

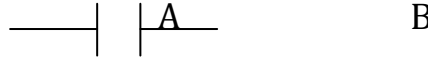
ثنائي القطب RC

www.svt-assilah.com

1- المكثف:

1-1 تعريف:

يتكون المكثف من موصلين كهربائيين يفصل بينهما جسم عازل يسمى العازل الاستقطابي، نسمي كل موصل باللبوس .
يرمز للمكثف كالتالي :



2-1 شحن وتفريغ المكثف :

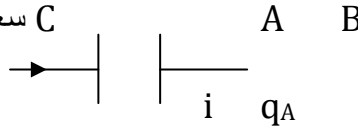
عندما نطبق توترا $U_{AB} > 0$ بين مربطي مكثف فانه يشحن بحيث تكون الشحنة المرتبطة باللبوس A موجبة $q_A > 0$ وتكون الشحنة المرتبطة باللبوس B سالبة $q_B < 0$ مع $q_B = -q_A$ و $q_A = -q_B$,

3-1 العلاقة بين الشحنة والتوتر السعة:

تناسب الشحنة q_A للمكثف مع التوتر U_{AB} بين مربطيه يرمز لمعامل التناسب بالحرف C ،يسمى سعة المكثف ، وحدته الفاراد (F) . نكتب: $q_A = C \cdot U_{AB}$ حيث: q_A شحنة المكثف ب (C)

U_{AB} التوتر بين مربطي المكثف ب (v)

C سعة المكثف ب (F)



أجزاء الفاراد:

$$1\text{mF} = 10^{-3}\text{F}$$

$$1\mu\text{F} = 10^{-6}\text{F}$$

$$1\text{nF} = 10^{-9}\text{F}$$

4-1 العلاقة بين الشحنة q وشدة التيار i :

تساوي شدة التيار الكهربائي i الذي يصل الى لبوس المكثف الحامل للشحنة q ، مشتقة هذه الشحنة بالنسبة للزمن . نكتب:

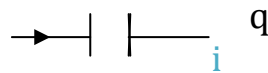
$$\left. \begin{aligned} i &= \frac{dq}{dt} \\ i &\text{ شدة التيار i ب (A)} \\ q &\text{ شحنة اللبوس الذي يتجه نحوه السهم الموجه للدائرة ب (C) .} \\ t &\text{ الزمن ب (s) .} \end{aligned} \right\}$$

■ أثناء شحن المكثف : تكون $i = \frac{dq}{dt} > 0$ أي أن التغير dq للشحنة المتراكمة على اللبوس A الذي يتوجه نحوه

التيار ، يكون موجبا $dq > 0$.

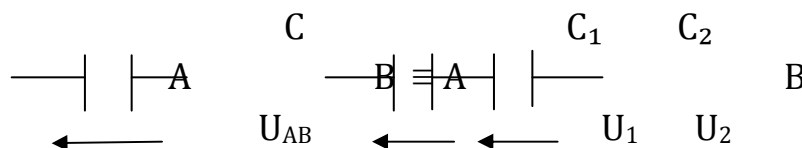
■ أثناء تفريغ المكثف : تكون $i < 0$ أي أن الشحنة المتراكمة على اللبوس A تتغير خلال المدة dt ، بحيث تتناقص

بالقيمة $dq < 0$



5-1 تجميع المكثفات:

✓ التجميع على التوالي

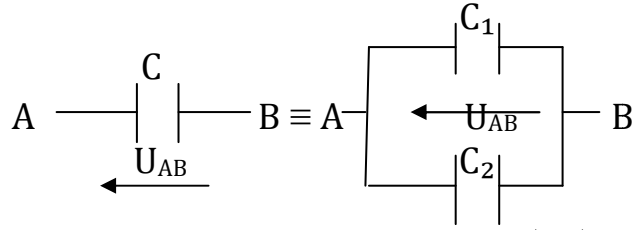


المكثف المكافئ لتجميع مكثفين على التوالي سعاتهما C_1 و C_2 مكثف سعته C تحقق العلاقة التالية:

$$\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

الفائدة من التركيب على التوالي هو التمكن من تطبيق توتر مرتفع لا يمكن لمكثف واحد تحمله لوحده.

