

نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة بما يلي :

$$f(x) = x - 2 + 2e^{-\frac{x}{2}}$$

$(\mathcal{C}_f)$  يرمز للمنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- 1- اعط جدول تغيرات الدالة  $f$  .
- 2- أ- بين أن المستقيم  $D$  المعرف بالمعادلة  $y = x - 2$  مقارب للمنحنى  $(\mathcal{C}_f)$  .  
ب- ادرس الوضع النسبي للمنحنى  $(\mathcal{C}_f)$  والمستقيم  $(D)$  .  
ج- احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$  أول هندسيا النتيجة المحصل عليها .
- 3- هل توجد نقطة  $M$  من  $(\mathcal{C}_f)$  بحيث يكون المماس للمنحنى  $(\mathcal{C}_f)$  عند  $M$  موازيا للمستقيم  $(D)$  ؟ علل جوابك .
- 4- انشئ  $(\mathcal{C}_f)$
- 5- احسب حجم الجسم المولد بالدوران حول محور الأفاصيل للشكل المحدد بمحور الأفاصيل والمنحنى  $(\mathcal{C}_f)$  ومحور الارايب والمستقيم الذي معادلته  $x = -1$  .

[www.achamel.info](http://www.achamel.info)  
[www.Achamel.net](http://www.Achamel.net)  
[www.Achamel.org](http://www.Achamel.org)  
[www.Achamel.ma](http://www.Achamel.ma)



## 1- جدول تغيرات f :

مجموعة تعريف الدالة f هي IR

. ليكن x عنصرا من IR

$$f(x) = x - 2 + 2e^{-\frac{x}{2}} \quad \text{لدينا}$$

$$f'(x) = 1 - e^{-\frac{x}{2}} \quad \text{ومنه}$$

$$f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow e^{-\frac{x}{2}} \leq 1 \quad \text{إذن}$$

$$\Leftrightarrow x \geq 0$$

$$f'(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 0 \quad \text{وبالمثل لدينا}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{لدينا .}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - 2) = +\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} 2e^{-\frac{x}{2}} = 0 \quad \text{لأن}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left( 1 + 2 \cdot \frac{e^{-\frac{x}{2}}}{x} \right) - 2$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left( 1 - \frac{e^{-\frac{x}{2}}}{\left(-\frac{x}{2}\right)} \right) - 2$$

$$= +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-\frac{x}{2}}}{-\frac{x}{2}} = +\infty \quad \text{لأن}$$

## جدول تغيرات الدالة f :

| x     | $-\infty$ | 0 | $+\infty$ |
|-------|-----------|---|-----------|
| f'(x) | -         | 0 | +         |
| f(x)  | $+\infty$ | 0 | $+\infty$ |

## 2- أ- D مستقيم مقارب :

. ليكن x عنصرا من IR

$$f(x) = x - 2 + 2e^{-\frac{x}{2}} \quad \text{لدينا}$$

$$f(x) - (x - 2) = 2e^{-\frac{x}{2}} \quad \text{أي}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x - 2)) = 0 \quad \text{ومنه}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 2e^{-\frac{x}{2}} = 0 \quad \text{لأن}$$

إذن المستقيم (D) المحدد بالمعادلة  $y = x - 2$  مقارب للمنحنى

عند  $+\infty$  .

**ب- الوضع النسبي للمنحنى  $(\mathcal{C}_f)$  و (D) :**

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) - (x - 2) = 2e^{-\frac{x}{2}} \quad \text{لدينا}$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) - (x - 2) > 0 \quad \text{ومنه}$$

إذن  $(\mathcal{C}_f)$  يوجد فوق المستقيم (D) .

**ج- حساب النهاية المطلوبة**

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( 1 - \frac{2}{x} + 2 \frac{e^{-\frac{x}{2}}}{x} \right) \quad \text{لدينا}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( 1 - \frac{2}{x} - \frac{e^{-\frac{x}{2}}}{-\frac{x}{2}} \right)$$

$$= -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-\frac{x}{2}}}{-\frac{x}{2}} = +\infty \quad \text{لأن}$$

**التأويل الهندسي :**

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty \quad \text{لدينا}$$

إذن  $(\mathcal{C}_f)$  يقبل فرعاً شلجماً اتجاهه محور الأرتيب .

