

Hachimi

Math تصحيح وطني 2015 العادية

PC-SVT
كاشفي

(1/20)

تمرين 1

1) المعادلة الديكارتية للمستوى (P) المار من النقطة $A(2, 1, 0)$ والمتجه $\vec{u}(1, 1, -1)$ متضمنة عليه هي:

$$(P): x + y - z + d = 0$$

$$A(2, 1, 0) \in (P): 2 + 1 - 0 + d = 0 \quad \text{نجد d بحيث}$$

$$3 + d = 0 \Rightarrow d = -3$$

$$(P): x + y - z - 3 = 0 \quad \text{ومنه}$$

طريقة 2: لتكن النقطة $M(x, y, z)$ من المستوى (P) بحيث

$$\vec{AM} \cdot \vec{u} = 0$$

$$\vec{u}(1, 1, -1) \quad \text{ع 0}$$

$$\vec{AM}(x-2, y-1, z) \quad \text{و}$$

$$\vec{AM} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow x - 2 + y - 1 - z = 0$$

$$\Leftrightarrow x + y - z - 3 = 0$$

ومنه المعادلة الديكارتية للمستوى (P) هي:

$$(P): x + y - z - 3 = 0$$

2) لدينا (S) مجموعة النقاط $M(x, y, z)$ من الفضاء بحيث

$$\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0 \quad \text{مع } A(2, 1, 0)$$

$$\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0 \quad B(-4, 1, 0)$$

ومنه (S) فلكة مركزها Ω وقطرها $[AB]$



$$\Omega: \begin{cases} x_{\Omega} = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2 + (-4)}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \\ y_{\Omega} = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{1 + 1}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ z_{\Omega} = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{0 + 0}{2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \Omega(-1, 1, 0)$$

(2/20)

ومنه $\Omega(-1, 1, 0)$ هو مركز الكرة (س)

$$R = \frac{AB}{2} \quad \text{شعاعها, } \odot$$

$$R = \frac{\sqrt{(-4-2)^2 + (1-1)^2 + 0^2}}{2} = \frac{\sqrt{36+0+0}}{2} = \frac{\sqrt{36}}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$\boxed{R=3} \quad \text{ومنه}$$

(تعتبر هذه الطريقة هي الأسهل)

$$\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$$

! طريقة (2) لدينا

$$\vec{MA} = (2-x, 1-y, -8)$$

$$\vec{MB} = (-4-x, 1-y, -8)$$

$$\begin{aligned} \vec{MA} \cdot \vec{MB} &= 0 \quad \text{المبرهن} \\ &\Leftrightarrow (2-x)(-4-x) + (1-y)(1-y) + 8^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow -8 - 2x + 4x + x^2 + (1-y)^2 + 8^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow -8 + 2x + x^2 + 1 - 2y + y^2 + 8^2 = 0 \end{aligned}$$

$$(5): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y - 7 = 0 \quad \text{ومنه}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x + y^2 - 2y + z^2 - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 - 1 + (y-1)^2 - 1 + (z-0)^2 - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-0)^2 = 9$$

ومنه (5) فلكة مركزها $\Omega(-1, 1, 0)$ وشعاعها $R = \sqrt{9} = 3$ (3) - (أ) مسافة النقطة Ω عن المستوى (P)

$$(P): x + y - z - 3 = 0 \quad \text{لدينا } \Omega(-1, 1, 0)$$

$$d(\Omega, (P)) = \frac{|-1 + 1 + 0 - 3|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-1)^2}} \quad \leftarrow \text{نقطة } \Omega \text{ ماضية}$$

$$\rightarrow \text{المنظومة} \quad d(\Omega, (P)) = \frac{|-3|}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

(3/20)

$$d(Q, P) = \sqrt{3}$$

ومنه :

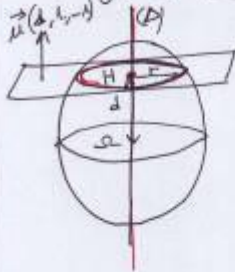
$$R = 3$$

ويعتبر

$$d(Q, P) < R$$

مراعاة

ومنه المستوى (P) يقطع الكرة (C) وفق دائرة (D)



3- ب) تحديد مركز الدائرة (D) : H

ليكن المستقيم (Δ) المار من Q(1, 1, 1) والمتجه $\vec{u}(1, 1, -1)$ موازاً له لأنه عمودي على المستوى (P) :

