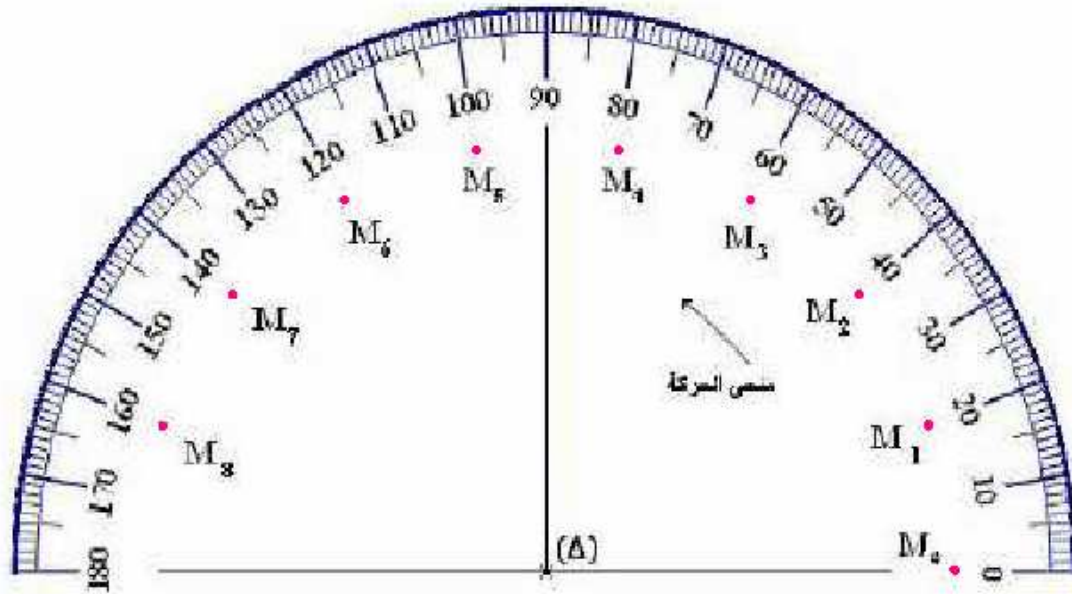


سلسلة رقم 2- الأولى باك (حركة دوران جسم حول محور ثابت)

التمرين الأول :

نعتبر قرصا (D) متجانسا شعاعه $R = 0,3m$ في دوران حول محور رأسي Δ ثابت متعامد مع مستواه ويمر من مركز قصوره G .
يمثل الشكل أسفله تسجيل مواضع نقطة M من محيط القرص أثناء مدد زمنية متتالية ومتساوية $\tau = 20ms$.



1- باستعمال طريقة التأطير
$$\omega_i = \frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{2\tau}$$

أوجد قيمة السرعة الزاوية للمتحرك M في المواضع التالية: M_2 و M_4 و M_6 .

2- ما طبيعة حركة القرص ؟ علل جوابك.

3- أوجد المعادلة الزمنية $\theta = f(t)$ لحركة النقطة M في الحالات التالية:

- 1-3 باعتبار أصل التواريخ لحظة تسجيل M_0 وأصل الأفاصيل الزاوية عند مرور المتحرك من الموضع M_0 .
 - 2-3 باعتبار أصل التواريخ لحظة تسجيل M_0 وأصل الأفاصيل الزاوية عند مرور المتحرك من الموضع M_2 .
 - 3-3 باعتبار أصل التواريخ لحظة تسجيل M_2 وأصل الأفاصيل الزاوية عند مرور المتحرك من الموضع M_0 .
 - 4-3 باعتبار أصل التواريخ لحظة تسجيل M_2 وأصل الأفاصيل الزاوية عند مرور المتحرك من الموضع M_4 .
- (4) نأخذ النقطة M_0 أصلا للأفاصيل ولحظة تسجيلها أصلا للتواريخ.

1-4: اعط المعادلة الزمنية لحركة المتحرك M باستعمال الأفصول المنحني.

2-4: احسب المدة الزمنية اللازمة لكي ينجز القرص D خمس دورات كاملة.

