

نعتبر المتتالة العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ المعرفة ب :

$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{3} \\ u_{n+1} = \frac{n+3+2nu_n}{3n+3}, \quad n > 1 \end{cases}$$

(1) أ - بين بالترجع أن : $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n - 1 \leq 0$

ب - بين أن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ تزايدية.

ج - استنتج أن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ متقاربة.

(2) لتكن المتتالية $(V_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ بحيث : $\forall n \in \mathbb{N}^*, V_n = n(1 - u_n)$

أ - بين أن $(V_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ هندسية أساسها $\frac{2}{3}$.

ب - احسب u_n بدلالة n .

ج - احسب $\lim u_n$.

(3) احسب، بدلالة n ، المجموع : $S_n = u_1 + 2u_2 + 3u_3 + \dots + nu_n$

Achamel