✓ التجميع على التوازي:



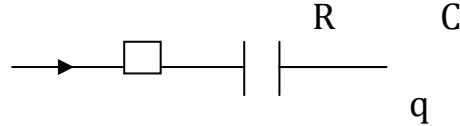
المكثف المكافئ لتجميع مكثفين على التوازي سعاتهما C_1 و C_2 مكثف سعته C تحقق العلاقة :

$$C = \sum C_i = C_1 + C_2$$

الفائدة من التركيب على التوازي هو الرفع من السعة وبالتالي تخزين كمية كهرباء أكبر.

2- استجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر:

نسمي ثنائي القطب RC التركيب على التوالي لمكثف سعته C وموصل أومي مقاومته R .

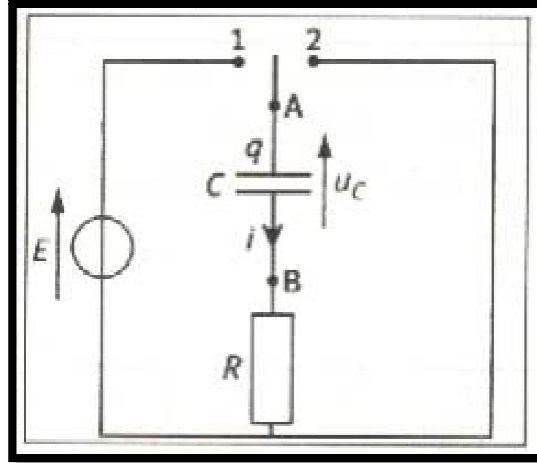


رتبة التوتر:

يكون ثنائي القطب خاضع لرتبة توتر اذا تغير التوتر تغير فجأة بين القيمة صفر و القيمة E .

1-2 استجابة ثنائي القطب RC لرتبة صاعدة للتوتر :

تكون رتبة صاعدة للتوتر اذا تغيرت قيمة التوتر من القيمة 0 الى القيمة E . قاطع التيار في الموضع (1).
عندما تكون $t < 0$ تكون $U = 0$ وعندما تكون $t > 0$ تكون $U = E$. (قاطع التيار في الموضع 1)



ا-المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر U_C بين مربطي المكثف :

نوجه الدارة أولا بحيث نختار منحى موجبا لمنحى التيار الكهربائي هو منحى E .
نطبق قانون اضافية التوترات :

$$(1) E = U_R + U_C$$

لدينا : $U_R = Ri$ ولدين أيضا : $i = \frac{dq}{dt}$

بما أن : $q = CU_C$ فان : $i = \frac{dCU_C}{dt} = C \frac{dU_C}{dt}$

المعادلة (1) تكتب :

$$RC \frac{dU_C}{dt} + U_C = E$$

ب- حل المعادلة التفاضلية :

حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل التالي : $U_C = Ae^{-Kt} + B$ مع A و B و K ثابت

نعوض تعبير U_C و $\frac{dU_C}{dt}$ بتعبيرهما في المعادلة التفاضلية .

حيث $\frac{dU_C}{dt}$ مشتقة الدالة U_C بالنسبة للزمن .

$$\frac{dU_c}{dt} = \frac{d(Ae^{-Kt})}{dt} = A \frac{de^{-Kt}}{dt} = -Ake^{-Kt}$$

المعادلة التفاضلية نكتب:

$$-RCkAe^{-Kt} + Ae^{-Kt} + B = E$$

$$Ae^{-Kt}(1 - RCk) = E - B$$

$$\left\{ \begin{array}{l} B=E \\ k=\frac{1}{RC} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} E-B=0 \\ 1-RCk=0 \end{array} \right. \quad \text{لكي تتحقق هذه المتساوية ايا كانت قيمة } t, \text{ اذن:}$$

نسمي المقدار RC بثابتة الزمن نرمز له ب τ نكتب: $\tau = RC$

$$U_c = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + E$$

لتحديد A نستعمل الشروط البدئية:

$$\text{عند } t=0 \text{ لدينا } U_c=0 \text{ اذن: } A+E=0 \text{ أي } A=-E$$

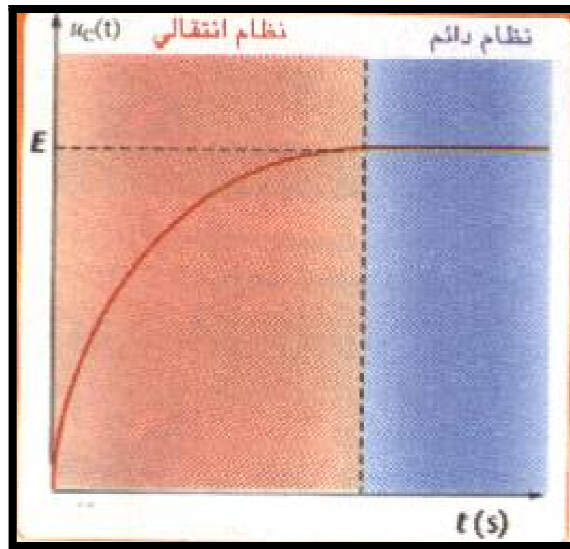
حل المعادلة التفاضلية هو:

$$U_c = E(1 - e^{-t/\tau})$$

يبرز المنحنى الممثل للدالة $U_c = f(t)$ وجود نظامين:

➤ النظام الانتقالي: تتغير U_c من (الي E).

➤ النظام الدائم: تستقر U_c عند القيمة E.



ج- معادلة الأبعد τ :

$$\tau = RC$$

$$\text{لدينا: } U = Ri \text{ أي } R = \frac{U}{i} \text{ وبالتالي: } [R] = \frac{[U]}{[i]}$$

$$\text{لدينا: } q = CU \text{ و } i = \frac{dq}{dt} \text{ أي: } i = \frac{d(CU)}{dt} = C \frac{dU}{dt}$$

$$\text{ومنه } C = \frac{i}{\frac{dU}{dt}} \text{ وبالتالي: } [C] = \frac{[i] \cdot [t]}{[U]}$$

$$[\tau] = \frac{[U]}{[i]} \cdot \frac{[i] \cdot [t]}{[U]} = [t]$$

اذن τ بعد زمني لذلك تسمى ثابتة الزمن.

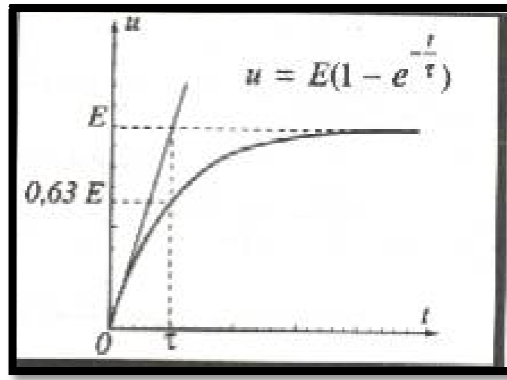
د- تحديد قيمة τ :

➤ تحدد τ بحساب الجداء RC.

➤ يمكن تحديد τ مبيانيا:

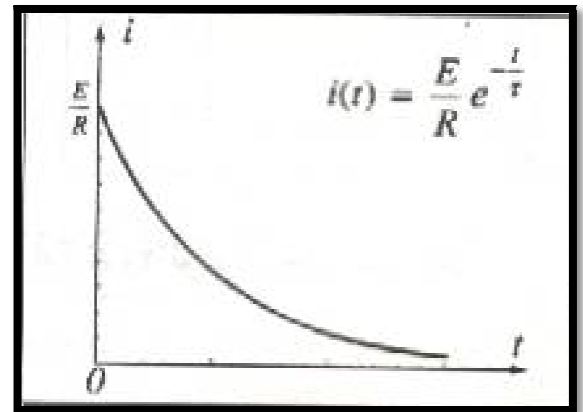
$$\text{➤ قيمة } \tau \text{ هي الأفصول الموافق لقيمة الأرتوب } U_c(\tau) = E(1 - e^{-1}) = 0,63E$$

$$\text{➤ قيمة } \tau \text{ هي قيمة أفصول نقطة تقاطع مماس المنحنى } U_c = f(t) \text{ عند } t=0 \text{ والمقرب الأفقي } U_c = E$$



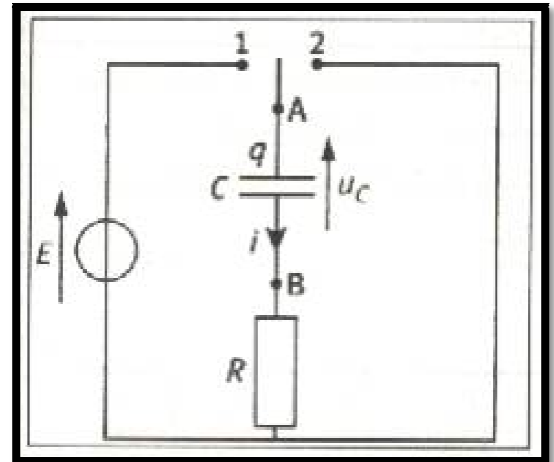
هـ- تعبير شدة التيار المار في الدارة أثناء الشحن :

$$i = \frac{E}{R} e^{-t/\tau} \Leftarrow i = C \frac{dU}{dt} \Leftarrow i = \frac{dq}{dt}$$



2-2 استجابة ثنائي القطب RC لرتبة نازلة :

تكون رتبة نازلة للتوتر اذا كان التوتر : $U=E$ عند $t < 0$
و $U=0$ عند $t > 0$



عند فتح قاطع التيار في الدارة يتغير التوتر من القيمة $U=E$ الى $U=0$.