تصحيح :

$$\omega_2 = \frac{\theta_3 - \theta_1}{2\tau} = \frac{60^\circ - 20^\circ}{2 \times 20 \times 10^{-3} s} = \frac{40 \times \frac{\pi}{180} rad}{0,04 s} = \frac{0,698 rad}{0,04 s} = 17,45 rad / s \quad (1)$$

$$\omega_2 = \frac{\theta_3 - \theta_1}{2\tau} = \frac{60^\circ - 20^\circ}{2 \times 20 \times 10^{-3} s} = \frac{40 \times \frac{\pi}{180} rad}{0,04 s} = \frac{0,698 rad}{0,04 s} = 17,45 rad / s$$

$$\omega_6 = \frac{\theta_7 - \theta_5}{2\tau} = \frac{140^\circ - 100^\circ}{2 \times 20 \times 10^{-3} s} = \frac{40 \times \frac{\pi}{180} rad}{0,04 s} = \frac{0,698 rad}{0,04 s} = 17,45 rad / s$$

(2) السرعة الزاوية ثابتة إذن حركة القرص : حركة دورانية منتظمة تتم بسرعة زاوية ثابتة : $\omega = 17,45 \text{ rad/s}$

3- المعادلة الزمنية $\theta = f(t)$ لحركة النقطة M هي : $\theta = \omega t + \theta_o$ بحيث : θ_o هي افصول المتحرك عند اللحظة $t = 0$.

ω هي السرعة الزاوية وهي ثابتة

$$(1) \theta = 17,45.t + \theta_o$$

إذن لدينا :

1-3 باعتبار أصل التواريخ لحظة تسجيل M_o وأصل الأفاصيل الزاوية عند مرور المتحرك من الموضع M_o .

المواضع M_i	M_7	M_6	M_5	M_4	M_3	M_2	M_1	M_0
التواريخ t_i	140 ms	120 ms	100 ms	80 ms	60 ms	40 ms	20 ms	0
الأفاصيل الزاوية θ_i	140°	120°	100°	80°	60°	40°	20°	0°

لأن المدة الزمنية التي تفصل نقطتين متتاليتين هي $\tau = 20 \text{ ms}$

عند اللحظة $t = 0$ لدينا $\theta = 0 \Leftrightarrow \theta_o = 0$

والعلاقة (1) تصبح: $\theta = 17,45 . t$

2-3 باعتبار أصل التواريخ لحظة تسجيل الموضع M_o وأصل الأفاصيل الزاوية عند مرور المتحرك من الموضع M_2

المواضع M_i	M_7	M_6	M_5	M_4	M_3	M_2	M_1	M_0
التواريخ t_i	140 ms	120 ms	100 ms	80 ms	60 ms	40 ms	20 ms	0
الأفاصيل الزاوية θ_i	+100°	+80°	+60°	+40°	+20°	0	-20°	-40°

عند اللحظة $t = 0$ لدينا $\theta = -40^\circ \Leftrightarrow \theta_o = -40^\circ$

يجب تحويلها للراديان: $\theta_o = -40^\circ = -40 \times \frac{\pi}{180} = -0,698 \text{ rad}$

والعلاقة (1) تصبح: $\theta = 17,45 . t - 0,698$

3-3 باعتبار أصل التواريخ لحظة تسجيل M_2 وأصل الأفاصيل الزاوية عند مرور المتحرك من الموضع M_o .

المواضع M_i	M_7	M_6	M_5	M_4	M_3	M_2	M_1	M_0
التواريخ t_i	+100 ms	+80 ms	+60 ms	+40 ms	+20 ms	0	-20 ms	-40 ms
الأفاصيل الزاوية θ_i	+140°	+120°	+100°	+80°	+60°	+40°	+20°	0

إذن عند اللحظة $t = 0$ لدينا $\theta = +40^\circ \Leftrightarrow \theta_o = +40^\circ$

يجب تحويلها للراديان $\theta_o = +40^\circ = +40 \times \frac{\pi}{180} = +0,698 \text{ rad}$

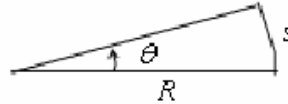
والعلاقة (1) تصبح: $\theta = 17,45 . t + 0,698$

4-3 باعتبار أصل التواريخ لحظة تسجيل الموضع M_2 وأصل الأفاصل الزاوية عند مرور المتحرك من الموضع M_4

