

لتكن $f(x) = \frac{x+1}{x^2} + \ln x$: كما يلي :
وليكن $(\mathcal{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) احسب نهاية f عند $+\infty$ ونهاية f عند 0 على اليمين.

(2) تحقق من أن : $f'(x) = \frac{(x+1)(x-2)}{x^3}$, $\forall x > 0$, واستنتج تغيرات الدالة f .

(3) أ- ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى $(\mathcal{C})$ بجوار $+\infty$.

ب- أنشئ المنحنى $(\mathcal{C})$ (تحديد نقطة الإنعطاف التي يقبلها $(\mathcal{C})$ غير مطلوب ونأخذ : $\ln 2 \approx 0,7$)

(4) احسب التكامل $\int_1^2 f(x) dx$ ثم احسب مساحة الحيز المحصور بين المنحنى $(\mathcal{C})$ والمستقيمتين التي معادلاتها : $x=2$, $x=1$, $y=2$.

(5) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $[0, +\infty[$ كما يلي :
$$\begin{cases} g(x) = 2e^{-f(x)} , & x > 0 \\ g(0) = 0 \end{cases}$$

أ- احسب $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ وأول التبعيتين (يمكنك استعمال نتيجتي السؤال (1) أعلاه)

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow 0} [f(x) + \ln x]$ واستنتج $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x}$ ثم أول النتيجة.

ج- ادرس تغيرات الدالة (يمكنك استعمال نتيجة السؤال (2) أعلاه)