وإذاً تمثيله البارامتري هو :

$$\vec{QM} = t\vec{u} \Leftrightarrow (\Delta) : \begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = -t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

و (P) : المعادلة الديكارتية للمستوى (P) : $x + y - z - 3 = 0$

وإذاً H هي نقطة تقاطع المستقيم (Δ) والمستوى (P) :

$$H \in (\Delta) \cap (P)$$

لغرض ذلك نعوّض x و y و z في المعادلة الديكارتية للمستوى (P) :

$$-1+t + 1+t - (-t) - 3 = 0$$

$$3t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

لغرض قيمة t في التمثيل البارامتري لـ (Δ) :

$$H : \begin{cases} x_H = -1+1 = 0 \\ y_H = 1+1 = 2 \\ z_H = -1 = -1 \end{cases}$$

ومنه H(0, 2, -1) هي مركز الدائرة (D).

$$r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{3^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{9-3} = \sqrt{6}$$

(4) $O(0,0,0) \rightarrow \vec{OH}(\overset{+}{0}, \overset{-}{2}, \overset{+}{-1})$ نسب (4)
 $\vec{OB}(-4, 1, 0)$

المستوي $\vec{OH} \wedge \vec{OB} = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -4 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -4 & 0 & 1 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -4 & 1 & 0 \end{vmatrix} \vec{k}$
 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc \quad = \vec{i} + 4\vec{j} + 8\vec{k}$
 $\boxed{\vec{OH} \wedge \vec{OB} = \vec{i} + 4\vec{j} + 8\vec{k}}$ و منه

$\vec{OH} \wedge \vec{OB}(1, 4, 8)$ باضمار آ:

المستوي 2، مساحة المثلث $OH B$
 $S_{OH B} = \frac{1}{2} \|\vec{OH} \wedge \vec{OB}\|$
 $\Leftrightarrow S_{OH B} = \frac{1}{2} \sqrt{1^2 + 4^2 + 8^2} = \frac{1}{2} \sqrt{1 + 16 + 64} = \frac{\sqrt{81}}{2} = \frac{9}{2}$
و منه
 $\boxed{S_{OH B} = \frac{9}{2}}$

التمرين 2

$z = 2 + \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ نعتبر: (I)
 $|z| = \sqrt{(2+\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2}$ (المعيار)
 $= \sqrt{4 + 4\sqrt{2} + 2 + 2}$
 $= \sqrt{8 + 4\sqrt{2}} = \sqrt{4(2 + \sqrt{2})} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2}}$
و منه
 $\boxed{|z| = 2\sqrt{2 + \sqrt{2}}}$

(2) تحقق: (أوجد طريقة موحدة)
 $2\left(1 + e^{i\frac{\pi}{4}}\right) + 2i \sin \frac{\pi}{4} = 2\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2i \frac{\sqrt{2}}{2}$ لدينا
 $\begin{cases} \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad = 2 + \sqrt{2} + i\sqrt{2}$
 $= z$

(5/20)

$$\theta = 2\left(1 + \cos \frac{\pi}{n}\right) + 2i \sin \frac{\pi}{n} \quad \text{ومنه}$$

طريقة 2) بإطلاق متجه (أي العكس) صعبة كما أعني؟

هنا يظهر عدم قرينة التلاميذ مع العلم أن الجواب بدري!! وتسرعهم في الاستعجاب أي شيء؟

(3) الف الخاطب: $\cos^2 \theta$

$$\cos \theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$$

حسب صيغة أولي Euler:

$$\cos^2 \theta = \left(\frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2} \right)^2 = \frac{(e^{i\theta} + e^{-i\theta})^2}{4} \quad (e^x)^h = e^{hx}$$

$$\cos^2 \theta = \frac{e^{i2\theta} + 2e^{i\theta}e^{-i\theta} + e^{-i2\theta}}{4} = \frac{e^{i2\theta} + 2e^0 + e^{-i2\theta}}{4}$$