أ- المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر U_C أثناء تفريغ المكثف .

$$U_R + U_C = 0$$

$$Ri + U_C = 0$$

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{dU_C}{dt} \text{ مع}$$

$$\text{اذن: } RC \frac{dU_C}{dt} + U_C = 0$$

نعوض τ ب RC نستنتج: $\left[\tau \frac{dU_C}{dt} + U_C = 0 \right]$ المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر U_C بين مربطي المكثف أثناء تفريغه .

ب- حل المعادلة التفاضلية :

يكتب الحل على الشكل : $U_c = A'e^{-k't} + B'$
تحديد الثوابت A' و B' و k' .

+ نشتق تعبير U_c بالنسبة للزمن . $\frac{dU_c}{dt} = -A'k'e^{-k't}$

++ نعوض في المعادلة التفاضلية : $-\tau A'k'e^{-k't} + A'e^{-k't} + B' = 0$
 $A'e^{-k't}(1 - \tau k') + B' = 0$

$U_c = A'e^{-t/\tau}$ و $B' = 0$ إذن المعادلة تكتب :

+++ لتحديد B' نستعمل الشروط البدئية :

عند $t=0$ يكون $U_c = E$ ومنه $U_c = Ee^{-t/\tau}$

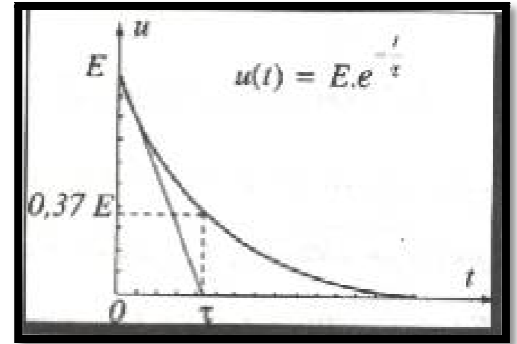
ج- منحنى تغيرات U_c بدلالة الزمن :

يبرز المنحنى وجود نظامين :

➤ نظام انتقالي : يتناقص U_c من E إلى 0.

➤ نظام دائم : تستقر U_c عند القيمة 0 .

د- تعيين ثابتة الزمن τ :



حسابيا باستعمال العلاقة $\tau = RC$

مبيانيا :

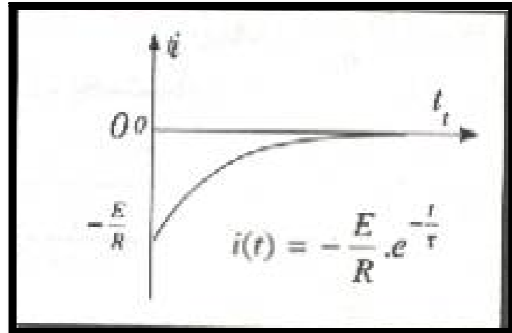
✓ τ هي الأفصول الموافق للأرتوب $U_c(\tau) = Ee^{-1} = 0,37E$

✓ τ هي أفصول تقاطع مماس المنحنى $U_c = f(t)$ عند $t=0$ مع محور الأفاصيل .

ه- تعبير شدة التيار أثناء تفريغ المكثف عبر موصل أومي :

لدينا : $i = \frac{dq}{dt} = C \frac{dU_c}{dt}$ مع $U_c = Ee^{-t/\tau}$

إذن : $i = C \frac{d}{dt} (Ee^{-t/\tau})$ أي $i = -\frac{E}{R} e^{-t/\tau}$



3-2 الطاقة المخزونة في المكثف :

تعبير الطاقة المخزونة في المكثف : $E = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C}$

بما أن $q = CU$ فإن $E = \frac{1}{2} \frac{(CU)^2}{C}$ إذن : $E = \frac{1}{2} CU^2$
وحدة الطاقة الجول J .