

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بما يلي:

$$f(x) = x - \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$$

وليكن (C) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1-أ- احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب- حدد الفرعين اللانهائيين للمنحنى (C)

2- بين أن : $(\sqrt{x} - 1) \left(\frac{2x + \sqrt{x} + 1}{2x\sqrt{x}} \right) = f'(x)$ لكل x من $]0, +\infty[$

ب- اعط جدول تغيرات الدالة f .

3-أ- ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$.

ب- ارسم المنحنى (C) ($f(4) = \frac{5}{2}$ و $f(\frac{1}{4}) = \frac{7}{4}$)

4- لتكن g قصور الدالة f على المجال $[1, +\infty[$

أ- بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} وحدد مجموعة الدالة g^{-1}

ب- ارسم في نفس المعلم $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ، المنحنى الممثل للدالة g^{-1} .

5- نعتبر المتتالية العددية $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $\begin{cases} a_0 = 2 \\ a_{n+1} = f(a_n) \end{cases}$

أ- بين أن : $a_n > 1$ ($\forall n \in \mathbb{N}$)

ب- بين أن المتتالية $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تناقصية.

ج- استنتج أن المتتالية $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متقاربة ثم حدد نهايتها.