على الشكل التالي: $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

تعميم

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

سعة المكثف المكافئ لتجميع n المكثف على التوالي هي:

فائدة التركيب يمكن هذا التركيب من الحصول على مكثف ذات سعة صغيرة مع تطبيق توتر عال قد لا يتحملة كل واحد على حدى



2. التجميع على التوازي

نركب على التوازي مكثفين أنظر التركيب جانبه

المكثفين مركبين على التوالي ادن: $q_{eq} = q_1 + q_2$

$$q_1 = C_1 U_{AB} \quad q_2 = C_2 U_{AB}$$

نعبر السعة المكافئة في هذه الحالة $C_{eq} = C_1 + C_2$

تعميم

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n$$

سعة المكثف المكافئ لتجميع n المكثف على التوالي هي:

فائدة التركيب يمكن هذا التركيب من الحصول على مكثف ذات سعة كبيرة و بالتالي مع تطبيق توتر ضعيف نحصل على شحنة كهربائية عالية

III. إستجابة الدارة RC:

نشاط تجريبي

ننجز التركيب التجريبي التالي و المكون من:

مولد لتوتر المستمر $\mathcal{E}$ قاطع للتيار K

مكثف سعته C موصل أومي R

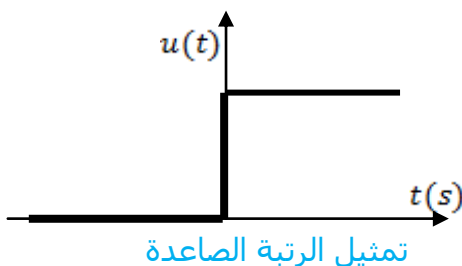
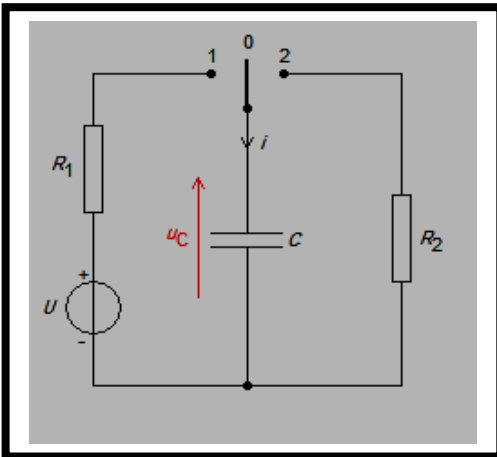
1. استجابة ثنائي القطب لرتبة صاعدة للتوتر

أ. معادلة الرتبة الصاعدة للتوتر و تمثيلها

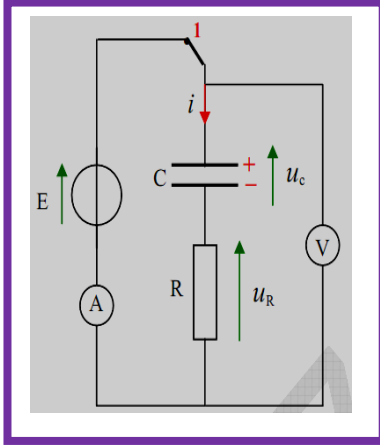
معادلة الرتبة الصاعدة

$$U(t) = 0 \quad : t < 0 \quad \text{بالنسبة}$$

$$U(t) = E \quad : t > 0 \quad \text{بالنسبة}$$



ب. المعادلة التفاضلية :



المعادلة التفاضلية المميزة لعملية الشحن .

قانون إضافية التوترات :

بتطبيق قانون أوم نجد:

$$E = R \frac{dq(t)}{dt} + u_C(t) \quad \text{نعلم } i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \quad \text{ومنه}$$

$$E = R.C \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) \quad \text{نعلم أن } q(t) = CU_C \quad \text{ادن:}$$

$$E = R.C \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) \quad \text{المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر}$$

طبيعة المقدار RC

التحليل البعدي للمقدار $\tau = RC$.

$$[R.C] = \left[\frac{u_R}{i} \cdot \frac{q}{u_C} \right] = \left[\frac{q}{i} \right] = \left[\frac{i.t}{i} \right] = [t]$$

من البديهي أن يكون : $[u_R] = [u_C]$ $[dq] = [q]$ $[dt] = [t]$

منه الجداء RC له بعد زمري نسيمه ثابتة الزمن ونرمز له ب τ .

