

## إمتحان مقترح رقم 10

Achamel.info

## التمرين رقم 1 :

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  الفلكة  $(S)$  التي معادلتها هي :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z + 8 = 0$$

و المستوى  $(P)$  الذي معادلته هي :  $x - y + 2z + 1 = 0$

- 1- بين أن مركز الفلكة  $(S)$  هي النقطة  $\Omega(1, 2, 3)$  وأن شعاعها  $\sqrt{6}$
- 2- تحقق أن المستوى  $(P)$  مماس الفلكة  $(S)$  .
- 3- أ- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم  $(\Delta)$  المار من  $\Omega$  والعمودي على المستوى  $(P)$  .  
ب- حدد مثلوث إحداثيات  $\omega$  نقطة تماس المستوى  $(P)$  و الفلكة  $(S)$  .

## التمرين رقم 2 :

- 1- حل في مجموعة الأعداد العقدية  $C$  المعادلة :  $(E): Z^2 - 2Z + 10 = 0$   
ليكن  $Z_1$  و  $Z_2$  حلي المعادلة  $(E)$  بحيث  $\Im m(Z_1) > 0$
- 2- نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$  النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  التي ألحاقها على التوالي :  
 $u = -3 + i$  و  $v = -3 - i$  و  $Z_2$  و  $Z_1$   
أ- مثل النقط النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  .  
ب- أحسب معيار كل من الأعداد :  $u$  و  $Z_1$  و  $Z_1 - u$   
ج- استنتج طبيعة كل من المثلثين  $AOC$  و  $BOD$  .

## التمرين رقم 3 :

- 1- تحقق من أن :  $\frac{x^2}{x+1} = x - 1 + \frac{1}{x+1}$  لكل  $x$  من  $IR - \{-1\}$
- 2- بين أن  $\int_0^2 \frac{x^2}{x+1} dx = \ln 3$
- 3- باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن :  $\int_0^2 x \ln(x+1) dx = \frac{3}{2} \ln 3$

## التمرين رقم 4 :

- يحتوي كيس على سبع بیدقات تحمل الأرقام 0 و 0 و 0 و 0 و 1 و 1 و 1 (لا يمكن التمييز بين البیدقات باللمس)  
نعتبر التجربة التالية : نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث بیدقات من الكيس .  
لتكن الأحداث التالية : -  $A$  : « لا توجد أية بیدقة تحمل العدد 0 من بين البیدقات الثلاثة المسحوبة »  
-  $B$  : « سحب ثلاث بیدقات تحمل أعدادا مختلفة مثلى مثلى » .  
-  $C$  : « مجموع الأعداد المسجلة على البیدقات الثلاثة المسحوبة منعدم »  
\* أحسب احتمال كل من الحدثين  $A$  و  $B$  ثم بين أن احتمال الحدث  $C$  هو  $\frac{2}{7}$  .

## مسألة

- (I) - نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :  $g(x) = e^{-x} + x - 1$
- 1- أحسب  $g'(x)$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  ثم استنتج أن الدالة  $g$  تزايدية على  $[0, +\infty[$  وتناقصية على  $]-\infty, 0]$
  - 2- بين أن  $g(x) \geq 0$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  (لاحظ أن  $g(0) = 0$ ) ثم استنتج أن  $e^{-x} + x \geq 1$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$ .
- (II) - نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة بما يلي :  $f(x) = \frac{x}{x + e^{-x}}$
- وليكن  $(C)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$
- 1- بين أن حيز تعريف الدالة  $f$  هو  $\mathbb{R}$  (يمكن استعمال نتيجة السؤال (I) 2)
  - 2- أ- بين أن  $f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{xe^x}}$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$   
 ب- بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$  ثم أول هندسيا هاتين النتيجةين.
  - 3- أ- بين أن  $f'(x) = \frac{(x+1)e^{-x}}{(x + e^{-x})^2}$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$   
 ب- ادرس إشارة  $f'(x)$  ثم ضع جدول تغيرات الدالة  $f$ .
  - 4- أ- أكتب معادلة المماس للمنحنى  $(C)$  في النقطة  $O$  أصل المعلم.  
 ب- تحقق من أن  $x - f(x) = \frac{xg(x)}{g(x) + 1}$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  ثم ادرس إشارة  $x - f(x)$  على  $\mathbb{R}$ .
- ج- استنتج الوضع النسبي للمنحنى  $(C)$  والمستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته هي :  $y = x$
- 5- أنشئ المنحنى  $(C)$  والمستقيم  $(\Delta)$  في المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . (نأخذ  $\frac{1}{1-e} \simeq -0,6$ )
- (III) - نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي :  $u_0 = 1$  و  $u_{n+1} = f(u_n)$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$
- 1- بين بالترجع أن  $0 \leq u_n \leq 1$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ .
  - 2- بين أن المتتالية  $(u_n)$  تناقصية (يمكن استعمال نتيجة السؤال (II) 1 ب)
  - 3- استنتج أن  $(u_n)$  متقاربة ثم حدد نهايتها.