M_7	M_6	M_5	M_4	M_3	M_2	M_1	M_0	المواضع M_i
+100 ms	+80 ms	+60 ms	+40 ms	+20 ms	0	-20 ms	-40 ms	التواريخ t_i
+60°	+40°	+20°	0°	-20°	-40°	-60°	-80	الأفاصل الزاوية θ_i

1-4: المعادلة الزمنية لحركة المتحرك M باستعمال الإفصول المنحني (4)

$$s = vt + s_0$$



في كل لحظة العلاقة بين الإفصول المنحني والأفاصل الزاوي هي: $s = R\theta$

M_7	M_6	M_5	M_4	M_3	M_2	M_1	M_0	المواضع M_i
140 ms	120 ms	100 ms	80 ms	60 ms	40 ms	20 ms	0	التواريخ t_i
$\widehat{M_0M_7}$	$\widehat{M_0M_6}$	$\widehat{M_0M_5}$	$\widehat{M_0M_4}$	$\widehat{M_0M_3}$	$\widehat{M_0M_2}$	$\widehat{M_0M_1}$	0	الأفاصل المنحنية s_i

عندما نأخذ النقطة M_0 أصلا للأفاصل ولحظة تسجيلها أصلا للتواريخ.

يصبح الإفصول المنحني عند اللحظة $t = 0$

$$v = R\omega = 0,3 \times 17,45 = 5,235 \text{ m/s} \quad \text{وبما أن } s_0 = 0$$

$$s = 5,235t$$

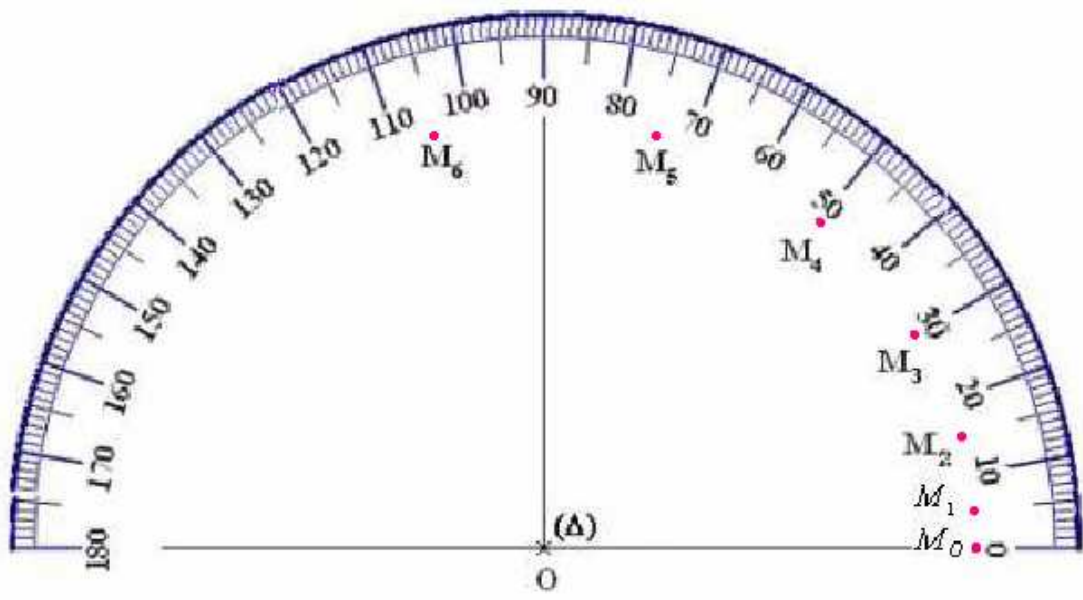
2-4: المدة اللازمة لكي ينجز القرص خمس دورات:

$$\text{لدينا: } \omega = \frac{2\pi}{T} \text{ إذن الدور: } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{17,45} = 0,36 \text{ s} \text{ وهو مدة انجاز دورة واحدة.}$$

$$\text{إذن مدة انجاز خمس دورات هي: } t = 5 \times 0,36 = 1,8 \text{ s}$$

التمرين الثاني:

نعتبر قرصا متجانسا (C) شعاعه R قابلا للدوران حول محور ثابت Δ . انظر الشكل.
بتسجيل حركة نقطة M من محيط القرص خلال مدد زمنية متتالية ومتساوية $\tau = 20 \text{ ms}$ نحصل على التسجيل التالي بالسلم الحقيقي.