ملحوظة معرفة قيمة τ تمكننا من معرفة المدة الزمنية التي شحن فيها المكثف أو الذي يفرغ فيها

حل المعادلة التفاضلية .

حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل التالي $U_C(t) = Ae^{-\alpha t} + B$

نعوض الحل المقترح في المعادلة التفاضلية

نجد: $Ae^{-\alpha t}(-RC * \alpha + 1) + B = E$ بما أن المقدار E ثابتة ادن لكي تتحقق هذه المعادلة يجب أن يكون المقدار $Ae^{-\alpha t}(-RC * \alpha + 1) + B$ ثابت وهذا غير ممكن إلا إذا كان المقدار $-RC * \alpha + 1 = 0$ و بالتالي نجد:

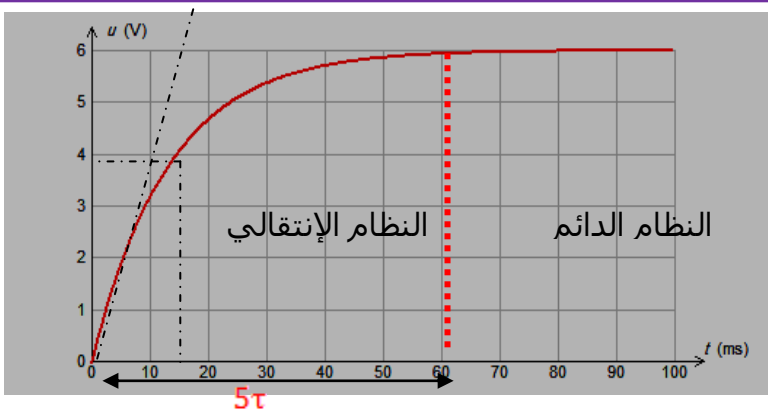
$$U_C(t) = Ae^{-\frac{t}{RC}} + E \quad \text{و } B = E \quad \text{و } \alpha = \frac{1}{RC} \quad \text{و بالتالي :}$$

الشروط البدئية

عند اللحظة $t = 0$ التوتر بين مربطي المكثف منعدم $U_C(0) = 0$ ومنه نجد : $A + E = 0 \Rightarrow A = -E$

$$U_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad \text{في الأخير :}$$

تغيرات التوتر بين طرفي المكثف خلال عملية الشحن



تحديد ثابتة الزمن

الطريقة 1 العددية

$$U_C(\tau) = 0,63E \quad \tau \text{ الأفضول الذي يوافق}$$

الأرتوب $0,63E$ أنظر المنحنى أعلاه

الطريقة 2 الهندسية

المراس للمحنى في اللحظة $t = 0$ يقطع

المقارب $U_C = E$ في اللحظة τ أنظر المنحنى

تغيرات شدة التيار المارة في الدارة خلال الشحن

من خلال قانون إضافية التوترات نجد

$$U_R = -U_C + E \quad \text{اذن} \quad U_C + U_R = E$$

$$u_R(t) = E e^{-\frac{t}{RC}} \quad \text{و منه:}$$

$$i(t) = \frac{u_R(t)}{R} = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = I_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

