

إمتحان مقترح رقم 6

Achamel.info

أسئلة :

- 1- حل المعادلة التفاضلية : $y'' + y' - 6y = 0$
- 2- أكتب على الشكل المثلي العدد العقدي : $Z = \frac{1 + i\sqrt{3}}{1 - i}$
- 3- باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x) \ln(1 + \cos(x)) dx = \frac{\pi}{2} - 1$ (نذكر أن $\sin^2(x) = 1 - \cos^2(x)$)
- 4- نضع $u_n = n + \left(\frac{1}{3}\right)^n$ لكل x من N^*
- * أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

التمرين رقم 1 :

- في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر نعتبر المستوى (P) الذي معادلته $x - z + 1 = 0$ والكرة (S) التي مركزها $\Omega(1, 0, 0)$ وشعاعها $r = 2$
- 1- بين أن (P) و (S) يتقاطعان وفق دائرة (Γ)
 - 2- حدد مركز وشعاع الدائرة (Γ)

التمرين رقم 2 :

- 1- حل في مجموعة الأعداد العقدية C المعادلة : $(E): Z^2 + 2Z + 4 = 0$
- 2- نعتبر في المستوى العقدي النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي : $Z_A = 2$ و $Z_B = -1 + i\sqrt{3}$ و $Z_C = \overline{Z_B}$
- أ- بين أن $\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A} = e^{i\frac{\pi}{3}}$
- ب- استنتج طبيعة المثلث ABC

التمرين رقم 3 :

- يحتوي كيس على أربع كرات بيضاء و كرتين سوداوين لا يمكن التمييز بينها باللمس .
- 1- نسحب عشوائيا كرة واحدة من الكيس .
 - * ما هو احتمال الحصول على كرة بيضاء ؟
 - 2- نسحب عشوائيا بالتتابع و بإحلال 5 كرات من الكيس .
 - * ما هو احتمال الحصول على كرة بيضاء مرتين بالضبط ؟
 - 3- نسحب عشوائيا بالتتابع و بإحلال n كرة من الكيس .
 - أ- بين أن احتمال الحصول على كرة بيضاء على الأقل هو $p = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n$
 - ب- ما هو العدد الأدنى من السحبات التي يكون من أجلها $p \geq 0,999$ (نأخذ $\log 3 \simeq 0,48$ حيث $\log$ هو اللوغاريتم العشري)

مسألة

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0, 2[$ بما يلي : $f(x) = \ln\left(\frac{x}{2-x}\right)$ وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1 - أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

ب- بين أن $f'(x) = \frac{2}{x(2-x)}$ لكل x من المجال $]0, 2[$

ج- اعط جدول تغيرات الدالة f

2 - أ- بين أن النقطة $A(1, 0)$ مركز تماثل المنحنى (C)

ب- أكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنحنى (C) في $A(1, 0)$

3 - نضع $\varphi(x) = f(x) - x$ لكل x من المجال $]0, 2[$

أ- بين أن $\varphi\left(\frac{3}{2}\right) < 0$ و $\varphi\left(\frac{7}{4}\right) > 0$ (نأخذ $\ln 3 \simeq 1,1$ و $\ln 7 \simeq 1,94$)

ب- استنتج أن المعادلة $f(x) = x$ تقبل حلا α بحيث $\frac{3}{2} < \alpha < \frac{7}{4}$ و أول النتيجة مبيانا .

4 - أ- بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1}

ب- بين أن $(\forall x \in \mathbb{R}); f^{-1}(x) = \frac{2e^x}{1+e^x}$

5 - أنشئ في نفس المعلم المنحنى (C) و المنحنى (Γ) الممثل للدالة f^{-1}

6 - أ- أحسب $\int_0^\alpha \frac{e^x}{1+e^x} dx$

ب- أحسب مساحة الحيز المحصور بين المنحنيين (C) و (Γ) ومحوري المعلم .