$$\cos^2 \theta = \frac{e^{i2\theta} + e^{-i2\theta} + 2}{4}$$

$$e^{i2\theta} + e^{-i2\theta} = 2\cos(2\theta) \quad \text{بمض}$$

$$\cos^2 \theta = \frac{2\cos(2\theta) + 2}{4} \quad \text{ومنه}$$

$$\cos^2 \theta = \frac{2(\cos(2\theta) + 1)}{4}$$

$$\cos^2 \theta = \frac{\cos(2\theta) + 1}{2} \quad \text{ومنه}$$

$$1 + \cos(2\theta) = 2\cos^2 \theta \quad \text{إذن}$$

$$\cos \theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2} \Rightarrow e^{i\theta} + e^{-i\theta} = 2\cos \theta$$

$$e^{ix} + e^{-ix} = 2\cos x$$

الخاطب: $\cos^2 \theta$
أظهر أن
القصص

(ب) لدينا: $z = 2\left(1 + e^{i\frac{\pi}{4}}\right) + i2\sin\frac{\pi}{4}$

لدينا حسب السؤال السابق
 $1 + e^{i2\theta} = 2e^{i\theta}$ في هذه الحالة: $2\theta = \frac{\pi}{4}$

و $\theta = \frac{\pi}{8}$ ومنه
 $1 + e^{i\frac{\pi}{4}} = 2e^{i\frac{\pi}{8}}$

و حسب تذكرنا $\sin(2\theta) = 2\cos\theta\sin\theta$

في هذه الحالة (بالمماثلة): $2\theta = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{8}$

$\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$

ومنه اتقون $z = 2\left(1 + e^{i\frac{\pi}{4}}\right) + i2\sin\frac{\pi}{4}$

$z = 2\left(2e^{i\frac{\pi}{8}}\right) + i2\left(2\cos\frac{\pi}{8}\sin\frac{\pi}{8}\right)$

$z = 4e^{i\frac{\pi}{8}} + i4\cos\frac{\pi}{8}\sin\frac{\pi}{8}$

أنت تعلم الصعوبة في ذلك؟ - هذا يؤكد تسرع
 الإسلام في إصدار الأحكام وعدم تقويد التلاميذ
 على ما هو أصعب

(ج) لدينا حسب السؤال السابق

$z = 4e^{i\frac{\pi}{8}} + i4\cos\frac{\pi}{8}\sin\frac{\pi}{8}$

لعميل $e^{i\frac{\pi}{8}}$ $z = 4e^{i\frac{\pi}{8}}\left(\cos\frac{\pi}{8} + i\sin\frac{\pi}{8}\right)$

بما أن $e^{i\frac{\pi}{8}} > 0$ إذن هو الشكل المبني لـ z :
 $\arg(z) = \frac{\pi}{8}$ والصورة $z = 4e^{i\frac{\pi}{8}}$ أي $|z| = 4$

7/20 $z = 4 \cos \frac{\pi}{8} \left(\cos \frac{\pi}{8} + i \sin \frac{\pi}{8} \right)$ • لدينا

$$z^4 = \left[4 \cos \frac{\pi}{8} \left(\cos \frac{\pi}{8} + i \sin \frac{\pi}{8} \right) \right]^4$$

$$z = \left(4 \cos \frac{\pi}{8} \right)^4 \left(\cos \frac{\pi}{8} + i \sin \frac{\pi}{8} \right)^4$$

$$= \left(4 \cos \frac{\pi}{8} \right)^4 \left(\cos 4 \cdot \frac{\pi}{8} + i \sin 4 \cdot \frac{\pi}{8} \right)$$

$$= \left(4 \cos \frac{\pi}{8} \right)^4 \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right) \quad \text{لأن } \begin{cases} \cos \frac{\pi}{2} = 0 \\ \sin \frac{\pi}{2} = 1 \end{cases}$$

$$z = \left(4 \cos \frac{\pi}{8} \right)^4 i$$

بما أن z معياره هو:

$$|z| = 4 \cos \frac{\pi}{8}$$

$$|z| = 2\sqrt{2+\sqrt{2}} \quad \text{حسب السؤال ①}$$

$$4 \cos \frac{\pi}{8} = 2\sqrt{2+\sqrt{2}} \quad \text{لأنه لا بد من إيجاد:}$$

$$z = \left(4 \cos \frac{\pi}{8} \right)^4 i$$

$$z = \left(2\sqrt{2+\sqrt{2}} \right)^4 i$$

(8/20)

