

إمتحان مقترح رقم 7

Achamel.info

التمرين رقم 1 :

- نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقط $A(2, 0, -1)$ و $B(2, 4, 2)$ و $C(3, 3, 3)$ و الفلكة (S) التي معادلتها الديكارتية هي : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 8z + 20 = 0$
- 1- بين أن مركز الفلكة (S) هي النقطة $\Omega(2, 2, 4)$ وأن شعاعها $r=2$
 - 2- ليكن (P) المستوى المار من A والعمودي على المستقيم (BC)
 - * بين أن معادلة ديكارتية للمستوى (P) هي $x - y + z - 1 = 0$
 - 3- أ- بين أن المستوى (P) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) شعاعها يساوي 1
 - ب- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من Ω والعمودي على (P)
 - ج- حد مثلوث إحداثيات النقطة ω مركز الدائرة (Γ) .

التمرين رقم 2 :

- يحتوي كيس على ثلاث بيدقات بيضاء و أربع بيدقات سوداء لا يمكن التمييز بينها باللمس .
نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث بيدقات من الكيس .
- 1- ما هو احتمال الحصول بالضبط على بيدقتين لونهما أبيض ؟
 - 2- ما هو احتمال الحصول على ثلاث بيدقات من نفس اللون ؟
 - 3- ما هو احتمال الحصول على بيدقة بيضاء على الأقل ؟

التمرين رقم 3 :

- لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{1}{5}(u_n - 4n - 1)$ لكل n من N .
- نضع $v_n = u_n + n - 1$ لكل n من N
- 1- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{5}$
 - 2- أ- أحسب v_n بدلالة n
 - ب- استنتج u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$
 - 3- نضع $T_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ حيث n عنصر من N
 - * بين أن $T_n = \frac{1}{4}\left(5 - \frac{1}{5^n}\right)$ وأن $S_n = T_n - \frac{(n+1)(n-2)}{2}$ لكل n من N .

التمرين رقم 4 :

- 1- نعتبر العددين العقديين $z_1 = 1 - i$ و $z_2 = 1 + \sqrt{2} + i$
- أ- أكتب z_1 على شكله المثلثي .
- ب- بين أن $z_1, z_2 = \sqrt{2} \cdot \bar{z}_2$ ($\bar{z}_2$ هو مرافق العدد z_2) . استنتج أن : $\arg(z_1) + 2\arg(z_2) \equiv 0[2\pi]$

ج- حدد عمدة العدد العقدي z_2

2- في المستوى العقدي ، نعتبر النقطتين A و B التي لحقاهما على التوالي z_1 و z_2 ، ولتكن T الإزاحة التي متجهتها $\vec{u}$ لحقها

$$\sqrt{2} + 2i$$

* بين أن $T(A) = B$ (صورة A هي B بالإزاحة T)

سألت

(I) - لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = x - \frac{1}{x} - 2\ln(x)$

1 - بين أن $g'(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2}$ لكل x من $]0, +\infty[$ ثم استنتج منحى تغيرات الدالة g على $]0, +\infty[$

2 - بين أن $g(x) \leq 0$ لكل x من $]0, 1[$ وأن $g(x) \geq 0$ لكل x من $[1, +\infty[$ (لاحظ أن $g(1) = 0$)

(II) - نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $f(x) = x + \frac{1}{x} - [\ln(x)]^2 - 2$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1 - أ- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{[\ln(x)]^2}{x} = 0$ (يمكن وضع $t = \sqrt{x}$) ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب- تحقق من أن $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$ لكل x من $]0, +\infty[$

ج- أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ (يمكن وضع $t = \frac{1}{x}$) ثم أول النتيجة هندسيا .

د- بين أن (C) يقبل فرعاً شلجماً اتجاهه المقارب هو المستقيم الذي معادلته هي : $y=x$

2 - بين أن $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ لكل x من $]0, +\infty[$ ، ثم أعط جدول تغيرات الدالة f .

3 - أنشئ المنحنى (C) الممثل للدالة f في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

4 - أ- بين أن الدالة $G : x \mapsto x \ln(x) - x$ دالة أصلية للدالة $g : x \mapsto x \ln(x)$ على $]0, +\infty[$

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن $\int_1^e (\ln(x))^2 dx = e - 2$

ج- حدد مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) ومحور الأفاسيل والمستقيمين اللذين معادلتهما $x=1$ و $x=e$.