(1) باستعمال العلاقتين:

$$v_i = \frac{\widehat{M_{i+1}M_{i-1}}}{2\tau} \text{ و } \omega_i = \frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{2\tau}$$

أتمم ملء الجدول التالي:

M_5	M_4	M_3	M_2	M_1	الموضع
					السرعة الخطية $v(m/s)$
					السرعة الزاوية $\omega(rad/s)$
					$\frac{v}{\omega}(m)$

(2) حدد مبيانيا شعاع القرص.

(3) استنتج العلاقة بين السرعة الزاوية والسرعة الخطية.

تصحيح:

$$v_1 = \frac{M_0 M_2}{2\tau} = \frac{1,4 \times 10^{-2} m}{2 \times 20 \times 10^{-3} s} = \frac{1,4}{4} = 0,35 m/s$$

(1)

$$v_2 = \frac{M_1 M_3}{2\tau} = \frac{2,3 \times 10^{-2} m}{2 \times 20 \times 10^{-3} s} = \frac{2,3}{4} = 0,575 m/s$$

$$v_3 = \frac{M_2 M_4}{2\tau} = \frac{3,2 \times 10^{-2} m}{2 \times 20 \times 10^{-3} s} = \frac{3,2}{4} = 0,8 m/s$$

$$v_4 = \frac{M_3 M_5}{2\tau} = \frac{4,1 \times 10^{-2} m}{2 \times 20 \times 10^{-3} s} = \frac{4,1}{4} = 1,025 m/s$$

$$v_5 = \frac{M_4 M_6}{2\tau} = \frac{5 \times 10^{-2} m}{2 \times 20 \times 10^{-3} s} = \frac{5}{4} = 1,25 m/s$$

$$\omega_1 = \frac{\theta_2 - \theta_0}{2\tau} = \frac{15^\circ - 0^\circ}{2 \times 20 \times 10^{-3} s} = \frac{\frac{15 \times \pi}{180} rad}{0,04} = 6,54 rad / s$$

$$\omega_2 = \frac{\theta_3 - \theta_1}{2\tau} = \frac{30^\circ - 5^\circ}{2 \times 20 \times 10^{-3} s} = \frac{\frac{25 \times \pi}{180} rad}{0,04} = 10,9 rad / s$$

$$\omega_3 = \frac{\theta_4 - \theta_2}{2\tau} = \frac{50^\circ - 15^\circ}{2 \times 20 \times 10^{-3} s} = \frac{\frac{35 \times \pi}{180} rad}{0,04} = 15,26 rad / s$$

$$\omega_4 = \frac{\theta_5 - \theta_3}{2\tau} = \frac{75^\circ - 30^\circ}{2 \times 20 \times 10^{-3} s} = \frac{\frac{45 \times \pi}{180} rad}{0,04} = 19,625 rad / s$$

$$\omega_5 = \frac{\theta_6 - \theta_4}{2\tau} = \frac{105^\circ - 50^\circ}{2 \times 20 \times 10^{-3} s} = \frac{\frac{55 \times \pi}{180} rad}{0,04} = 23,98 rad / s$$

M_5	M_4	M_3	M_2	M_1	الموضع
1,25	1,025	0,8	0,575	0,35	السرعة الخطية $v(m/s)$
23,98	19,625	15,26	10,9	6,54	السرعة الزاوية $\omega(rad/s)$
0,052	0,052	0,052	0,052	0,053	$\frac{v}{\omega}(m)$

(2) مبيانيا نحصل على $r = 0,052m = 5,2cm$ نلاحظ ان $\frac{v}{\omega}$ ثابتة وتساوي تقريبا .

$$v = r\omega \quad (3)$$

Abdelkrim SBIRO

(Pour toutes observations contactez mon email)

sbiabdou@yahoo.fr

lycée agricole Oulad Taima région d'agadir Royaume du maroc

msn messenger : sbiabdou@hotmail.fr

والله ولي التوفيق .