 $R(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ لدينا

$R(A) = B$ لأن صورة A بال دوران R
 الكتابة العقدية لدوران R (أنظر التعريف)
 $b - w = e^{i\frac{\pi}{2}}(a - w)$

$$\Rightarrow b = e^{i\frac{\pi}{2}}(a - w) + w$$

$$e^{i\frac{\pi}{2}} = \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} = i \quad \text{ع 0}$$

$$b = i(2 + \sqrt{2} + i\sqrt{2}) + \sqrt{2} \quad \text{لأن}$$

$$b = i(2 + i\sqrt{2}) + \sqrt{2}$$

$$b = 2i - \sqrt{2} + \sqrt{2} \Rightarrow \boxed{b = 2i}$$

② تحديد مجموعة النقاط $M(z)$:

$$|z - 2i| = 2 \quad \text{ع 0} \quad \text{نقطة } A$$

$$|z - 2i| = 2$$

$$\Rightarrow \boxed{AM = 2}$$

وهذه مجموعة النقاط $M(z)$ هي الدائرة
 التي مركزها A ونصفها 2.

تذكير: المسافة AB

$$AB = |z_B - z_A|$$

المعيار

تذكر، وابدئي ذاتك بخاتمة !!

$$\begin{array}{c} \text{VVV} \\ \text{RRR} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{VVV} \\ \text{RRR} \end{array}$$

u_2 5 كرات

$$\begin{array}{c} \text{VVV} \\ \text{RRR} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{VVV} \\ \text{RRR} \end{array}$$

u_1

7 كرات

التعريف 3

(I) لتسحب مستوائياً و تتانياً 3 كرات من الصندوق u_1

كون الاحتمالات هو

$$\text{card } \Omega = C_7^3 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3!} = 35$$

$$3! = 6$$

$$\textcircled{9} \textcircled{10} p(A) = \frac{\text{card } A}{\text{card } \Omega} \quad R V V$$

$$p(A) = \frac{C_4^1 C_3^2}{35} = \frac{4 \times 3}{35} = \frac{12}{35}$$

$$\boxed{p(A) = \frac{12}{35}} \quad \text{و منه}$$

$$\textcircled{11} p(B) = \frac{\text{card } B}{\text{card } \Omega} \quad A R R, V V V$$

$$p(B) = \frac{C_4^3 + C_3^3}{35} = \frac{4 + 1}{35} = \frac{5}{35} = \frac{1}{7}$$

$$\boxed{p(B) = \frac{1}{7}} \quad \text{و منه}$$

(II) (وانتبه طبيعة السحب تغييرية)
تسحب كرتين ابيضين وتأتي كرتين من U_1 و U_2 مرة واحدة
كون الاحتمالات هي:

$$\text{card } \Omega = C_7^2 \cdot C_5^1 =$$

$$= \frac{7 \cdot 6}{2} \cdot 5 = 105 \Rightarrow \boxed{\text{card } \Omega = 105}$$

$$p(C) = \frac{\text{card}(C)}{\text{card } \Omega} \quad \text{الكرت } C \text{ و } R R R$$

$$p(C) = \frac{C_4^2 C_3^1}{105} = \frac{6 \times 3}{105} = \frac{18}{105} = \frac{6}{35}$$

$$\boxed{p(C) = \frac{6}{35}} \quad \text{و منه}$$

⚠ اُتيت هي الصعوبة

$$\textcircled{10/20} f(x) = \frac{1}{x(1-\ln x)}$$

المسألة 11

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x(1-\ln x) \neq 0 \text{ و } x > 0\} \quad -1 \quad \textcircled{I}$$

$$\Leftrightarrow x \neq 0 \text{ و } 1-\ln x \neq 0 \text{ و } x > 0$$

$$\Leftrightarrow x \neq 0 \text{ و } \ln x \neq 1 \text{ و } x > 0$$

$$\Leftrightarrow x \neq 0 \text{ و } x \neq e^1 \text{ و } e^1 = e = 2.71$$

$$D_f =]0, e[\cup]e, +\infty[$$

$$\lim_{x \rightarrow e^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow e^+} \frac{1}{x(1-\ln x)} = \frac{1}{0^-} = -\infty \quad \textcircled{-f(e)}$$

x	0	e	+\infty
1-\ln x	+	0	-

والنتيجة
أن 1-\ln x
تكون سالبة
عندما x > e
أي أن

$$\lim_{x \rightarrow e^+} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow e^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow e^-} \frac{1}{x(1-\ln x)} = \frac{1}{0^+} = +\infty \quad \textcircled{+}$$

