

$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{3} \\ u_{n+1} = \frac{n+3+2nu_n}{3n+3} \end{cases}, n \geq 1$$

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ المعرفة بـ:

1- أ- بين بالترجع أن : $u_n - 1 \leq 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

ب- بين أن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ تزايدية.

ج- استنتج أن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ متقاربة.

2- لتكن المتتالية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ بحيث : $v_n = n(1-u_n), \forall n \in \mathbb{N}^*$

أ- بين أن $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ هندسية أساسها $\frac{2}{3}$

ب- احسب u_n بدلالة n .

ج- احسب $\lim u_n$

3- احسب، بدلالة n ، المجموع $s_n = u_1 + 2u_2 + 3u_3 + \dots + nu_n$