**3- وجود النقطة M .**

تكن M نقطة  $(\mathcal{C}_f)$  و  $(x, f(x))$  زوج احداثيتها .

مماس المنحنى  $(\mathcal{C}_f)$  عند النقطة M مستقيم معاملته الموجه  $f'(x)$  .

إذن يكون هذا المماس موازياً للمستقيم (D) اذا وفقط إذا

$$\text{كان : } f'(x) = 1$$

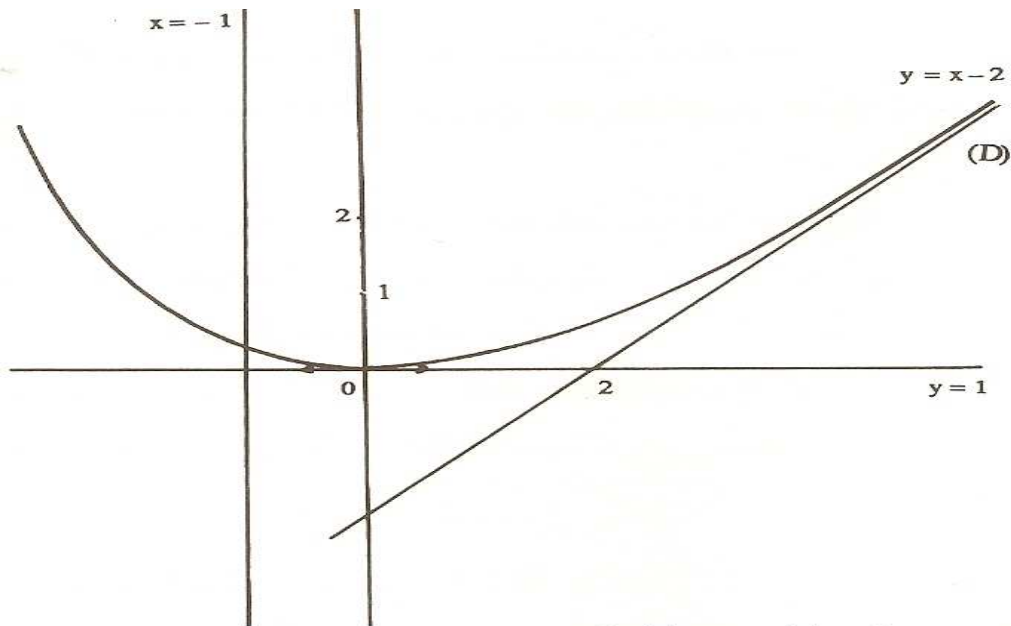
$$1 - e^{-\frac{x}{2}} = 1 \quad \text{أي}$$

$$e^{-\frac{x}{2}} = 0 \quad \text{أي}$$

إذن لا توجد نقطة من  $(\mathcal{C}_f)$  يكون عندها المماس موازياً

للمستقيم  $(\Delta)$  .

**4- انشاء المنحنى  $(\mathcal{C}_f)$  :**



### 5- حساب الحجم المطلوب

الحجم المطلوب هو :  $V = \int_{-1}^0 \pi f^2(x) dx$

ولدينا  $f^2(x) = (x-2)^2 + 4(x-2)e^{-\frac{x}{2}} + 4e^{-x}$

$= x^2 - 4x + 4 + 4xe^{-\frac{x}{2}} - 8e^{-\frac{x}{2}} + 4e^{-x}$

وبما أن  $\int_{-1}^0 4xe^{-\frac{x}{2}} dx = [-8xe^{-\frac{x}{2}} - 16e^{-\frac{x}{2}}]_{-1}^0$  فإن

$V = \left[ \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x + 16e^{-\frac{x}{2}} - 4e^{-x} - 8xe^{-\frac{x}{2}} - 16e^{-\frac{x}{2}} \right]_{-1}^0$

$= \pi \left( (16 - 4 - 16) - \left( -\frac{1}{3} - 2 - 4 + 16e^{\frac{1}{2}} - 4e + 8e^{\frac{1}{2}} - 16e^{\frac{1}{2}} \right) \right)$

$= \pi \left( \frac{7}{3} + 4e - 8\sqrt{e} \right)$

تمنع بالقراءة مع الشامل

مع تحيات Equipe Achamel

Achamel