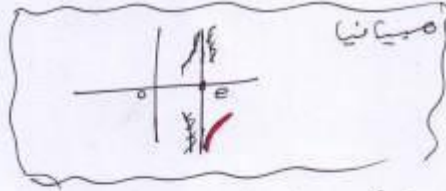
$$\lim_{x \rightarrow e^-} f(x) = +\infty$$

أي أن
1-\ln x
تكون موجبة
عندما x < e
أي أن

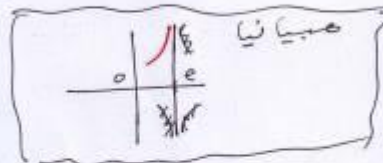
(11/20)

تأويل الهندسي

• لدينا $\lim_{x \rightarrow e^+} f(x) = -\infty$ ، المستقيم $x=e$ مقارب عمودي لـ (ع)



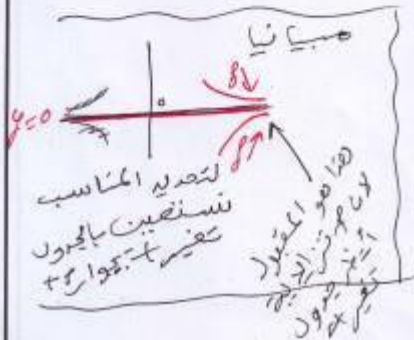
• المستقيم $x=e$ مقارب عمودي لـ (ع) : $\lim_{x \rightarrow e^-} f(x) = +\infty$



$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x(1-\ln x)} = 0 \quad \text{بـ} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$$

$$\boxed{\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0}$$

اذن $y=0$ مقارب أفقي لـ (ع) بجوار $+\infty$.



(12/20) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x(1-\ln x)}$ حساب (ج)

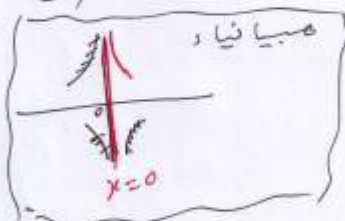
أو $x(1-\ln x) = x - x \ln x$

$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x - x \ln x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$ لشرح فقرة

$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$ و x

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ و

تأويل الهندسي: $x=0$ مقارب كحد ذي لانهائي (ج)



(ج) - حساب المشتقة

$f(x) = \frac{1}{x(1-\ln x)}$

$f'(x) = - \frac{[x(1-\ln x)]'}{(x(1-\ln x))^2}$

$f'(x) = - \frac{x'(1-\ln x) + x(1-\ln x)'}{x^2(1-\ln x)^2}$

$f'(x) = - \frac{1 - \ln x + x(-\frac{1}{x})}{x^2(1-\ln x)^2} = - \frac{x - \ln x - x}{x^2(1-\ln x)^2}$

$f'(x) = - \frac{-\ln x}{x^2(1-\ln x)^2} \Rightarrow f'(x) = \frac{\ln x}{x^2(1-\ln x)^2}$

المشتقة

$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$

$(uv)' = u'v + uv'$

13/20 (3) دراسة الرتبة : لدينا $f'(x) = \frac{\ln x}{x^2(1-\ln x)^2}$
 علامة $f'(x)$ هي علامة $\ln x$ لأن $x^2(1-\ln x)^2 > 0$ أو $\ln x$
 وعلامة $\ln x$ هي : $+$: $x > 1$ و $-$: $x < 1$

x	0	1	e	$+\infty$
$\ln x$		-	0	+

$\forall x \in]0, e[\cup]e, +\infty[$ ، $f'(x) \neq 0$ ، $f'(x) < 0$: $\forall x \in]0, 1[$ ، $f'(x) > 0$: $\forall x \in]1, e[\cup]e, +\infty[$.

إذن $f(x)$ تناقصية على $]0, 1[$ ، و $f(x)$ متزايدة على $]1, e[\cup]e, +\infty[$.

أيضا $f(x) > 0$: $\forall x \in]1, e[\cup]e, +\infty[$ ، $f(x) < 0$: $\forall x \in]0, 1[$.