شدة التيار تتغير بشكل أسّي

حالات خاصة

$$i(0) = \frac{E}{R} = I_0 ; i(\infty \approx 5\tau) = 0$$

تغيرات الشحنة بدلالة الزمن

$$q_A(t) = C \cdot u_C(t) \quad \text{لدينا:}$$

$$u_C(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \quad \text{و}$$

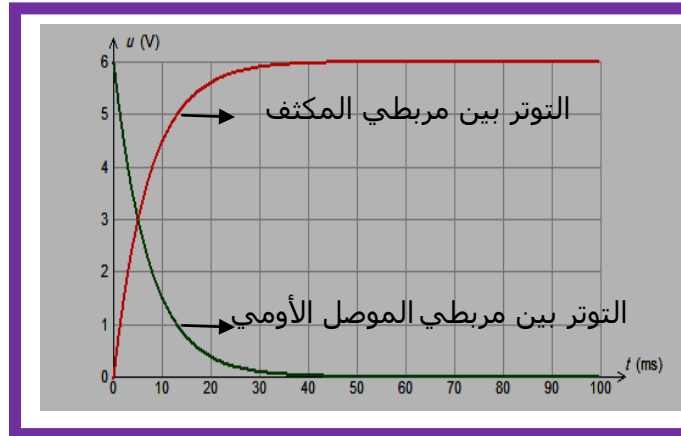
$$q_A(t) = CE \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

حالات خاصة

$$q(\infty \approx 5\tau) = CE \quad \text{و} \quad q(0) = 0$$

ملحوظة هامة

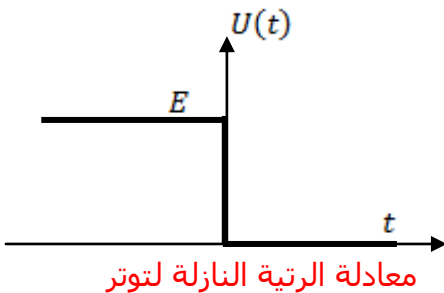
منحنى تغيرات التوتر بين مربطي الموصل الأومي و بين مربطي المكثف



2. استجابة ثنائي القطب لرتبة نازلة للتوتر

أ. معادلة الرتبة النازلة للتوتر وتمثيلها

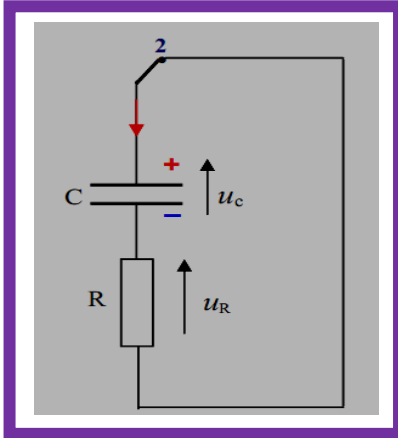
معادلة الرتبة النازلة لتوتر



معادلة الرتبة النازلة لتوتر

$$U(t) = E \quad : t < 0 \quad \text{بالنسبة}$$

$$U(t) = 0 \quad : t > 0 \quad \text{بالنسبة}$$



ب. المعادلة التفاضلية :

المعادلة التفاضلية المميزة لعملية التفريغ بالاعتماد على قانون إضافية التوترات المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل التالي نعوض الحل المقترح في المعادلة التفاضلية نجد: $U_C + U_R = 0$
 $U_C(t) = Ae^{-\alpha t} + B$
 $Ae^{-\alpha t}(-RC * \alpha + 1) + B = 0$ لكي تتحقق هذه المعادلة يجب أن يكون المقدار $Ae^{-\alpha t}(-RC * \alpha + 1) = 0$ وبالتالي $B = 0$ وهذا غير ممكن إلا إذا كان المقدار $-RC * \alpha + 1 = 0$ و بالتالي نجد:
 $U_C(t) = Ae^{-\frac{t}{RC}}$ و $B = 0$ و $\alpha = \frac{1}{RC}$

الشروط البدئية

عند اللحظة $t = 0S$ التوتر بين مربطي المكثف $U_C(0) = E$ ومنه نجد : $A = E$
 ادن المعادلة التفاضلية التوتر بدلالة الزمن هي $U_C(t) = Ee^{-\frac{t}{RC}}$ التوتر يتغير بشكل أسي مع الزمن

