

لتكن f الدالة العددية لمتغير حقيقي حيث :

$$\begin{cases} f(x) = (x-1)e^{\left(\frac{1}{x-1}\right)} & ; x < 1 \\ f(x) = x-1 - \frac{\ln x}{x} & ; x \geq 1 \end{cases}$$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم (O, i, j)

1-a- أحسب : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (ن 1)

b- بين أن الدالة f متصلة في 1 (ن 1)

2-a- ادرس قابلية اشتقاق f في 1 (ن 1)

b- بين أنه لكل x من $]-\infty, 1[$: $f'(x) = \frac{x-2}{x-1} e^{\frac{1}{x-1}}$ (ن 0,5)

c- تحقق من أن f تزايدية قطعاً على المجال $]1, +\infty[$ (ن 1)

d- أعط جدول تغيرات الدالة f (ن 1)

3-a- تحقق من أن المستقيم (D) ذا المعادلة $y = x - 1$ مقارب

للمنحنى (C) بجوار $+\infty$ ، (ن 0,5) ثم ادرس الوضع النسبي

للمنحنى (C) والمستقيم (D) على $]1, +\infty[$ (ن 0,5)

b- بين أن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = 0$ (ن 0,5) . وأول النتيجة هندسية .

(ن 0,5)

4- ارسم (C) . (ن 1,5)

(تحديد نقط الإنعطاف غير مطلوب ونقبل أن (C) يوجد تحت مقاربه

على $]1, +\infty[$.)