(ج) جدول تغيرات الدالة $f(x)$: (جميع القيم للعلامة)

x	0	1	e	$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	1	$-\infty$	0

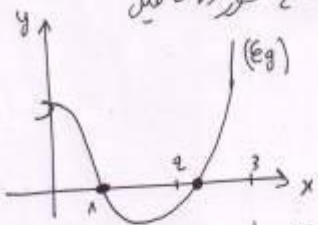
$$f(1) = 1$$

(14/20) $g(x) = 1 - x^2(1 - \ln x)$ (II)

أ-1) عدد حلول المعادلة $g(x) = 0$ (E) مبدئياً
 نبي عدد نقاط التقاطع للمنحنى (Eg) مع محور (Ox) فاصلاً
 ونصف عدد حلول
 ومنه المعادلة $g(x) = 0$ تقبل
 حليتين (حسب الشكل)

ب-1) (نستعمل مبرهنة القيم
 الوسيطة أي المعادلة $g(x) = 0$ تقبل
 حلاً وحيداً $2,2 < \alpha < 2,3$)

لدينا $g(x) = 1 - x^2(1 - \ln x)$
 الدالة $x \rightarrow x^2$ متصلة على $]2,2; 2,3[$ لأنها حدودية
 $x \rightarrow \ln x$ متصلة على $]2,2; 2,3[$ لأنها متصلة على $]0, +\infty[$
 ومنه $g(x)$ متصلة على $]2,2; 2,3[$ لأنها مجموع و جد ١ و
 دالتين متصلتين. (أو ملاحظة المتكافؤ (E) متصلة).
 - لمختلفة قامة المنصني، $g(x)$ قزالية قطعاً على $]2,2; 2,3[$.
 - وحسب الجدول : لدينا
 $g(2,2) = -0,02$
 $g(2,3) = 0,12$
 ومنه
 $g(2,2) \times g(2,3) < 0$
 لأنه بحسب مبرهنة القيم الوسيطة المعادلة (E) تقبل
 حلاً $2,2 < \alpha < 2,3$ بحيث $g(\alpha) = 0$



15/20 $f(x) - x = \frac{1}{x(1-\ln x)} - x$ (2-أ) تحقق

$$= \frac{1 - x^2(1-\ln x)}{x(1-\ln x)} = \frac{g(x)}{x(1-\ln x)}$$

ومن
$$f(x) - x = \frac{g(x)}{x(1-\ln x)}$$

2-ب) دراسة تقاطع (E) والمستقيم (D):
خذ المعادلة

$$f(x) - x = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{g(x)}{x(1-\ln x)} = 0 \Rightarrow g(x) = 0$$

بالنتيجة
 $\frac{A}{B} = 0 \Rightarrow A = 0 \text{ و } B \neq 0$

تصبح السؤال (أ)، المنحنى (E).
المعادلة تقبل حلين هما

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = \alpha$$

$$g(x) = 0 \text{ و } g(1) = 0$$

2-ج) بإشارة الدالة $g(x)$ على المجال

x	1	α
g(x)	+	-

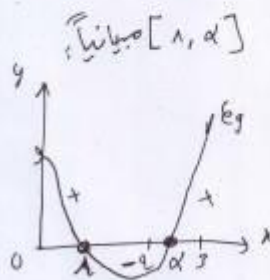
لأن المنحنى (E) تحت محور الأفقي
في المجال $[1, \alpha]$

وأن

$$\forall x \in [1, \alpha]: g(x) < 0$$

تذكر: (E) فوق محور
الأفقيد و E موجبة
تحت محور الأفقي
فمنه تتبين

هناك فرق بين إشارة دالة ورتبة دالة.



(16/20)

