

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $u_0 = 1$ و $u_1 = 3$ ولكل n من $\mathbb{N}^*$ حيث a عدد حقيقي .
$$u_{n+1} = \frac{1}{4}a^3 u_n - (a-1)u_{n-1}$$

نعتبر المتتالية العددية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ المعرفة بما يلي : $v_n = u_n - u_{n-1}$ ($n \in \mathbb{N}^*$)

-1) نضع $a = 2$.

أ- بين أن المتتالية $(v_n)_n$ ثابتة .

ب- استنتج أن $(u_n)_n$ متتالية حسابية وحدد أساسها .

-2) نضع $a = -2$.

أ- بين أن $(v_n)_n$ متتالية هندسية وحدد أساسها وحددها الأول .

ب- اكتب v_n و $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$ بدلالة n .

ج- بين أن $S_n = u_n - 1$ ($\forall n \in \mathbb{N}^*$)

د- هل المتتالية $(u_n)_n$ متقاربة ؟ (علل جوابك) .