

2010/2009


ALMENARA
 Pour Les Langues & Le Soutien

معهد المنارة

prof : zakaria

TEL 052433 01 33

1bac SM

درس عموميات حول الدوال

I. تذكير و تعاريف

لتكن f دالة عددية مجموعة تعريفها D_f ، نقول إن f دالة زوجية إذا كان :

$$\begin{cases} -x \in D_f \\ f(-x) = f(x) \end{cases} \text{ لكل } x \text{ من } D_f .$$

و نقول إن f دالة فردية إذا كان :

$$\begin{cases} -x \in D_f \\ f(-x) = -f(x) \end{cases} \text{ لكل } x \text{ من } D_f .$$

نقول إن f موجبة على D و نكتب : $f \geq 0$ على D إذا كان :

$$f(x) \geq 0 \text{ لكل } x \text{ من } D$$

نقول إن f سالبة على D و نكتب : $f \leq 0$ على D إذا كان :

$$f(x) \leq 0 \text{ لكل } x \text{ من } D$$

لتكن f و g دالتين عديتين و D جزء من $D_f \cap D_g$.

نقول إن f أصغر من أو تساوي g على D و نكتب : $f \leq g$ على D إذا كان :

$$g - f \geq 0 \text{ على } D$$

نقول إن f أصغر قطعا من g على D و نكتب : $f < g$ على D إذا كان :

$$g - f > 0 \text{ على } D$$

ليكن M و m عددين حقيقيين

نقول إن f مكبورة بالعدد M إذا كان : $f(x) \leq M$ لكل x من D_f

نقول إن f مصغورة بالعدد m إذا كان : $f(x) \geq m$ لكل x من D_f

إذا كانت f مكبورة و مصغورة نقول إنها دالة محدودة .

لتكن f دالة عددية مجموعة تعريفها D_f و T عدد حقيقي موجب قطعا .

نقول إن f دورية دورها T إذا كان T هو أصغر عدد حقيقي موجب قطعا يحقق :

$$\begin{cases} x+T \in D_f ; x-T \in D_f \\ f(x+T) = f(x) = f(x-T) \end{cases} \text{ لكل } x \text{ من } D_f .$$

لتكن f دالة عددية مجموعة تعريفها D_f و x_0 عنصر من D_f .

نقول إن f تقبل عند x_0 أدنى نسبي إذا وجد مجال مفتوح I بحيث $x_0 \in I$ و

$$f(x) \geq f(x_0) \text{ لكل } x \text{ من } I .$$

و نقول إن f تقبل عند x_0 أقصى نسبي إذا وجد مجال مفتوح I بحيث $x_0 \in I$ و

$$f(x) \leq f(x_0) \text{ لكل } x \text{ من } I .$$

و نقول إن f تقبل عند x_0 أدنى (على التوالي : أقصى) مطلق إذا كان :

$$f(x) \geq f(x_0) \text{ لكل } x \text{ من } D_f .$$

(على التوالي : $f(x) \leq f(x_0)$ لكل x من D_f)

لتكن f دالة عددية مجموعة تعريفها D_f و I مجال ضمن D_f .

تكون f تزايدية قطعا على I إذا و فقط إذا كان :

$$\frac{f(x) - f(y)}{x - y} > 0 : x \neq y \text{ بحيث } x, y \text{ من } I$$

و تكون f تناقصية قطعا على I إذا و فقط إذا كان :

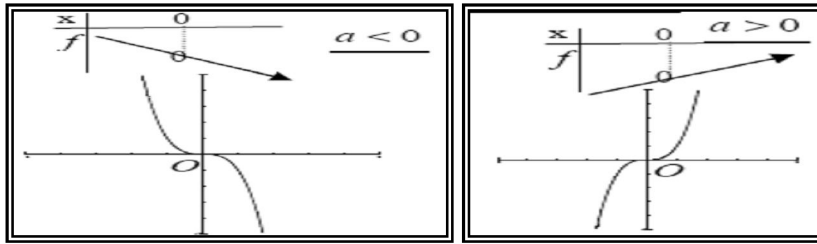
$$\frac{f(x) - f(y)}{x - y} < 0 : x \neq y \text{ بحيث } x, y \text{ من } I$$

II. دوال اعتيادية

رتابة $ax^2 + bx + c$ ✓

$a \leq 0$			$a \geq 0$		
x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$
f		$f\left(-\frac{b}{2a}\right)$	f		$f\left(-\frac{b}{2a}\right)$

إشارة معدل التغير هي إشارة المحددة $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ رتابة $\frac{ax+b}{cx+d}$ ✓

رتابة ax^3 ✓

رتابة $\sqrt{x+a}$ الدالة تزايدية على $[-a, +\infty[$

III. خصائص و دوال جديدة

لتكن f و g دالتين معرفتين على مجالين I و J على التوالي بحيث : $f(I) \subseteq J$
 إذا كانت f و g نفس الرتبة على المجالين I و J على التوالي فإن $f \circ g$ تكون
 تزايدية على المجال I .
 إذا كانت f و g رتبة مختلفة على المجالين I و J على التوالي فإن $f \circ g$ تكون
 تناقصية على المجال I .

الجزء الصحيح $E(x)$ لعدد حقيقي x هو أكبر عدد نسبي أصغر من أو يساوي x
 هذا يعني أن : $E(x) = k$ يكفي ($k \in \mathbb{Z}$ و $k \leq x < k+1$) .
 الدالة E كثيئة على المجالات من الشكل $I_k = [k, k+1[$ حيث $k \in \mathbb{Z}$
 و هي دالة تزايدية على $\mathbb{R}$.
 - لكل x من $\mathbb{R}$ لدينا : $x = E(x) + r$ حيث $0 \leq r < 1$.
 - لكل x من $\mathbb{R}$ و لكل p من $\mathbb{Z}$ لدينا : $E(x+p) = E(x) + p$
 - وبصفة عامة ، لكل (x, y) من $\mathbb{R}^2$ لدينا :
 $E(x+y) = E(x) + E(y) + \varepsilon$ حيث $\varepsilon = 0$ أو $\varepsilon = 1$
 و $E(x-y) = E(x) - E(y) + \varepsilon$ حيث $\varepsilon = 0$ أو $\varepsilon = -1$.