• نبيذ أن $\forall x \in [1, \alpha]$ $f(x) - x < 0$ لدينا

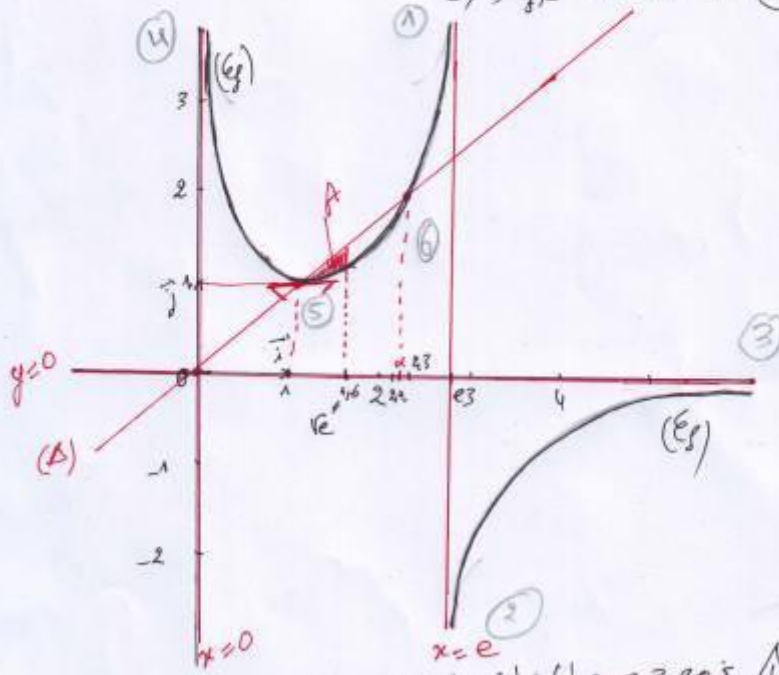
$$f(x) - x = \frac{g(x)}{x(1 - \ln x)}$$

$\forall x \in [1, \alpha]$: $g(x) > 0$ و $g(x)$ من مباشرة $f(x) - x$ من مباشرة

$$f(x) - x < 0 \quad \text{اذ}$$

ما صافه، $f(x) - x < 0$ يعني مبيانيه أن (ع) يوجد تحت $f(x)$ و x

(3) وانشاء المنحنى (ع) و (د)



(A): $y = x$
 $x=0 \Rightarrow y=0 \quad (0,0)$
 $x=1 \Rightarrow y=1 \quad (1,1)$

تجمع جميع المعطيات التي تملكها مبيانيه $e=2,7$

13/20 ملاحظة : المتسلسلة المتباعدة لا تبدأ بالمنحرف (ع) (أنظر الشكل)

(1) $\lim_{x \rightarrow e^-} f(x) = +\infty$: المستقيم $x = e$ مقارب عمودي لـ (ع)

(2) $\lim_{x \rightarrow e^+} f(x) = -\infty$: المستقيم $x = e$ مقارب عمودي لـ (ع)

(3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$: $y = 0$ مقارب أفقي لـ (ع) بموارجحة

(4) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$: $x = 0$ مقارب عمودي لـ (ع)
 محدد لا نهائي

(5) حسب جدول تغيرات (ع) يقبل صغار اف دتوي في النقطة $A(4, 1)$

(6) $f(x) = \ln(x)$ في $[1, e]$ تحت (ع)
 $x \in [1, e]$
 $2.2 < x < 2.3$
 $1 < x < 2$

يجب على تلاميذ فهم كيفية رسم كل حالة

(7) جميع المتغيرات

(9.4) $\int_1^e \frac{1}{x(1-\ln x)} dx = \int_1^e \frac{\frac{1}{x}}{(1-\ln x)} dx$

لاضطلاع $(1-\ln x)' = -\frac{1}{x}$

تدبير $\frac{u'}{u} \rightarrow \ln|u|$

ذات $\int_1^e \frac{-(1-\ln x)'}{(1-\ln x)} dx = -[1-\ln x]_1^e$

$\ln \sqrt{x} = \ln x^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \ln x$

$\ln \sqrt{e} = \frac{1}{2} \ln e = \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned}
 \frac{18}{20} &= \int_1^{\sqrt{e}} \frac{(1 - \ln x)'}{1 - \ln x} dx = - \left[\ln |1 - \ln x| \right]_1^{\sqrt{e}} \quad \text{اذ،} \\
 &= - \left[\ln |1 - \ln \sqrt{e}| - \ln |1 - \ln 1| \right] \\
 \ln \sqrt{e} &= \frac{1}{2} \text{ و } \ln 1 = 0 \quad = - \left[\ln \left| 1 - \frac{1}{2} \right| - \ln 1 \right] \\
 &= - \left[\ln \left| \frac{1}{2} \right| \right] = - \left[-\ln 2 \right] = \ln 2
 \end{aligned}$$