التوتر بين مربطي المكثف خلال عملية التفريغ

لدينا $U_C(t) = Ee^{-\frac{t}{RC}}$

حالات خاصة

$U_C(0) = E$ و $U_C(\infty \approx 5\tau) = 0$

تحديد ثابتة الزمن

الطريقة 1 $U_C(\tau) = 0,37E$ τ الأفصول الذي يوافق الأرتوب $0,37E$

الطريقة 2 الماس للمنحنى في اللحظة $t = 0$

يقطع محور الأفاصيل في اللحظة τ أنظر الشكل

شحنة المكثف خلال عملية التفريغ

لدينا $q_A(t) = C \cdot u_C(t)$ و $u_C(t) = Ee^{-\frac{t}{RC}}$

وبالتالي: $q_A(t) = CEe^{-\frac{t}{RC}}$

الشحنة تتغير خلال الزمن بشكل أسي

حالات خاصة

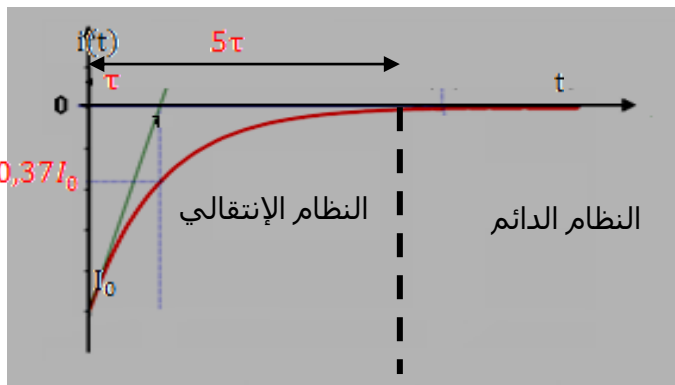
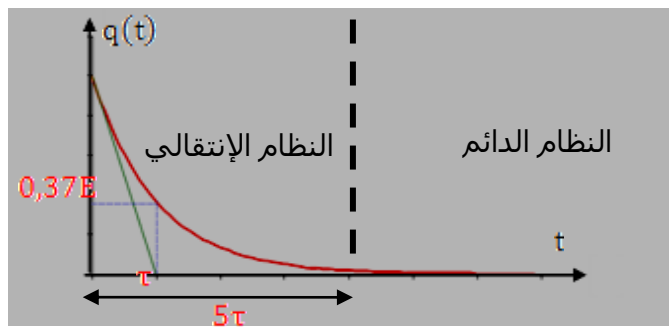
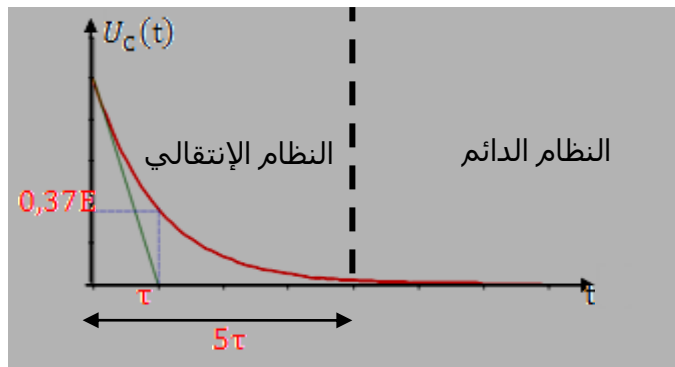
$q(0) = CE$ و $q(\infty \approx 5\tau) = 0$

تغيرات شدة التيار خلال عملية التفريغ

لدينا $u_R(t) = -E \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$

حسب قانون أوم $U_R = R \cdot i(t)$ نجد:

$$i(t) = \frac{u_R}{R} = -\frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$



شدة التيار تتغير بشكل أسّي بدلالة الزمن

IV الطاقة المخزونة في مكثف :

الطاقة المخزونة في المكثف تتغير بشكل أسّي في حالة التفريغ و الشحن
شحن وتفريغ الطاقة لا يمكن أن يكون لحظيا
. فالطاقة المخزونة في المكثف عبارة عن مقدار مستمر أي التوتر بين مربطي المكثف كذلك مستمر
يخزن المكثف طاقة عند شحن يمكن استرجاعها عند الحاجة و تعبيرها : $E_C(t) = \frac{1}{2} C \cdot U_C^2$

تغيرات الطاقة المخزونة في المكثف خلال عملية الشحن والتفريغ

الطاقة القصوى المخزونة في المكثف

$$E_{Cmax} = 3,6mJ$$