$$\boxed{\int_1^{\sqrt{e}} \frac{1}{x(1 - \ln x)} dx = \ln 2}$$

(= مساحة المنحرف المحصور بين المنحنى $(f(x))$ والمستقيم (Δ) والمستقيمتين $x = \sqrt{e} = 1.64$ و $x = 1$

$$A = \int_1^{\sqrt{e}} |f(x) - x| dx \quad \text{حيث } y = x$$

وحسب المنحنى $(f(x))$ لدينا (Δ) حيث (Δ) اذن

$$A = \int_1^{\sqrt{e}} (x - f(x)) dx = \int_1^{\sqrt{e}} x - \frac{1}{x(1 - \ln x)} dx \quad \text{حيث } A$$

$$A = \int_1^{\sqrt{e}} x dx - \int_1^{\sqrt{e}} \frac{1}{x(1 - \ln x)} dx$$

$$A = \left[\frac{x^2}{2} \right]_1^{\sqrt{e}} - \ln 2 \quad \text{حيث } A$$

$$A = \frac{(\sqrt{e})^2}{2} - \frac{1}{2} - \ln 2 \quad \text{حيث } A$$

$$A = \left(\frac{e}{2} - \frac{1}{2} - \ln 2 \right) \quad \text{حيث } A$$

$$\begin{aligned}
 UA &= \|\vec{i}\| \cdot \|\vec{j}\| = 2\text{cm} \times 2\text{cm} \quad \text{حيث } \vec{e} \rightarrow \\
 UA &= 4\text{cm}^2
 \end{aligned}$$

$$A = \left(\frac{e}{2} - \frac{1}{2} - \ln 2 \right) \cdot 4\text{cm}^2$$

$$\boxed{A = (2e - 2 - 4\ln 2) \text{cm}^2}$$

(III)

(1) نثبت بالتراجع أن:

من أجل $n=0$ لدينا $u_0 = 2$ و $1 < u_0 < \alpha$ و $2, 2 < \alpha < 2, 3$

وإذاً العبارة صحيحة.

نفترض أن $1 < u_n < \alpha$

و نثبت أن $1 < u_{n+1} < \alpha$

لدينا حسب الافتراض $1 < u_n < \alpha$ و حسب الجزء السابق $f(x) < x$ تنال دالة على $[1, \alpha]$

بأنه $f(1) < f(u_n) < f(\alpha)$

مع $f(u_n) = u_{n+1}$

و $f(1) = 1$

و $f(x) < x$ لأن $f(x) < \alpha$ $\forall x \in [1, \alpha]$

و منه $1 < u_{n+1} < \alpha$

بأنه حسب البرهان بالتراجع فإن $1 < u_n < \alpha$

لدينا حسب السؤال II - 2 - ب. $f(x) = x$

بأنه $f(x) < x$

بأنه $f(u_n) < u_n$

بأنه $u_{n+1} < u_n$

بأنه (u_n) متتالية تناقصية.

(3) المسألة، بما أن (u_n) متتالية تناقصية ومحدودة
 1- إذا كان f متزايدة (أي تقبل نهاية منتهية)

لدينا الدالة $f(x)$ متصلة على $[1, \alpha]$ لا سيما جوار النقطتين
 متعلقين $x \rightarrow \alpha$ و $x \rightarrow 1$ على $[1, \alpha]$

$$f([1, \alpha]) = [f(1), f(\alpha)] \subset [1, \alpha] \quad \text{و}$$

$$f(\alpha) \leq \alpha \quad \text{و} \quad f(1) = 1$$

$$\boxed{f([1, \alpha]) \subset [1, \alpha]} \quad \text{ومن هنا}$$

إذا انتهينا هنا فهي حل المعادلة
 من تقاطع (E) مع (Δ)

و حسب السؤال 2 - (ب) المعادلة $f(x) = x$
 تقبل حليين هما 1 و 9.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1 \quad \text{ومن هنا}$$

الملاحظة:، نفائسها هي حل المعادلة $f(x) = x$ ، إجمالاً، x أن
 في هذه الحالة يصعب حل هذه المعادلة ولهذا
 يجب التركيز طول الامتحان و تعزيب المعطيات

• L'organisation est la 50 % de la réussite

• Refaire pour faire

التحسين نفلساً يبدأ من هنا ...

لتواصل في حالة وجود خطأ،
 Mustapha Hachimi
 Bon courage بالتوفيق